

文章编号: 1000_0887(2004) 07_0677_09

圆管纤维悬浮湍流场中粒子运动的研究

张卫峰, 林建忠

(浙江大学 力学系, 流体传动及控制国家重点实验室, 杭州 310027)

(本刊编委林建忠来稿)

摘要: 利用从细长体理论出发得到的三维分段积分法和湍流简化方法模拟了大量纤维粒子在圆管湍流内的运动。统计了不同 Re 数下计算区域内的纤维的取向分布, 计算结果与实验结果基本吻合, 结果表明湍流的脉动速度导致纤维取向趋于无序, 且随着 Re 数的增加, 纤维取向的分布越来越趋于均匀。其后又考虑了纤维速度和角速度的脉动, 二者都充分体现了流体速度脉动的影响, 且纤维速度的脉动在流向上的强度大于横向, 而其角速度的脉动在流向上的强度小于横向。最后统计了纤维在管道截面上的位置分布, 说明 Re 数的增加加速了纤维在管道截面上的位置扩散。

关键词: 纤维悬浮; 数值模拟; 圆管流; 湍流; 取向

中图分类号: O359 **文献标识码:** A

引 言

管道内的纤维悬浮流是工业生产过程中广泛存在的一种流动, 其在复合材料制造、环境工程、化工、纺织和造纸等领域都有应用, 且其特性对这些领域的产品质量起着重要影响, 故对其进行研究有着重要意义。

对于纤维悬浮层流, 已有一系列研究成果, Batchelor^[1] 建立了基于低粒子雷诺数假定的细长体理论, 为后续的研究工作打下了理论基础; Leal 和 Hinch^[2] 将纤维取向分布函数引入 Fokker-Planck 方程, 从而建立起纤维悬浮流的连续介质理论; 林建忠等^[3] 数值模拟了纤维粒子在混合层中的运动; Lin 等^[4] 研究了纤维对湍流特性的影响并在细长体理论基础上数值模拟了纤维在管道层流中心线附近的运动^[5], 所得结果与 Bemstein 等^[6] 的实验结果吻合较好。

而对于纤维悬浮湍流场, 尽管其在工程实际中经常遇到, 但由于湍流和纤维运动的双重复杂性, 目前对其所做的研究工作还非常少。Olson^[7] 为了将 Fokker-Planck 方程引进湍流纤维悬浮流, 在纤维与流体间无速度差以及纤维所受合力矩为零的假定下, 由数值模拟得到了短纤维在湍流中的运动和转动扩散系数, 从而使 Fokker-Planck 方程在湍流情况下可解。但纤维与流体间无速度差以及纤维所受合力矩为零的假定缺乏合理性。Bemstein 等^[6] 在实验中也观察了

收稿日期: 2003_08_12; 修订日期: 2004_03_12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372090)

作者简介: 张卫峰(1979), 男, 安徽含山人, 硕士(Tel: + 86_571_87952221; E-mail: mecjzlin@public.zju.edu.cn);

林建忠(联系人), Tel: + 86_571_87952882; Fax: + 86_571_87951464; E-mail: jzlin@sfp.zju.edu.cn

纤维粒子在圆管湍流中心线附近的运动 本文数值模拟了图1所示纤维在图2的圆管湍流中心线附近的运动,并且将计算结果与Bernstein等^[6]的实验结果进行了比较

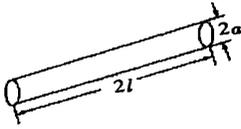


图1 纤维粒子示意图

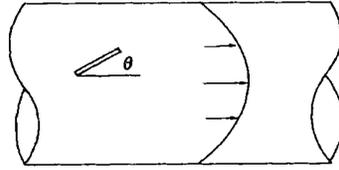


图2 背景流场示意图

1 数学模型与计算方程

1.1 湍流场简化模拟

由于直接数值模拟圆管内湍流的计算量非常大,而本文所希望得到的是流场对纤维运动的一种随机驱使,故本文选取了一种简化方法来模拟管道湍流:在计算量和准确性的综合考虑下,本文结合了随机模式^[8]与KSSM模式^[9]的简化方法,并在管流背景下进行了一些改进

管道截面上平均流速剖面为:

$$\frac{U_z(r)}{u^*} = 5.751g \frac{u^*(R-r)}{u^*} + 5.5, \quad (1)$$

其中 u^* 为管道壁摩擦速度,可用公式 $U_{av}/u^* = 2.5 \ln(u^* R/\nu) + 1.75$ 用二分法求得

对于流体的脉动速度 u ,用 Fourier 级数展开,转化成 N 个简单正余弦波的叠加:

$$\frac{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{u_{rms}(\mathbf{x})} = \sum_{n=1}^N [(b_n \cdot \mathbf{k}_n) \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t) + (c_n \cdot \mathbf{k}_n) \sin(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} - \omega_n t)], \quad (2)$$

其中 N 是某个大数(本文取 $N = 100$), b_n 和 c_n 为满足正态分布的随机数组成的矢量,频率 ω_n 为满足正态分布的随机数,它们的方差都为湍流脉动速度的均方根 u_{rms} ,波数矢量 \mathbf{k}_n 为在单位球面上均匀分布的随机矢量 于是基函数的系数与波数矢量的点乘为零($b_n \cdot \mathbf{k}_n = c_n \cdot \mathbf{k}_n = 0$),从而使脉动速度满足连续性条件

Laufer^[10]通过实验给出了不同 Re 数下管道截面上脉动速度均方根 u_{rms} 的分布 本文对其所得结果应用最小二乘法进行拟合,直接用于计算管道截面各处脉动速度 $u_{rms}(r)$ 这样,利用 $u_{rms}(r)$,对流场生成一系列满足已知分布和方差的随机数 b_n, c_n, ω_n 和 \mathbf{k}_n ,再根据(2)式计算 t 时刻 \mathbf{x} 位置处流体脉动速度 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 再加上平均流 $U(\mathbf{x})$ 即得所求的流体点速度

1.2 纤维运动的计算模型

本文中纤维的轴向特征尺度远小于湍流场的 Kolmogoroff 特征尺度,故在纤维长度范围内,流体的速度梯度接近均匀,即在纤维周围流体速度变化近似为线性 于是可以用细长体理论计算,由该理论出发,Mackaplow^[11]给出了圆柱状纤维在流体中产生的诱导速度:

$$\mathbf{V} = \mathbf{u}(\mathbf{x}_c + \mathbf{sp}) - [\mathbf{U} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{sp})] = -2 \left[\ln 2 + \ln \frac{\sqrt{1-s^2}}{b(s)} \right] (\boldsymbol{\omega} + \mathbf{pp}) f(s) - (\boldsymbol{\omega} - 3\mathbf{pp}) f(s) - (\boldsymbol{\omega} + \mathbf{pp}) \int \frac{f(s) - f(s')}{|s - s'|} ds, \quad (3)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}$ 为纤维角速度, \mathbf{p} 为纤维方向矢量, s 为无量纲化的纤维长度坐标, \mathbf{I} 为单位矩阵, \mathbf{U} 为纤维平均速度, \mathbf{u} 为无扰动时流体速度, \mathbf{x}_c 为纤维质心坐标, $b(s)$ 为坐标为 s 处截面的形状因子,对于圆柱体, $b(s) = 1$, $f(s)$ 为坐标为 s 处纤维点所受流体的作用力 (3)式左边表示坐

标为 s 处纤维点与流体点的速度差, 右边则表示整个纤维的存在导致了这个速度差。用上式可以计算纤维的三维运动, 方程的未知数是 $f(s)$, 将纤维按 Gauss 积分点离散成 M 段(本文取 $M = 10$), 将每一段的 $f(s_i)$ 作为未知数求解, 因此未知数的个数三维时为 $3M$ 。离散后, (3) 式右边的积分采用数值积分就可以化为未知数 $f(s_i)$ 的线性组合形式。计算中, 已知某一时刻纤维的速度和角速度, 而流场各点的速度亦已知, 则(3) 式左边速度差已知。这样对 M 段就可列出含 $3M$ 个方程的线性方程组:

$$b_i = A_i f(s_i) + t_i B f(s_i) - \sum_{m=1}^M k_{im} B f(s_m) \quad (i = 1, 2, \dots, M), \quad (4)$$

其中 $b_i = \mathbf{u}(x_c + s_i \mathbf{p}) - [\mathbf{U} + (\boldsymbol{\omega} \times s_i \mathbf{p})]$, $\mathbf{B} = (\mathbf{I} + \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho})$,

$$A_i = 2(\ln 2 + \ln \sqrt{1 - s_i^2})(\mathbf{I} + \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}) + (\boldsymbol{\omega} - 3\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}),$$

$$t_i = \sum_{m=1}^M \frac{l_m}{|s_i - s_m|}, \quad k_{im} = \frac{l_m}{|s_i - s_m|}$$

求解(4) 式得出各段纤维所受的力 $f(s_i)$ 。而纤维受到的总力和总力矩分别为:

$$\mathbf{F} = 8 \int_{-1}^1 f(s) ds, \quad \mathbf{L} = 8 \int_{-1}^1 s \mathbf{p} f(s) ds \quad (5)$$

采用数值积分可算出纤维所受的总力和总力矩。然后由牛顿定理和纤维三维转动方程

$$m \frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{J}_c \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}_c \boldsymbol{\omega} = \mathbf{L} \quad (6)$$

求纤维加速度和角加速度, 再用差分法算出下一时刻纤维的速度、角速度、位置和方向矢量

2 计算参数

为了与实验结果比较, 本文在计算时采用了 Bernstein 等^[6] 的实验参数, 管道半径为 0.019 m; 在计算纤维取向分布时, 流动的 Re 数也分别为 2 500, 5 000, 8 000, 10 000。计算中所取粒子的长径比 $\lambda = 10$ 、截面半径 $a = 5 \times 10^{-6}$ m 的玻璃纤维, 密度 $\rho = 2 \times 10^3$ kg/m³。

计算空间为三维, 初始时刻纤维轴线在空间内均匀分布, 故其轴线方向单位矢量在单位球面上均匀分布, 所以纤维偏角 θ 在 $0 \sim 90^\circ$ 范围内的分布函数 $f(\theta) = \sin \theta$ 。计算中如某个纤维碰到管道壁面, 则视此纤维粒子出界, 后续计算中不再考虑其运动。由于湍流的脉动, 在计算中势必有许多粒子将出界, 这样要得到稳定的统计规律, 就必须计算非常多的粒子, 因而导致很大的计算量。为了减少计算量也为了与实验比较, 本文初始时刻的纤维均匀分布在截面上距离管道中心线 0.005 m 的圆形范围内。这样减少了纤维粒子与管壁的接触, 从而可以减少计算部分粒子, 进而部分缓解计算量的压力。纤维的初始速度和角速度均为 0。

3 计算结果与讨论

3.1 湍流场简化模拟结果

图 3 给出了 $Re = 5 \times 10^5$ 时用简化模拟方法计算所得的管道截面上不同半径处 z 、 r 和 θ 的相对湍流强度与实验结果的比较。图中加标记的实线为 Laufer^[10] 所得的实验结果, 虚线和点划线为本文所得的相应的计算结果, 其中

$$u_z = \frac{\sqrt{u_z^2}}{U_{x, \max}}, \quad u_r = \frac{\sqrt{u_r^2}}{U_{x, \max}}, \quad u_\theta = \frac{\sqrt{u_\theta^2}}{U_{x, \max}}, \quad X_2 = 1 - \frac{r}{R}$$

从中可见计算结果在相对湍流度上反映了湍流特性: 越靠近管道中心线, 湍流的相对强度

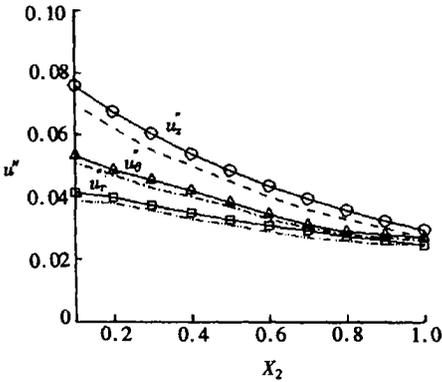


图 3 管道截面上的相对湍流强度分布

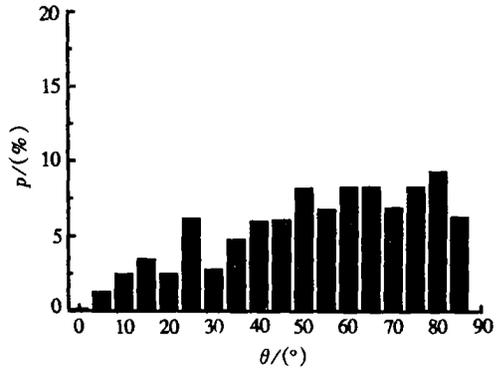


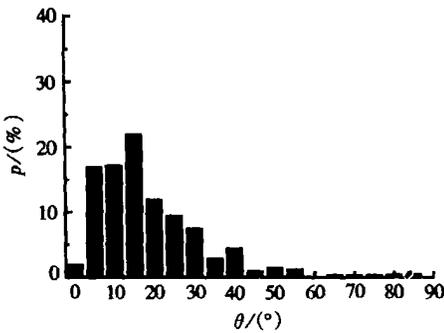
图 4 各向同性湍流场中纤维的偏角分布

越小,且逐渐接近 0.03 可见简化模拟结果所得到的湍流的宏观特性与实验结果定性一致,由此可以说明上述简化模拟的方法是可行的

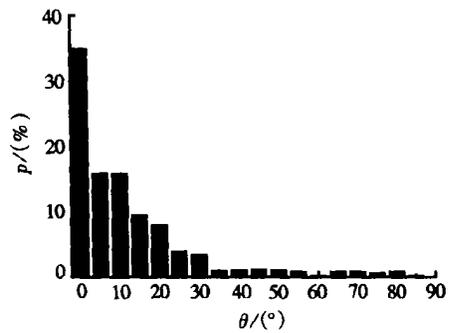
3.2 纤维取向分布

图 4 是纤维最终取向分布,此时流场中不存在占主导地位的物理量,脉动速度各向同性,纤维的平动和转动也各向同性,于是最终纤维轴线方向单位矢量也应该在单位球面上均匀分布 因此,与初始状态一样,此时纤维偏角 在 0 ~ 90 范围内的分布函数 $f(\theta) = \sin \theta$

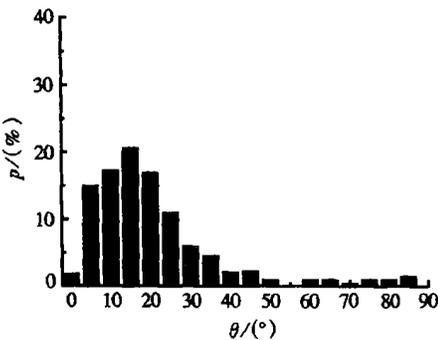
此后,再选取与 Bernstein^[6]的实验类似的流场参数进行计算,并将结果与实验比较,结果如图 5,图中左边为 Bernstein 实验结果,右边为计算结果 可见湍流对纤维偏角分布的影响从 $Re = 1\ 600$ 到 $2\ 500$,流场从层流变为湍流,而纤维粒子偏角的分布从明显集中于低角度转



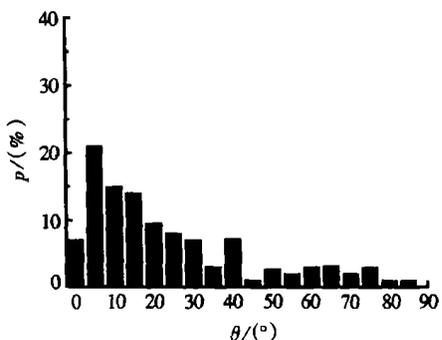
(a) $Re = 2\ 500$



(a) $Re = 2\ 500$



(b) $Re = 5\ 000$



(b) $Re = 5\ 000$

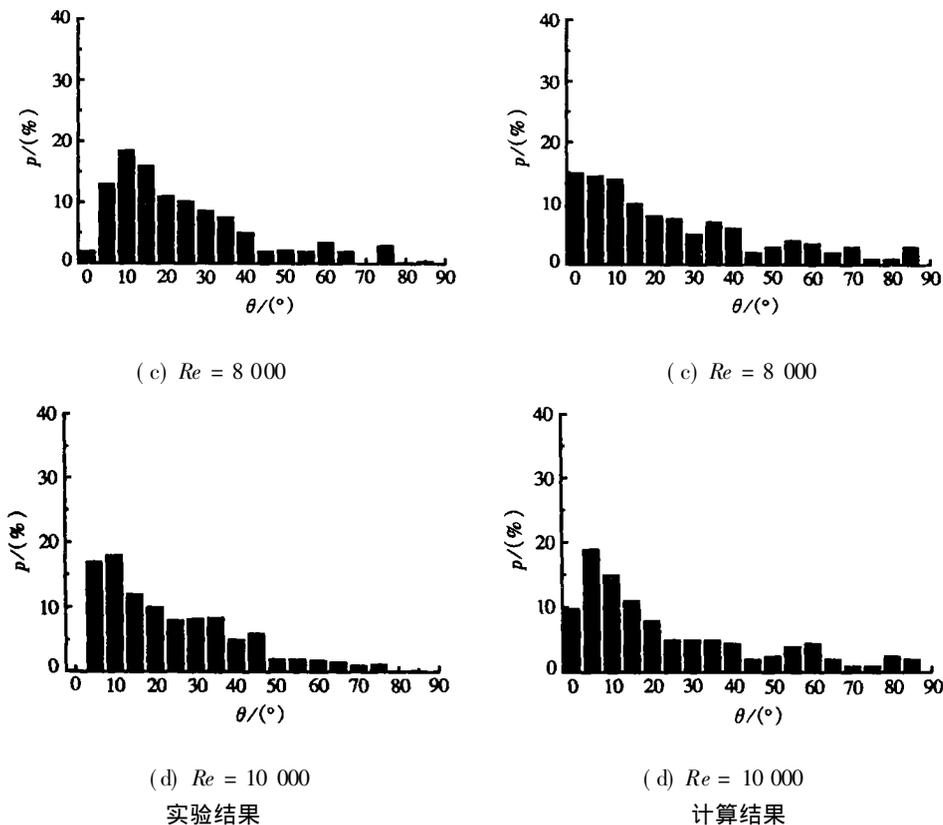
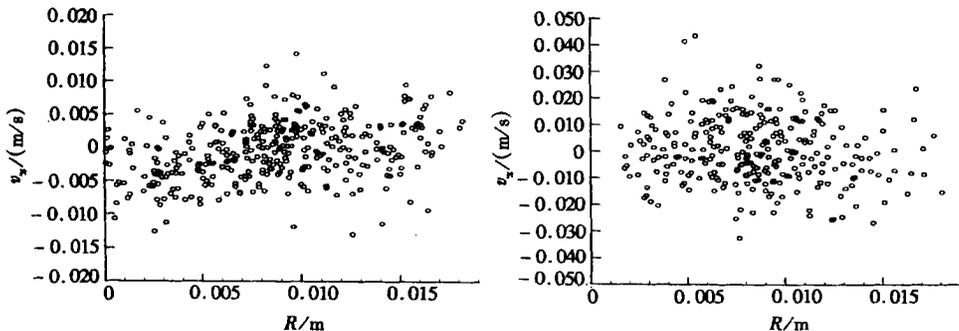


图5 管道湍流内纤维偏角分布之实验结果与计算结果

变为在 $0 \sim 90$ 范围内扩散。由于纤维的旋转由流场速度梯度所致, 湍流场中脉动速度产生的无规则的速度梯度导致纤维偏角分散, 即速度的拉伸方向的随机变化导致纤维转动不一致和不断变化, 从而使纤维有可能向各个方向旋转, 于是其偏角分布在 $0 \sim 90$ 的范围内分散。随着 Re 数增加, 各点速度梯度变得更为杂乱, 且强度增大, 于是纤维的转动也随之变得更加无序, 其偏角在 $0 \sim 90$ 范围的分布越来越均匀。

3.3 纤维的速度特征

图6是 Re 数为 2 500 和 8 000 时纤维在管道截面上的分布。可见在 x 和 y 方向(即管道截面上), 纤维速度在 0 附近脉动; 而在流向上, 纤维速度在流体平均速度附近脉动(z 向图中实



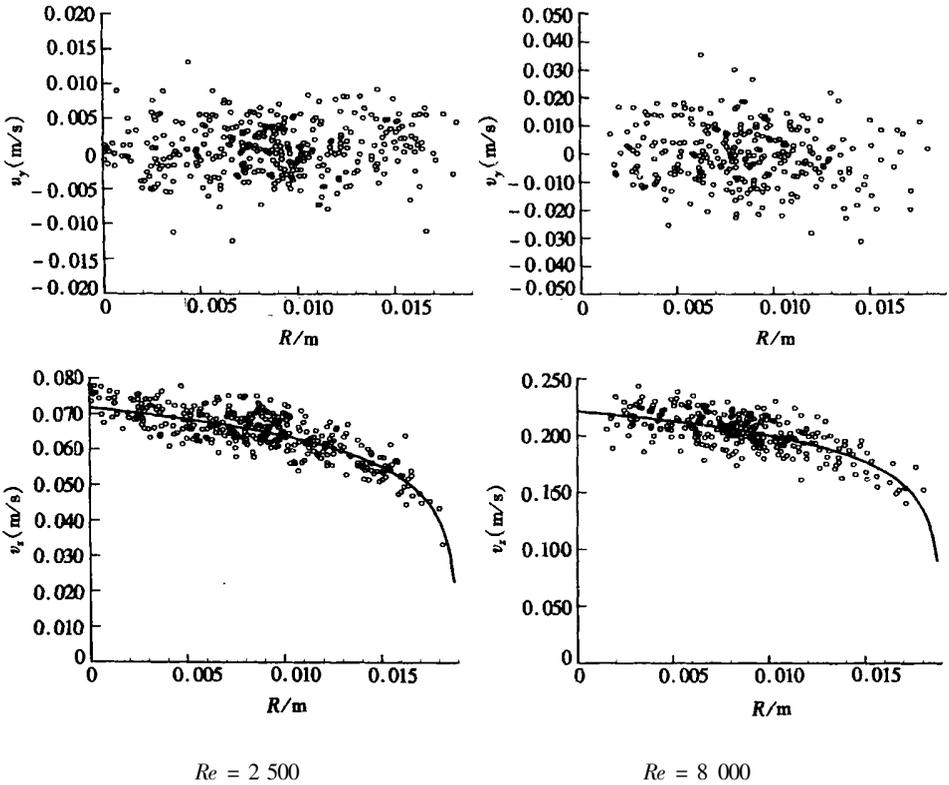


图 6 纤维粒子在管道内的速度和位置分布

线表示管流截面上流体的平均速度), 可见纤维的跟随性很好, 并且纤维脉动速度的范围随 Re 数的增加而增加

图 7 是纤维速度均方差和流场 Re 之间的关联 其中

$$u_x = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (u_{nx} - u_x)^2}{N}},$$

$$u_y = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (u_{ny} - u_y)^2}{N}},$$

$$u_z = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (u_{nz} - u_z)^2}{N}},$$

N 为纤维数目 由图可见随着 Re 增加, 纤维速度的均方差增加, 这意味着不同纤维之间的速度差异的增加, 即纤维速度脉动的增强 同时, 流向脉动明显强于截面方向上的脉动

3.4 纤维的转动速度特征

图 8 则给出了 $Re = 2500$ 和 8000 时纤维在管道截面上的位置以及转动速度分布 可见纤维的转动角速度在三个方向上都集中在 0 附近的某一个范围内, 且这个范围随 Re 数的增加而变大 显然, 随着 Re 数增大, 流体的脉动变得更加剧烈, 各流体点的速度梯度变化也随之

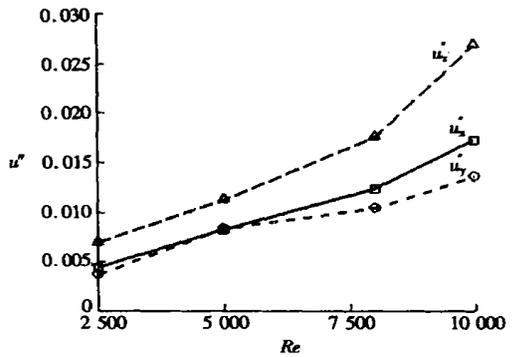


图 7 纤维速度均方差与 Re 数的关系

变得剧烈,从而导致纤维也发生越来越剧烈的转动 但由于这种脉动的速度梯度是随机的,故其仍然集中在 0 附近,于是纤维的转动角速度也集中在 0 附近

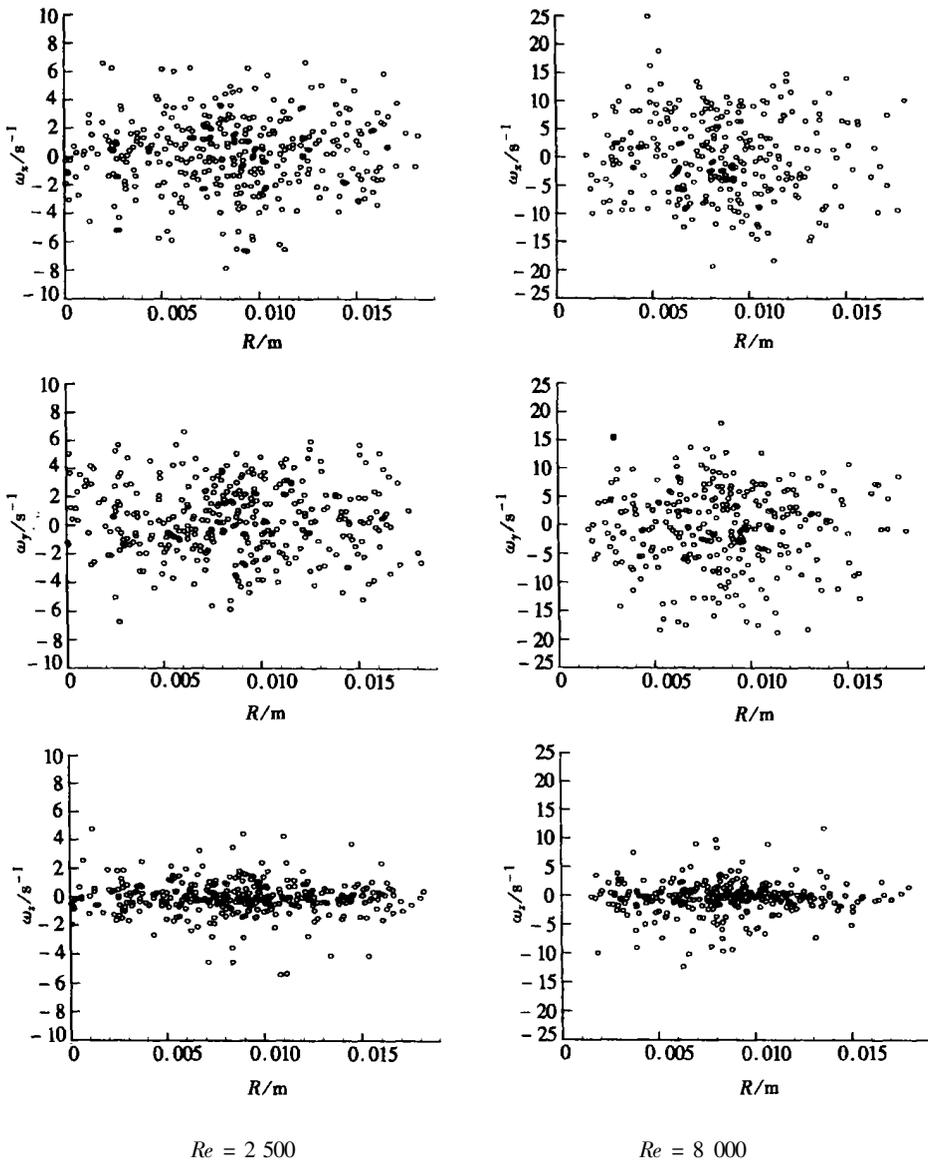


图 8 纤维粒子在管道内的角速度和位置分布

图 9 给出了纤维角速度均方差和流场 Re 之间的关联,其中

$$x = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\omega_{nx} - \bar{\omega}_x)^2}{N}}, \quad y = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\omega_{ny} - \bar{\omega}_y)^2}{N}}, \quad z = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\omega_{nz} - \bar{\omega}_z)^2}{N}}$$

与速度的结果类似,纤维角速度均方差随 Re 数的增加而明显增加,说明角速度脉动增强 由于管道内流向强度大于横向强度,即流向速度脉动强度大于横向,于是流向速度梯度脉动也强于横向 而流向速度梯度导致了纤维在 x 和 y 向的角速度,横向速度的梯度导致纤维在 z 向的角速度 于是纤维在 x 和 y 向的角速度变化程度要大于 z 向角速度变化程度,故大量纤维角速度在 x 和 y 向上的分布要广于 z 向 这一点从图 9 和 10 中可清晰看出

3.5 纤维位置分布

图 10 给出了不同雷诺数下纤维在管道截面上的位置分布。由图可以清晰地看出,随着雷诺数增加,逃离计算中心统计区域的纤维粒子越来越多,其在管道截面上的分布越来越广,说明在管道湍流内,雷诺数的增加加速了纤维位置上的扩散。

4 结 论

湍流的脉动导致了纤维偏角集中在低角度的趋势减小,并且随着雷诺数增加,脉动强度的增大,此趋势变得越来越不明显,即纤维偏角在 0 ~ 90 范围内分布越来越趋向于均匀。由于纤维的跟随性很好,纤维在湍流场中的速度保持了流体速度的特征:纤维粒子的速度在流场平均流附近脉动。而且纤维在三个方向的脉动保持和流体速度脉动一样的特征:流向的脉动强度大于横向。纤维粒子的转动也在 0 附近脉动,这是湍流场内的脉动速度梯度导致的结果。流体的流向脉动速度强度要强于横向,纤维粒子的转动脉动强度在流向上要小于横向,而雷诺数的增加同时又导致了纤维粒子在管道截面上位置扩散的加强。

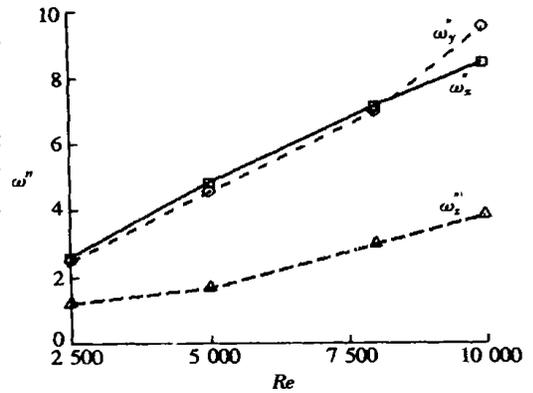
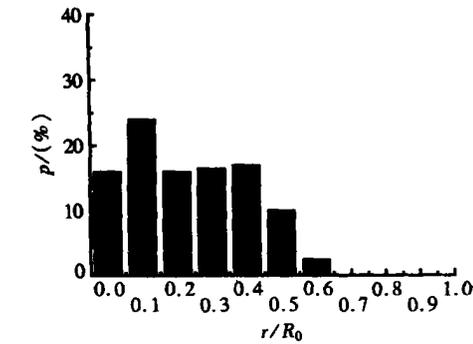
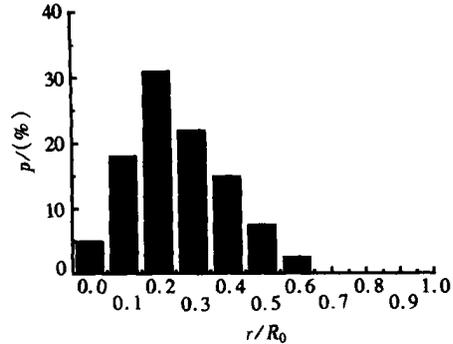


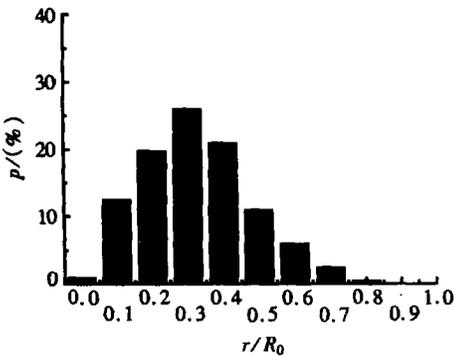
图 9 纤维角速度均方差与 Re 数的关系



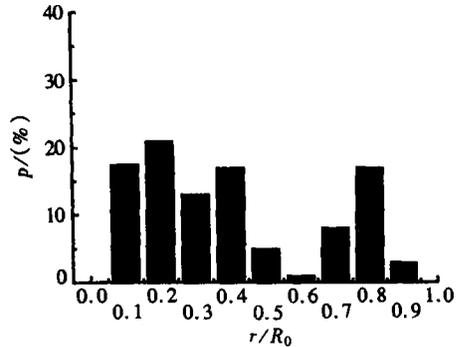
(a) Re = 2500



(b) Re = 5000



(c) Re = 8000



(d) Re = 10000

图 10 不同 Re 数时纤维粒子最终在管道截面上的位置分布

[参 考 文 献]

- [1] Batchelor G K. Slender_body theory for particles of arbitrary cross_section in Stokes flow[J]. J Fluid Mech, 1970, **44**(3): 419-440.
- [2] Leal L G, Hinch E J. The effect of weak Brownian rotations on particles in shear flow[J]. J Fluid Mech, 1971, **46**(4): 685-703.
- [3] 林建忠, 石兴, 邵雪明, 等. 纤维悬浮混合层中纤维取向与流场应力的研究[J]. 自然科学进展, 2002, **12**(4): 372-376.
- [4] 林建忠, 林江, 石兴. 两相流中柱状固粒对流体湍动特性影响的研究[J]. 应用数学和力学, 2002, **23**(5): 483-488.
- [5] LIN Jian_zhong, ZHANG Wei_feng, WANG Ye_long. Research on the orientation distribution of fibers immersed in a pipe flow[J]. Journal of Zhejiang University Science, 2002, **3**(5): 501-506.
- [6] Bernstein O, Shapiro M. Direct determination of the orientation distribution function of cylindrical particles immersed in laminar and turbulent flow[J]. J Aerosol Sci, 1994, **25**(1): 113-136.
- [7] Olson J A. The motion of fibres in turbulent flow, stochastic simulation of isotropic homogeneous turbulence[J]. Int J Multiphase Flow, 2001, **27**: 2083-2103.
- [8] WANG Lian_ping, Stock D E. Numerical simulation of heavy particle dispersion_scale ratio and flow decay considerations[J]. J Fluids Eng Trans ASME, 1994, **116**: 154-163.
- [9] Fung J C H, Hunt J C R, Malik N A, et al. Kinematic simulation of homogeneous turbulence by unsteady random Fourier modes[J]. J Fluid Mech, 1992, **236**: 281-318.
- [10] Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow[J]. Natl Advisory Comm Aeronaut Tech Repts, 1954, **1174**: 417-434.
- [11] Mackaplow M B, Shaqfeh E S G. A numerical study of the sedimentation of fibre suspension[J]. J Fluid Mech, 1998, **376**: 149-182.

Research on the Motion of Particles in the Turbulent Pipe Flow of Fiber Suspensions

ZHANG Wei_feng, LIN Jian_zhong

(Department of Mechanics, State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, P. R. China)

Abstract: The motion of fibers in turbulent pipe flow was simulated by 3_D integral method based on the slender body theory and simplified model of turbulence. The orientation distribution of fibers in the computational area for different Re numbers was computed. The results which were consistent with the experimental ones show that the fluctuation velocity of turbulence cause fibers to orient randomly. The orientation distributions become broader as the Re number increases. Then the fluctuation velocity and angular velocity of fibers were obtained. Both are affected by the fluctuation velocity of turbulence. The fluctuation velocity intensity of fiber is stronger at longitudinal than at lateral, while it was opposite for the fluctuation angular velocity intensity of fibers. Finally, the spatial distribution of fiber was given. It is obvious that the fiber dispersion is strengthened with the increase of Re numbers.

Key words: fiber suspension; numerical simulation; pipe flow; turbulent; orientation