

文章编号: 1000_0887(2004) 06_0653_08

碳纤维增强复合材料板中 I 型裂纹 扩展方向预测理论研究*

张少琴, 杨维阳

(太原重型机械学院 应用科学系, 太原 030024)

(王银邦推荐)

摘要: 对含裂纹碳纤维增强的复合材料层合板进行了裂纹扩展方向预测理论的研究, 介绍了一种新的复合材料 Z 断裂理论, 在裂纹尖端 Z 因子的定义中引入了新概念: 面内平均应变, 面内膨胀应变能密度因子和交互特征函数, 并通过理论分析和实验测试证明了 Z 断裂理论的正确性

关键词: 复合材料; 裂纹扩展; Z 断裂理论; S 断裂准则

中图分类号: O346.1 文献标识码: A

引 言

纤维复合材料是一种新兴的结构材料, 广泛地应用于航空、航天、国防、交通、化工等众多领域, 因此复合材料断裂的研究有深刻的理论价值和重大的社会效益, 引起了人们的广泛兴趣。1973 年, G. C. Sih 教授率先提出了 S 断裂准则^[1,2], 被公认为是一个可用于复合材料断裂的较好的准则。作者在与美国同行专家的合作研究中发现, S 断裂准则用于碳纤维增强复合材料板的断裂分析是不成功的。1989 年, 我们提出了新的 Z 断裂准则^[3,4], 预测复合型裂纹扩展方向。经过大量不同的裂纹扩展试验, 试验结果证明 Z 断裂准则有很高的精确度。本文在裂纹尖端 Z 因子的定义中引入面内平均应变、面内膨胀应变能密度因子和交互特征函数, 是对文[3, 4]的进一步修正与完善。

1 含 I 型裂纹碳纤维增强复合材料板的力学模型

如图 1 所示, 我们首先对含 I 型裂纹的复合材料板进行研究, 其边界条件为

$$\begin{cases} \text{当 } |y| = 0, |x| < a \text{ 时, } \sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0, \\ \text{当 } |y| \rightarrow \infty \text{ 时, } \sigma_y = \sigma, \tau_{xy} = 0, \\ \text{当 } |x| \rightarrow \infty \text{ 时, } \sigma_x = 0, \tau_{yx} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

应力函数 U 定义如下:

* 收稿日期: 2001_06_12; 修订日期: 2003_11_25

基金项目: 山西省自然科学基金资助项目(991063); 山西省计委留学基金资助项目(200077)

作者简介: 张少琴(1953—), 男, 山西新绛人, 教授, 博士, 博士生导师(E-mail: zhangshaoqin@sina.com);

杨维阳(联系人), Tel: + 86_351_6999190; E-mail: yangweiyang@sohu.com.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

对于复合材料板, 其应力应变关系为

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{61} \\ B_{12} & B_{22} & B_{62} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

或写成

$$\{\varepsilon_x\} = [B] \{\sigma_x\}, \quad (4)$$

其中 $[B]$ 表示弹性主方向与 x 轴夹角为 α 时板的柔度矩阵。

对于二维线弹性体, 相容方程为

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

将(2)和(3)代入方程(5), 得到控制方程^[5]:

$$\begin{aligned} B_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} - 2B_{16} \frac{\partial^4 U}{\partial x \partial y^3} + (2B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} - \\ 2B_{26} \frac{\partial^4 U}{\partial x^3 \partial y} + B_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

设应力函数为

$$U(z) = U(x + iy) \quad (7)$$

将(7)代入控制方程(6), 得到特征方程:

$$\mu^4 - \frac{2B_{16}}{B_{11}} \mu^3 + \frac{2B_{12} + B_{66}}{B_{11}} \mu^2 - \frac{2B_{26}}{B_{11}} \mu + \frac{B_{22}}{B_{11}} = 0 \quad (8)$$

方程(8)有4个根^[6]:

$$\mu_1, \mu_2, \mu_3 = \mu_1, \mu_4 = \mu_2 \quad (9)$$

选择应力函数 U 如下:

$$U = \sum_{i=1}^2 (a_i \operatorname{Re} U_i + b_i \operatorname{Im} U_i), \quad (10)$$

其中

$$\frac{dU_i}{dz_i} = U_i, \quad \frac{dU_i}{dz_i} = U_i, \quad (11)$$

并选择 U_i 如下所示:

$$U_i = \frac{g(z_i)}{(z_i^2 - a^2)^{1/2}}, \quad (12)$$

其中函数 $g(z_i)$ 有如下特点:

$$g(z_i) = \alpha z_i, \quad (13)$$

当 $z_i \rightarrow a$ 时, 有 $g(z_i) = g(a) = \alpha a'$ 且 a 为裂纹的一半长度, 以及

$$z_i = x + iy \quad (14)$$

将(10)代入(2), 得到裂纹尖端应力场:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \sum_{i=1}^2 [a_i \operatorname{Re}(\mu_i^2 U_i) + b_i \operatorname{Im}(\mu_i^2 U_i)], \quad (15a)$$

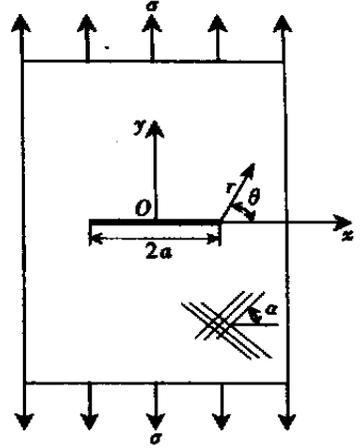


图 1 含 I 型裂纹的碳纤维增强复合材料板

$$\alpha_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \sum_{i=1}^2 [a_i \operatorname{Re}(U_i) + b_i \operatorname{Im}(U_i)], \quad (15b)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = -\sum_{i=1}^2 [a_i \operatorname{Re}(\mu_i U_i) + b_i \operatorname{Im}(\mu_i U_i)]. \quad (15c)$$

定义应力强度因子 K_I 为

$$K_I = \lim_{\substack{z \rightarrow a \\ r \rightarrow 0}} 2^{1/2} (z_i - a)^{1/2} U_i(z_i), \quad (16)$$

那么

$$U_i = \frac{K_I}{[2r(\cos\theta + \mu_i \sin\theta)]^{1/2}} \quad (17)$$

将(12)、(13)代入(15),再代入边界条件(1),从而可确定(15)中的待定系数 a_i 和 b_i 。最后将解出的待定系数 a_i 和 b_i 和(17)代入(15),即可得到裂纹尖端邻域的应力场如下^[5]:

$$\alpha_x = \frac{K_I}{\sqrt{2r}} \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{\mu_2}{(\cos\theta + \mu_{2s} \sin\theta)^{1/2}} - \frac{\mu_1}{(\cos\theta + \mu_{1s} \sin\theta)^{1/2}} \right] \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right\}, \quad (18a)$$

$$\alpha_y = \frac{K_I}{\sqrt{2r}} \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{\mu_1}{(\cos\theta + \mu_{2s} \sin\theta)^{1/2}} - \frac{\mu_2}{(\cos\theta + \mu_{1s} \sin\theta)^{1/2}} \right] \frac{1}{\mu_1 - \mu_2} \right\}, \quad (18b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2r}} \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{1}{(\cos\theta + \mu_{1s} \sin\theta)^{1/2}} - \frac{1}{(\cos\theta + \mu_{2s} \sin\theta)^{1/2}} \right] \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right\}. \quad (18c)$$

裂纹尖端邻域应变场可由(18)代入(3)求出。

2 裂纹尖端邻域 S 因子

根据 S 断裂准则^[1,2], S 因子定义如下:

$$S = r \frac{dW}{dV}, \quad (19)$$

其中 S 为应变能密度因子, dW/dV 为应变能密度函数, r 为裂纹尖端的矢径,如图 1 所示。

对于 I 型裂纹, S 因子的计算公式为

$$S = r \frac{dW}{dV} = r \cdot \frac{1}{2} \sigma_j \varepsilon_j. \quad (20)$$

将(18)和(3)代入(20),得到碳纤维增强复合材料板 I 型裂纹的 S 因子表达式:

$$S = K_I^2 \varphi_1(E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \theta), \quad (21)$$

其中 φ_1 称为含 I 型裂纹复合材料板的 S 特征函数。根据 S 断裂准则,裂纹扩展方向角 θ_0 将由下述条件确定,即

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0, \quad (22)$$

能使 S 取得极小值的 θ 角即为裂纹初始扩展方向角 θ_0 。(22)也可写成

$$\frac{\partial \varphi_1(E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \theta)}{\partial \theta} = 0, \quad (23a)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_1(E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \theta)}{\partial \theta^2} > 0. \quad (23b)$$

在具体求解时,可按上述介绍逐步求出 θ_0 。

3 复合材料板的 Z 断裂理论

3.1 裂纹尖端邻域 Z 因子^[7,8]

由于复合材料板的断裂是一个很复杂的现象,在 S 断裂准则中用单参数 S 因子来解决如此复杂的力学现象是不充分的。事实上,大量的试验也证明了 S 准则的不足与缺陷。在对复合材料板的断裂进行大量实验分析和理论研究后,成功地发展出了新的 Z 断裂准则^[3,4]。

Z 断裂准则认为复合材料脆性断裂过程中有两个重要因素。第一是材料强度失效性破坏,第二是弹性体系失稳性破坏。I 型裂纹板的断裂主要是材料强度失效性破坏,而 II 型与 III 型裂纹板的破坏主要是弹性体系失稳性破坏,对于混合型裂纹板的破坏则由上述两个因素的综合作用决定。

Z 断裂准则定义 I 型 Z 因子 Z_I 如下:

$$Z_I = \max \left[r \frac{dW_V}{dV} \right] = \max S_V, \quad (24)$$

其中 $S_V = r(dW_V/dV)$ 为面内膨胀应变能密度因子,且

$$S_V = r \frac{dW_V}{dV} = \frac{r}{2} (\sigma_{mx} \varepsilon_m + \sigma_{my} \varepsilon_m) = \frac{r}{2} \varepsilon_m (\sigma_{mx} + \sigma_{my}), \quad (25)$$

其中

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \quad (26)$$

为面内平均应变, σ_{mx} 与 σ_{my} 为单元体在 x 与 y 方向假设产生 ε_m 应变时的对应应力。根据复合材料力学,对于平面应力状态,有

$$\sigma_{mx} = Q_{11} \varepsilon_m + Q_{12} \varepsilon_m + Q_{13} \varepsilon_m, \quad (27)$$

$$\sigma_{my} = Q_{21} \varepsilon_m + Q_{22} \varepsilon_m + Q_{23} \varepsilon_m, \quad (28)$$

$$\sigma_{mz} = 0 = Q_{31} \varepsilon_m + Q_{32} \varepsilon_m + Q_{33} \varepsilon_m, \quad (29)$$

因此(27)和(28)中的 ε_m 可由(29)解出:

$$\varepsilon_m = \frac{-\varepsilon_m(Q_{31} + Q_{32})}{Q_{33}}. \quad (30)$$

将(30)代入(27)和(28),得出面内产生膨胀应变 ε_m 时的对应应力为

$$\sigma_{mx} = (Q_{11} + Q_{12}) \varepsilon_m - \frac{Q_{13}(Q_{31} + Q_{32})}{Q_{33}} \varepsilon_m, \quad (31)$$

$$\sigma_{my} = (Q_{21} + Q_{22}) \varepsilon_m - \frac{Q_{23}(Q_{31} + Q_{32})}{Q_{33}} \varepsilon_m. \quad (32)$$

将(26),(31)和(32)代入(25),得到面内膨胀应变能密度因子

$$\begin{aligned} S_V &= r \frac{dW_V}{dV} = \frac{r}{2} \varepsilon_m (\sigma_{mx} + \sigma_{my}) = \\ & \frac{r}{2} \left(\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \right) \left[(Q_{11} + Q_{12}) \varepsilon_m - \frac{Q_{13}(Q_{31} + Q_{32})}{Q_{33}} \varepsilon_m + \right. \\ & \left. (Q_{21} + Q_{22}) \varepsilon_m - \frac{Q_{23}(Q_{31} + Q_{32})}{Q_{33}} \varepsilon_m \right] = \\ & \frac{r}{2} \left(\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \right)^2 \left[(Q_{11} + 2Q_{12} + Q_{22}) - \frac{Q_{13}^2 + Q_{13}Q_{32} + Q_{23}^2 + Q_{23}Q_{31}}{Q_{33}} \right]. \quad (33) \end{aligned}$$

将(33)代入(24), 得到 I 型 Z 因子 Z_I 如下:

$$Z_I = \max S_V = \max \left\{ \frac{r}{2} \left[\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \right]^2 \left[(Q_{11} + 2Q_{12} + Q_{22}) - \frac{Q_{13}^2 + Q_{13}Q_{32} + Q_{23}^2 + Q_{23}Q_{31}}{Q_{33}} \right] \right\}. \quad (34)$$

对于复合型(I 型+ II 型) 裂纹, 将裂纹尖端邻域应力场代入(3), 再代入(34) 即可得到 Z_I 因子如下:

$$Z_I = \max S_V = \max [K_I^2 \Phi_1(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta) + K_{II}^2 \Phi_2(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta) + K_I K_{II} \Phi_{12}(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta)], \quad (35)$$

其中 K_I 、 K_{II} , 为 I、II 型裂纹的应力强度因子, Φ_1 、 Φ_2 称为第 I 类特征函数, $\Phi_{12}(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta)$ 称为第 I 类交互特征函数. 若当 $\theta = \phi_1$ 时使得 S_V 取得极大值, 即 $S_V|_{\theta=\phi_1} = \max S_V$, 则 ϕ_1 称为 I 型特征角, 且(35) 中 $i, j = 1, 2, 3$.

特殊地, 对于纯 I 型裂纹, (35) 的 Z_I 因子简化为

$$Z_I = \max [K_I^2 \Phi_1(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta)]. \quad (36)$$

下面介绍 Z 断裂理论中的第二个重要断裂参数 Z_{II} 因子, 称为 II 型 Z 因子. 首先定义广义畸变应变能密度因子 S_D 为

$$S_D = S - S_V, \quad (37)$$

其中 S 为应变能密度因子, 如(20) 所示. S_V 为面内膨胀应变能密度因子, 由(25) 定义.

在 Z 断裂理论中, 定义 II 型 Z 因子 Z_{II} 如下:

$$Z_{II} = \min S_D = \min (S - S_V). \quad (38)$$

将复合型(I 型+ II 型) 裂纹尖端邻域应力场代入(3), 再代入(38), 得到裂纹尖端邻域 II 型 Z 因子 Z_{II} 如下:

$$Z_{II} = \min S_D = \min [K_I^2 \Phi_3(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta) + K_{II}^2 \Phi_4(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta) + K_I K_{II} \Phi_{34}(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta)], \quad (39)$$

其中 Φ_3 、 Φ_4 称为第 II 类特征函数, $\Phi_{34}(E_i, G_{\bar{j}}, \nu_{\bar{j}}, \theta)$ 称为第 II 类交互特征函数. 若当 $\theta = \phi_2$ 时, 使得 S_D 取得极小值, 即 $S_D|_{\theta=\phi_2} = \min S_D$, 则 ϕ_2 称为 II 型特征角. K_I 、 K_{II} 为应力强度因子, 且 $i, j = 1, 2, 3$.

3.2 Z 断裂准则

① 对于 I 型裂纹, 当

$$Z_I \geq Z_{Ic} \quad (40)$$

时裂纹开始扩展.

② 对于 II 型裂纹, 当

$$Z_{II} \geq Z_{IIc} \quad (41)$$

时裂纹开始扩展.

③ 对于复合型裂纹, 当

$$Z = \sqrt{Z_I^2 + Z_{II}^2} \geq Z_c \quad (42)$$

时裂纹开始扩展.

上述各式中, Z_{Ic} 、 Z_{IIc} 和 Z_c 皆为材料常数, 称为临界 Z 因子. Z_{Ic} 由 I 型裂纹的断裂

试验中测得, Z_{IIc} 由 II 型裂纹的断裂试验中测得。作为一个例子, 对于 I、II 型复合裂纹, 临界 Z 因子 Z_c 由 I、II 型复合裂纹的断裂试验中测出。值得提出的是对同一种材料, 不同的 I、II 型复合比(即不同的比值 Z_I / Z_{II}) 将对应着不同而又确定的材料常数 Z_c 。在实际复合型裂纹试验测试中, 当试件断裂时, 计算出此时的 Z_I 和 Z_{II} 值, 则该复合型裂纹的临界 Z 因子为

$$Z_c = \sqrt{Z_I^2 + Z_{II}^2} \quad (\text{在临界断裂条件下}) \quad (43)$$

3.3 Z 断裂准则对裂纹扩展方向的预测

复合型裂纹扩展方向将由下图 λ 矢量的方向确定(参考图 2):

$$A\lambda = \frac{Z_I}{Z_{Ic}} \lambda_1 + \frac{Z_{II}}{Z_{IIc}} \lambda_2, \quad (44)$$

(44) 中 λ_1 为单位矢量, 指向与同种材料 I 型裂纹情况下的 I 型特征角 ϕ_1 相同。 λ_2 为单位矢量, 指向与同种材料 II 型裂纹情况下的 II 型特征角 ϕ_2 相同。 λ 为单位矢量, 指向即为复合型裂纹在扩展时的方向, 并用 θ_Z 表示该裂纹扩展角。

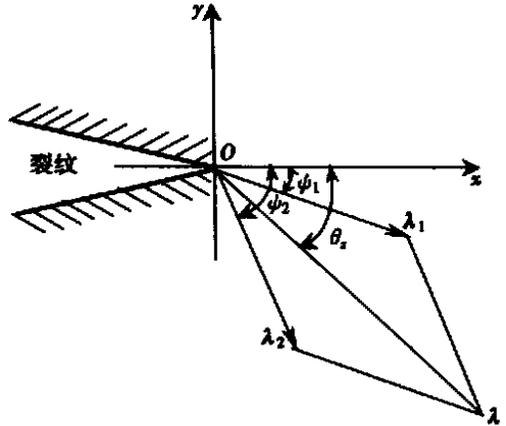


图 2 用 Z 准则预测裂纹扩展方向

4 试验对 Z 断裂准则的验证

4.1 研究中所使用的材料

由于碳纤维增强复合材料(CRP)板大量地使用在航空航天工业上, 因此对含裂纹 CRP 板的断裂分析就有着重要的工业使用价值。在本研究中所使用的材料为碳纤维/环氧树脂层合板, 供应商为 Ciba Geigy, 商品标号为 VICOTEX[M18/1/45%/G39]。层合板按 3 种设计制成。层合板 A 的铺层设计为: $[0]_6$; 层合板 B 的铺层设计为: $[0/45/0]_S$; 层合板 C 的铺层设计为 $[0/45/0/45/0/45/0]$ 。

按照国际流行的标准 ASTM D3039/D3039M_93 对这 3 种复合材料层合板进行了机械性能测试, 并得到了如下机械性能数据, 如表 1 所示。

表 1 3 种层合板的机械性能试验值

铺层设计	A: $[0]_6$	B: $[0/45/0]_S$	C: $[0/45/0/45/0/45/0]$
试件厚度 t / mm	1.67	1.77	1.95
E_1 / GPa	48.9	41.0	39.7
E_2 / GPa	47.8	39.4	37.1
ν_{12}	0.045	0.24	0.29
G_{12} / GPa	3.8	3.3	12.1

4.2 I 型裂纹扩展角的试验结果与理论预测值比较

表 2 列出了实测裂纹扩展角与 S 断裂理论和 Z 断裂理论预测裂纹扩展角理论值的比较结果。

表中 Z_I 为 I 型 Z 因子, Z_{II} 为 II 型 Z 因子, S_{\min} 为 S 因子极小值, ϕ_1 为 I 型特征角,

ϕ_2 为 II 型特征角, θ_Z 为 Z 断裂理论所预测的裂纹扩展角, θ_S 为 S 断裂理论所预测的裂纹扩展角, θ_{exp} 为实测裂纹扩展角。

表 2 裂纹扩展角实测值与理论预测值比较

铺层分类	A	B	C
裂纹类型	I 型	I 型	I 型
$Z_I / \text{MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$	3.69	3.56	4.27
$Z_{II} / \text{MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$	0	0	0
$S_{min} / \text{MPa} \cdot \sqrt{\text{mm}}$	3.05	3.56	4.27
$\phi_1 / (^\circ)$	0	0	0
$\phi_2 / (^\circ)$	-90	-89	-88
$\theta_Z / (^\circ)$	0	0	0
$\theta_S / (^\circ)$	-32	0	0
$\theta_{exp} / (^\circ)$	0	0	0
S 理论预测结果误差	很差	很好	很好
Z 理论预测结果误差	很好	很好	很好

最后需要指出下列 3 点:

1) 由试验发现 Z 断裂理论在所有 3 种不同的铺层板试件中, 对裂纹扩展角的预测都是正确的, 而 S 断裂理论对 A 型铺层板的扩展角预测显然是有较大缺陷的。事实上, 我们还作了大量的混合型裂纹扩展预测, 结果都证明了 Z 断裂理论的正确性和 S 断裂理论的严重缺陷, 这方面的结果将在另一篇论文中详细介绍。

2) 与文[3, 4]不同, 本文是在多次试验的基础上, 对 I 型裂纹给出了实测裂纹扩展角和理论预测裂纹扩展角, 并进行了分析比较。

3) 在裂纹尖端 Z 因子的定义中, 文[3, 4]引入了体积平均应变 ϵ_j^V 和体积膨胀应变能密度因子 S_V 为

$$\epsilon_j^V = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z}{3}, \quad S_V = r \frac{dW_V}{dV} = \frac{r}{2} \epsilon_j^V \sigma_j^V, \quad (45)$$

其中 σ_j^V 是借助应力应变关系由 ϵ_j^V 计算出来的体积膨胀应力。而本文引入了新概念: 面内平均应变 ϵ_m , 面内膨胀应变能密度因子 S_V , 交互特征函数 Φ_{12} 、 Φ_{34} , 如(26)、(25)、(35)、(39)所示。对 S_V 随之对 S_D 这样修正和完善以后, 减少了误差, 使得实测值与理论预测值更加吻合。

[参 考 文 献]

- [1] Sih G C. Mechanics of Fracture 1: A Special Theory of Crack Propagation [M]. Leyden: Noordhoff International Publishing, 1973, 21—45.
- [2] Sih G C. Strain energy density factor applied to mixed mode crack problems[J]. International Journal of Fracture, 1974, 10: 305—321.
- [3] Zhang S Q, Jang B Z, Valaire B T, et al. A new criterion for composite materials mixed mode fracture analysis[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1989, 34(3): 749—769.
- [4] Zhang S Q, Zhu Y Z, Yang W Y. Energy based Z criterion in fracture analysis of composite plate under bending[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1992, 43(5): 797—805.
- [5] Sih G C, Liebowitz H. Fracture 2: Mathematical Theories of Brittle Fracture [M]. New York: Aca-

- demic Press, 1968, 108—131.
- [6] C Г 列赫尼兹基. 各向异性板[M]. 胡海昌 译. 北京: 科学出版社, 1963, 24—27, 34—42.
- [7] 杨维阳, 张少琴. 受弯正交异性复合材料板的裂纹尖端场[J]. 应用数学和力学, 1999, 20(2): 193—199.
- [8] 张少琴, 杨维阳, 姚河省, 等. 关于受弯复合材料板断裂分析的 Z 因子讨论[J]. 太原重型机械学院学报, 1999, 20(3): 197—202.

Prediction of Mode I Crack Propagation Direction in Carbon_Fiber Reinforced Composite Plate

ZHANG Shao_qin, YANG Wei_yang

(Department of Applied Science, Taiyuan Heavy Machinery Institute,
Taiyuan 030024, P. R. China)

Abstract: A newly developed Z fracture criterion for the composite materials was introduced, the new concepts of in_plane average strain, in_plane dilatational strain energy density factor and reciprocal characteristic function were presented. Many experimental results show that the Z fracture criterion can be well used to predict the crack propagating direction for mode I crack in carbon_fiber reinforced composite laminates.

Key words: composite material; crack propagation; Z_fracture criterion; S_fracture criterion