

文章编号: 1000-0887(2004) 07\_0686\_09

# 地形构造中地震波传播的 非对称交错网格模拟

孙卫涛<sup>1,2</sup>, 杨慧珠<sup>1</sup>

(1. 清华大学 工程力学系, 北京 100084;

2. 清华大学 计算机系, 北京 100084)

(我刊原编委杨桂通推荐)

**摘要:** 提出了一种新的三维空间对称交错网格差分方法, 模拟地形构造中弹性波传播过程。通过具有二阶时间精度和四阶空间精度的不规则网格差分算子用来近似一阶弹性波动方程, 引入附加差分公式解决非均匀交错网格的不对称问题。该方法无需在精细网格和粗糙网格间进行插值, 所有网格点上的计算在同一次空间迭代中完成。使用精细不规则网格处理海底粗糙界面、断层和空间界面等复杂几何构造。理论分析和数值算例表明, 该方法不但节省了大量内存和计算时间, 而且具有令人满意的稳定性和精度。在模拟地形构造中地震波传播时, 该方法比常规方法效率更高。

**关键词:** 有限差分; 非对称交错网格; 地震波

**中图分类号:** P631.414 **文献标识码:** A

## 引 言

有限差分方法是求解双曲型偏微分方程的最常用方法之一。地震波正演模拟中有限差分方法的早期研究见于 Alterman<sup>[1]</sup>, Kelly<sup>[2]</sup>, Virieux<sup>[3,4]</sup> 等学者的著作。这些工作全部基于笛卡儿坐标系中的规则网格。用普通网格模拟曲线界面时出现阶梯状边界, 在地形构造模型中产生虚假绕射波。另外, 局部物理参数的变化也会要求加密整个模型网格, 导致计算量的大大增加。

G. H. Shortley<sup>[5]</sup> 首先研究了 Laplace 方程中的不规则网格有限差分方法, Jastram 和 Tessmer<sup>[6]</sup>, Falk<sup>[7]</sup> 等给出了交错网格上的不规则网格差分方法, Tessmer<sup>[8]</sup>, Hestholm 和 Ruud<sup>[9]</sup> 变形的矩形网格模拟曲线边界, Ivo Oprsal<sup>[10]</sup> 研究了非均匀介质中的不规则网格差分方法。Moezo<sup>[11]</sup>, Pitarka<sup>[12]</sup> 给出了不规则网格差分的其他方法。Sun<sup>[13,14]</sup> 提出了各向异性和非均匀介质模型的笛卡儿坐标系不规则网格方法。尽管这些方法很好的解决了阶梯状边界问题, 但是在非均匀交错网格的不对称节附近仍然存在虚假反射波。本文给出了一种非均匀交错网格有限

收稿日期: 2002\_10\_25; 修订日期: 2004\_03\_25

基金项目: CNPC\_清华大学基金资助项目(2002CXKF-4)

作者简介: 孙卫涛(1975), 男, 河南安阳人, 博士(联系人。Tel: + 86\_10\_62795215, + 86\_10\_62783149, Fax: + 86\_10\_62781824; E\_mail: sunwt@tsinghua.edu.cn)。

差分方法, 非对称节点附近的波场由附加差分公式计算, 完全消除了虚假绕射波 这种方法简单易行而且占用内存少, 计算量小 文中推导出的有限差分方程具有一般形式, 其特殊情况的简化形式与前人研究结果完全吻合 差分格式的频散分析表明, 该方法需要的网格数很少, 但是稳定条件要求更加严格

### 1 理论公式

笛卡儿坐标系弹性波动方程速度- 应力公式为:

$$\begin{cases} \frac{v_x}{t} = \frac{xx}{x} + \frac{xy}{y} + \frac{xz}{z}, \\ \frac{v_y}{t} = \frac{xy}{x} + \frac{yy}{y} + \frac{yz}{z}, \\ \frac{v_z}{t} = \frac{xz}{x} + \frac{yz}{y} + \frac{zz}{z}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{xx}{t} = (\lambda + 2\mu) \frac{v_x}{x} + \mu \frac{v_y}{y} + \mu \frac{v_z}{z}, \\ \frac{yy}{t} = \mu \frac{v_x}{x} + (\lambda + 2\mu) \frac{v_y}{y} + \mu \frac{v_z}{z}, \\ \frac{zz}{t} = \mu \frac{v_x}{x} + \mu \frac{v_y}{y} + (\lambda + 2\mu) \frac{v_z}{z}, \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{xy}{t} = \left( \frac{v_x}{y} + \frac{v_y}{x} \right), \quad \frac{xz}{t} = \left( \frac{v_x}{z} + \frac{v_z}{x} \right), \quad \frac{yz}{t} = \left( \frac{v_y}{z} + \frac{v_z}{y} \right) \quad (3)$$

在不规则交错网格上离散一阶偏微分算子, 交错网格示意图见图 1,

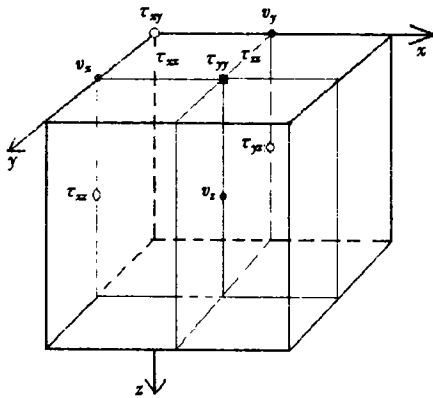


图 1 交错网格有限差分示意图

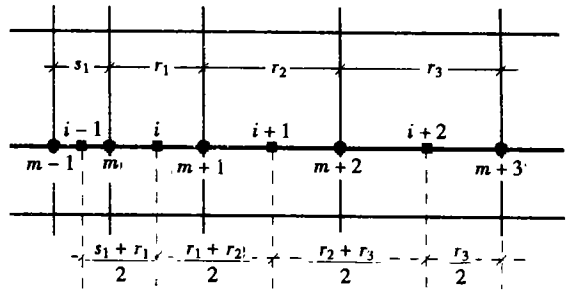


图 2 不对称交错网格有限差分示意图

笛卡儿坐标轴上相关节点见图 2 它们之间的间距分别是  $s_1, r_1, r_2$

$$s_1 = x_m - x_{m-1}, \quad r_1 = x_{m+1} - x_m, \quad r_2 = x_{m+2} - x_{m+1}, \quad r_3 = x_{m+3} - x_{m+2}, \quad (4)$$

节点  $m$  和  $m+1$  中点命名为节点  $i$  节点  $m-1, m, m+1, m+2$  处的波场值写成级数形式:

$$m-1 = i - \frac{1}{x} \left( \frac{r_1}{2} + s_1 \right) + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( \frac{r_1}{2} + s_1 \right)^2 - \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( \frac{r_1}{2} + s_1 \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( \frac{r_1}{2} + s_1 \right)^4 + \dots, \quad (5)$$

$$m = i - \frac{r_1}{x} + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^2 - \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^4 + \dots, \quad (6)$$

$$m+1 = i + \frac{r_1}{x} \frac{1}{2} + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^2 + \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^4 + \dots, \quad (7)$$

$$m+2 = i + \frac{r_1}{x} \left( \frac{r_1}{2} + r_2 \right) + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( \frac{r_1}{2} + r_2 \right)^2 + \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( \frac{r_1}{2} + r_2 \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( \frac{r_1}{2} + r_2 \right)^4 + \dots, \quad (8)$$

由上述方程可知,  $\frac{1}{x}$  能够表示成  $i$  的线性组合:

$$\frac{1}{x} = c_1 m+1 - c_2 m + c_3 m+2 - c_4 m-1, \quad (9)$$

式中  $c_1 = \frac{1}{4} \frac{r_1^2 + 4r_1r_2 + 4s_1r_2}{r_1r_2(r_1 + s_1)}, c_2 = \frac{1}{4} \frac{r_1^2 + 4r_1s_1 + 4r_2s_1}{r_1s_1(r_1 + r_2)},$  (10)

$$c_3 = -\frac{1}{4} \frac{r_1^2}{r_2(r_1 + r_2)(r_1 + r_2 + s_1)}, c_4 = -\frac{1}{4} \frac{r_1^2}{s_1(r_1 + s_1)(r_1 + r_2 + s_1)} \quad (11)$$

对于规则网格有限差分方法 ( $s_1 = r_1 = r_2 = r_3$ ), 由节点  $m-1, m, m+1, m+2$  导出上述公式, 对节点  $i-1, i, i+1, i+2$  的波场模拟仍然有效 但是非均匀交错网格有限差分方法中该结论不成立, 节点  $m+1$  不再是线段  $(i, i+1)$  的中点 因此必须推导附加有限差分公式

$$i-1 = m+1 - \frac{r_1}{x} \left( r_1 + \frac{s_1}{2} \right) + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( r_1 + \frac{s_1}{2} \right)^2 - \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( r_1 + \frac{s_1}{2} \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( r_1 + \frac{s_1}{2} \right)^4 + \dots, \quad (12)$$

$$i = m+1 - \frac{r_1}{x} \frac{1}{2} + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^2 - \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( \frac{r_1}{2} \right)^4 + \dots, \quad (13)$$

$$i+1 = m+1 + \frac{r_2}{x} \frac{1}{2} + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( \frac{r_2}{2} \right)^2 + \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( \frac{r_2}{2} \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( \frac{r_2}{2} \right)^4 + \dots, \quad (14)$$

$$i+2 = m+1 + \frac{r_2}{x} \left( r_2 + \frac{r_3}{2} \right) + \frac{2}{x^2} \frac{1}{2!} \left( r_2 + \frac{r_3}{2} \right)^2 + \frac{3}{x^3} \frac{1}{3!} \left( r_2 + \frac{r_3}{2} \right)^3 + \frac{4}{x^4} \frac{1}{4!} \left( r_2 + \frac{r_3}{2} \right)^4 + \dots, \quad (15)$$

由上述方程可知,  $\frac{1}{x}$  能够表示成节点  $i-1, i, i+1, i+2$  上波场 的线性组合:

$$\frac{1}{x} \Big|_{m+1} = c_1 i+1 - c_2 i + c_3 i+2 - c_4 i-1, \quad (16)$$

式中  $c_1 = 2 \frac{4r_1r_2 + 2r_1r_3 - 2r_1s_1 - r_1^2 + 4s_1r_2 + 2s_1r_3}{(r_2 + r_3)(r_2 + 2s_1 + r_1)(r_1 + r_2)},$  (17)

$$c_2 = -\frac{6s_1r_2 + 3r_1r_2 + 2s_1r_3 + r_1r_3 - 2r_2^2 - r_3r_2}{(r_1 + 2r_2 + r_3)(r_1 + r_2)s_1}, \quad (18)$$

$$c_3 = 2 \frac{-2r_1r_2 + 2r_1s_1 + r_1^2 - 2s_1r_2}{(2r_2 + r_3 + 2s_1 + r_1)(r_2 + r_3)(r_1 + 2r_2 + r_3)}, \quad (19)$$

$$c_4 = \frac{3r_1r_2 + r_1r_3 - 2r_2^2 - r_3r_2}{(2r_2 + r_3 + 2s_1 + r_1)(r_1 + 2s_2 + r_2)s_1} \quad (20)$$

同理, 容易得到  $\frac{1}{y}$  和  $\frac{1}{z}$  如果是规则网格 ( $r_1 = r_2 = s_1 = x$ ), 则

$$\frac{1}{x} = \frac{9}{8} \frac{(m+1-m)}{x} - \frac{1}{24} \frac{(m+2-m-1)}{x} \tag{21}$$

这是 Levander<sup>[15]</sup> (1988) 给出的规则网格四阶向前差分算子 本文提出了具有更一般形式的不规则网格公式, 模拟弹性波传播问题

时间一阶导数差分算子定义为:

$$\frac{j}{m, n, l} - \frac{j+1}{m, n, l} - \frac{j}{m, n, l} \tag{22}$$

## 2 频散和稳定性分析

本节对差分格式进行频散分析, 考虑平面波  $\exp[i(t - k_x x - k_y y - k_z z)]$ , 传播方向与  $x, y, z$  坐标轴成  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  夹角 这些角度可以表示成  $\cos \alpha_1 = k_x / |k|, \cos \alpha_2 = k_y / |k|$  和  $\cos \alpha_3 = k_z / |k|$ , 其中  $k = (k_x, k_y, k_z)$  波数 P 波频散关系式为:

$$\left(-\frac{n}{t}\right)^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \tag{23}$$

这里  $n$  为圆频率,  $c$  为 P 速度  $n/t$  一阶时间导数  $n/t$  近似为交错网格上的二阶中心差分, 数值圆频率表示为:

$$n = \frac{2}{t} \sin\left(\frac{t}{2}\right) \tag{24}$$

一阶空间导数近似为交错网格上的四阶中心差分, 因而波数  $k_x, k_y, k_z$  近似为  $k_{xn}, k_{yn}, k_{zn}$ ,

$$k_{xn} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{r_1}{2} k_x\right) + \frac{2}{3} \sin\left(\frac{r_1}{2} k_x\right) + \frac{3}{4} \sin\left(\left(\frac{r_1}{2} + r_2\right) k_x\right) + \frac{4}{5} \sin\left(\left(\frac{r_1}{2} + s_1\right) k_x\right), \tag{25}$$

$$k_{yn} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{r_1}{2} k_y\right) + \frac{2}{3} \sin\left(\frac{r_1}{2} k_y\right) + \frac{3}{4} \sin\left(\left(\frac{r_1}{2} + r_2\right) k_y\right) + \frac{4}{5} \sin\left(\left(\frac{r_1}{2} + s_1\right) k_y\right), \tag{26}$$

$$k_{zn} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{r_1}{2} k_z\right) + \frac{2}{3} \sin\left(\frac{r_1}{2} k_z\right) + \frac{3}{4} \sin\left(\left(\frac{r_1}{2} + r_2\right) k_z\right) + \frac{4}{5} \sin\left(\left(\frac{r_1}{2} + s_1\right) k_z\right) \tag{27}$$

容易看出:

$$\lim_{t \rightarrow 0} n = \tag{28}$$

$$s_1 \lim_{r_1 \rightarrow 0} \lim_{r_2 \rightarrow 0} k_{xn} = \left[ \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \left(\frac{r_1}{2} + r_2\right) + \frac{4}{5} \left(\frac{r_1}{2} + s_1\right) \right] k_x = k_x, \tag{29}$$

$$s_1 \lim_{r_1 \rightarrow 0} \lim_{r_2 \rightarrow 0} k_{yn} = \left[ \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \left(\frac{r_1}{2} + r_2\right) + \frac{4}{5} \left(\frac{r_1}{2} + s_1\right) \right] k_y = k_y, \tag{30}$$

$$s_1 \lim_{r_1 \rightarrow 0} \lim_{r_2 \rightarrow 0} k_{zn} = \left[ \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \left(\frac{r_1}{2} + r_2\right) + \frac{4}{5} \left(\frac{r_1}{2} + s_1\right) \right] k_z = k_z \tag{31}$$

因此, P 波数值频散关系式表示为:

$$\left(-\frac{n}{t}\right)^2 = k_{xn}^2 + k_{yn}^2 + k_{zn}^2 \tag{32}$$

该方程对非对称交错网格差分公式也成立 引进无量纲量  $\xi$  和  $H_i$ :

$$x = A \frac{\xi t}{\xi_x}, \quad y = A \frac{\xi t}{\xi_y}, \quad z = A \frac{\xi t}{\xi_z} \tag{33}$$

$$H_x = A \frac{\$x}{K_X}, H_y = A \frac{\$y}{K_X}, H_z = A \frac{\$z}{K_X} \tag{34}$$

这里  $\$x, \$y, \$z$  是  $x, y, z$  坐标方向出现的最小空间步长,  $K_X$  是波长 #  $N$  为控制数值频散,  $H$  为控制单位波长内网格点数 # 为了简化推导, 这里设  $s_{1i} = r_{1i} = r_{2i} = \$i (i = x, y, z)$ , 将  $N$  和  $H_i$  代入数值频散关系式, 经过整理后得到 P 波数值速度与真实速度之比:

$$q_P = \frac{1}{NH_{xP}} \arcsin(\sqrt{N_x^2 A_x^2 + N_y^2 A_y^2 + N_z^2 A_z^2}), \tag{35}$$

$$A_x = \frac{9}{8} \# \sin(PH_x \cos C_1) - \frac{1}{24} \# \sin(3PH_x \cos C_1), \tag{36}$$

$$A_y = \frac{9}{8} \# \sin(PH_y \cos C_2) - \frac{1}{24} \# \sin(3PH_y \cos C_2), \tag{37}$$

$$A_z = \frac{9}{8} \# \sin(PH_z \cos C_3) - \frac{1}{24} \# \sin(3PH_z \cos C_3) \# \tag{38}$$

同理, 得到 S 波数值速度与真实速度之比:

$$q_S = \frac{A}{B} \frac{1}{NH_{xP}} \arcsin\left[\frac{B}{A} \sqrt{N_x^2 A_x^2 + N_y^2 A_y^2 + N_z^2 A_z^2}\right], \tag{39}$$

其中  $B$  为 S 波速度 # 设  $H_x = H_y$ , 由于离散化引起的 P 波和 S 波可速度频散曲面见图 3 和图 4 #

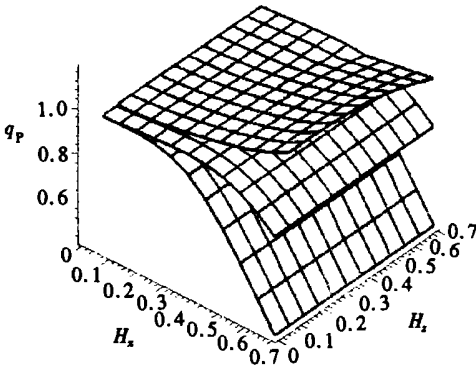


图 3 四阶有限差分 P 波频散曲面(空间角从下往上依次为(0, 90, 90), (45, 45, 90), (54.7, 54.7, 54.7))

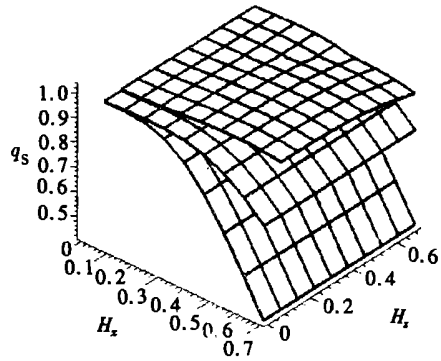


图 4 四阶有限差分 S 波频散曲面(空间角从下往上依次为(0, 90, 90), (45, 45, 90), (54.7, 54.7, 54.7))  
A = 2 000 m/s, B = 1 500 m/s)

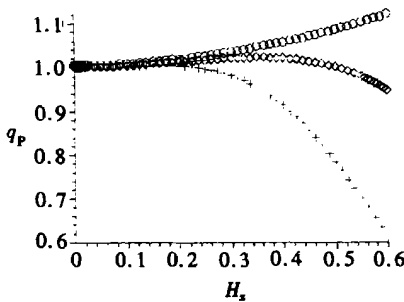


图 5 四阶有限差分 P 波频散曲线 ( $H_z = 0.001$ )

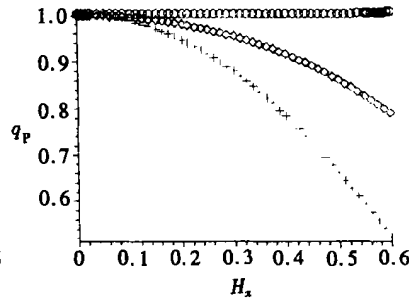


图 6 二阶有限差分 P 波频散曲线 ( $H_z = 0.001$ )

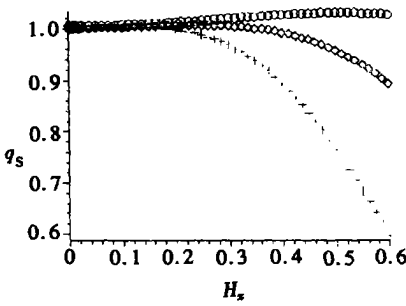


图7 四阶有限差分S波频散曲线  
( $H_z = 0.001$ )

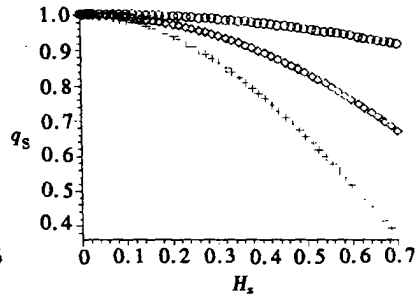


图8 二阶有限差分S波频散曲线  
( $H_z = 0.001$ )

考虑三个方向上的传播: ( $C_1 = 0b, C_2 = 90b, C_3 = 90b$ ), ( $C_1 = 45b, C_2 = 45b, C_3 = 90b$ ), ( $C_1 = 54.7b, C_2 = 54.7b, C_3 = 54.7b$ )# 对于P波和S波,四阶不规则网格有限差分格式的频散比二阶差分格式 ( $G_1 = G_2 = 1, G_3 = G_4 = 0$ )小得多(见图5~图8),单位波长内需要的网格从10个降低到5个# 对于不规则网格有限差分格式,由于某方向网格尺寸增大引起的频散效应,可以通过调整其他方向网格尺寸得到弱化# 从频散分析还可以得到该差分格式的稳定性条件,令P波频散关系式中  $\arcsin$  项的自变量小于1,得到:

$$\Delta t < \frac{1}{A \sqrt{\frac{9}{8} + \frac{1}{24}} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (40)$$

令  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ , 得到 Levander<sup>[15]</sup>(1988)、Virieux<sup>[4]</sup>(1986)的结果#

### 3 吸收边界条件

弹性波传播问题的吸收边界条件表示为(Higdon1986)<sup>[16]</sup>

$$B = \sum_{j=1}^m \left[ g_j \frac{\partial}{\partial t} - A \frac{\partial}{\partial x_j} \right] \# \quad (41)$$

本文不规则网格有限差分吸收边界条件写成差分算子形式:

$$D_k(E_x, E_t^{-1}) = \sum_{j=1}^m \left\{ g_j \left[ \frac{I - E_t^{-1}}{\Delta t} \right] [(1-a)I + aE_x] - A \left[ \frac{E_x - I}{\Delta x_k} \right] [(1-b)I + bE_t^{-1}] \right\}, \quad (42)$$

其中  $\Delta x_k$  边界上第  $k$  个不规则网格  $x$  方向空间步长,空间  $x$  方向和时间  $t$  的向前差分算子为:

$$E_{f_{m,n,k}}^i = f_{m+1,n,k}^i, \quad E_{f_{m,n,k}}^i = f_{m,n,k}^{i+1} \quad (43)$$

参数  $a$  和  $b$  表示空间\_时间的加权平均系数#

### 4 算 例

考察具有断层的粗糙海底模型(如图9)# 模型尺寸为1000m@1000m,在(500m,200m)处放置一个高斯爆炸震源,震源中心频率为20Hz,时间步长为0.00025s# 接收器阵列位于200m深处,在  $x$  方向上50m至950m之间# 对不规则网格合成记录和计算时间与规则网格作比较(图10~图14),已经消除这些地震记录的直达波# 规则网格的空间步长分别为10m、4m、2m# 当规则网格不断加密时,地震剖面上的非物理绕射波逐渐消失,但是,计算时间也急

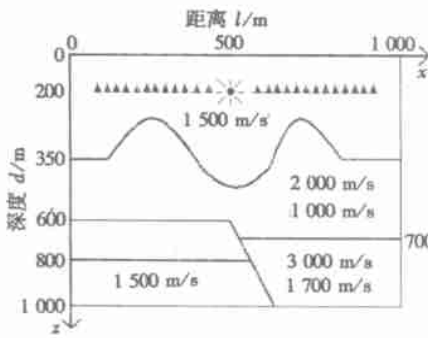


图9 有断层粗糙海底界面模型

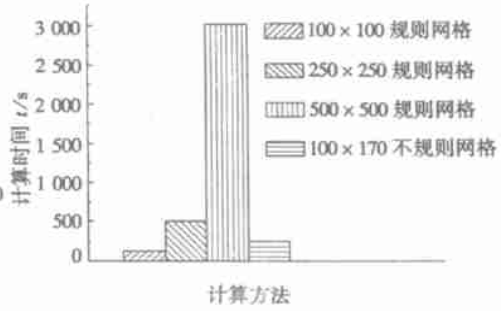


图10 计算时间对比图

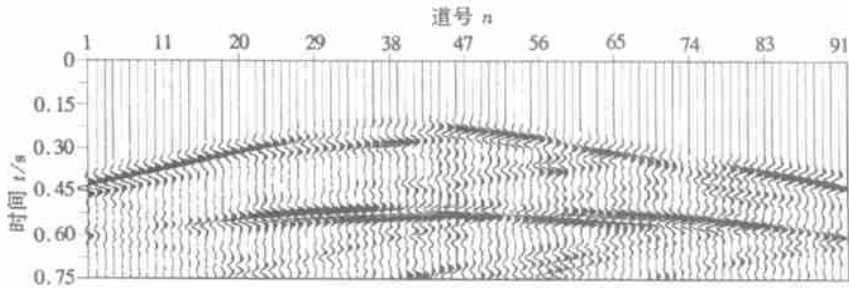


图11 100@170 不规则网格有限差分合成地震记录(无直达波)

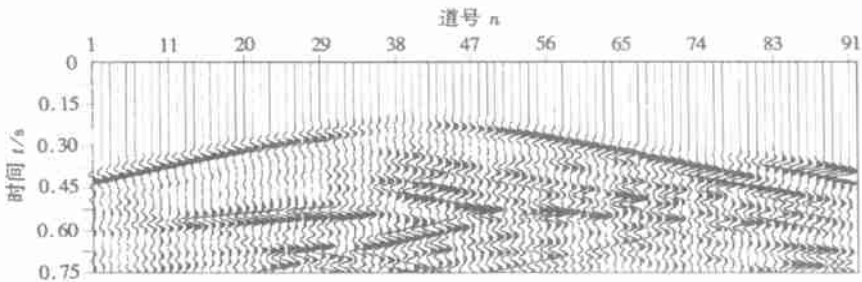


图12 100@100 规则网格有限差分合成地震记录(无直达波)

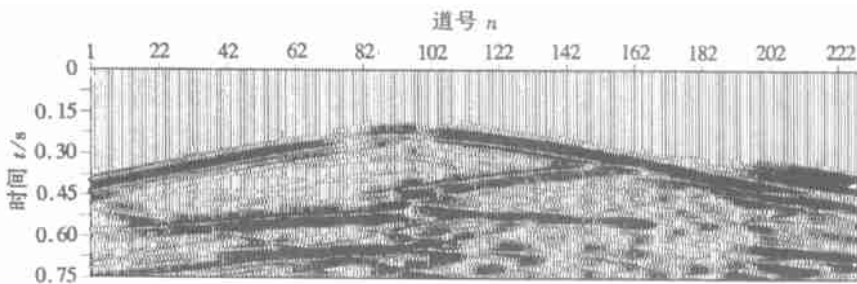


图13 250@250 规则网格有限差分合成地震记录(无直达波)

剧增加# 在粗糙界面和断层附近使用空间步长为 2.5 m 的不规则网格后, 100 @170 不规则网格点得到的合成记录, 比 250 @250 规则网格点得到的合成记录还要精确# 然而, 计算时间只是规则网格的一半左右# 模拟包含曲线界面模型中地震波的传播时, 相同精度情况下, 不规则网格方法需要的网格点数远远少于不规则网格方法, 降低了计算量, 因此, 处理更大规则模型

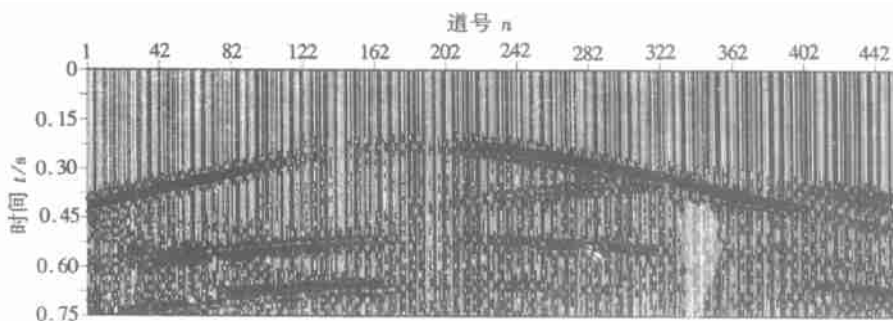


图 14 500@500 规则网格有限差分合成地震记录(无直达波)

的能力大大增强#

## 5 结 论

本文提出了一种空间不规则网格有限差分方法,模拟地震波在复杂几何构造弹性介质中的传播# 通过引入附加差分方程的方法,解决了不均匀交错网格产生的非对称性问题# 该方法无需坐标变换或者粗细网格之间的插值,比规则网格有限差分方法占用内存少,大大降低了计算量,适合模拟弹性常数、密度以及几何构造剧烈变化的模型# 理论分析和数值算例表明,该方法具有良好的稳定性和精度,向非结构网格差分方法的推广将在以后工作中讨论#

致谢 感谢中国石油天然气集团公司(CNPC)对弹性波理论和有限差分方法发展的支持,本文在方法研究和数值计算等方面得到了 CNPC\_清华大学基金 2002CXKF\_4 资助#

### [参 考 文 献]

- [1] Alterman Z, Karal F C Jr. Propagation of elastic waves in layered media by finite difference methods [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1968, 58(1): 367-398.
- [2] Kelly K R, Ward R W, Treiter S, et al. Synthetic seismograms, a finite difference approach [J]. Geophysics, 1976, 41(1): 2-27.
- [3] Virieux J. SH-wave propagation in heterogeneous media: velocity\_stress finite\_difference method [J]. Geophysics, 1984, 49(11): 1933-1942.
- [4] Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media. velocity\_stress finite\_difference method [J]. Geophysics, 1986, 51(4): 889-901.
- [5] Shortley G H, Weller R. Numerical solution of Laplace's equation [J]. J Appl Phys, 1938, 9(5): 334-348.
- [6] Jastram C, Tessmer E. Elastic modeling on a grid with vertically varying spacing [J]. Geophys Prosp, 1994, 42(2): 357-370.
- [7] Falk J, Tessmer E, Cajewski D. Tube wave modeling by the finite\_differences method with varying grid spacing [J]. Pure Appl Geophys, 1996, 148(3): 77-93.
- [8] Tessmer E, Kosloff D, Behle A. Elastic wave propagation simulation in the presence surface topography [J]. Geophys J Internat, 1992, 108(2): 621-632.
- [9] Hestholm S O, Ruud B O. 2-D finite\_difference elastic wave modeling including surface topography [J]. Geophys Prosp, 1994, 42(2): 371-390.
- [10] Oprsal I, Jiri Zahradnik. Elastic finite\_difference method for irregular grids [J]. Geophysics, 1999, 64(1): 240-250.



- [11] Moczo P. Finite\_difference technique for SH\_waves in 2\_D media using irregular grids) application to the seismic response problem[J]. Geophys J Internat, 1989, 99(1): 321) 329.
- [12] Pitarka A. 3D elastic finite\_difference modeling of seismic motion using staggered grids with nonuniform spacing[J]. Bull Seism Soc Am, 1999, 89(1): 54) 68.
- [13] SUN Wei\_tao, YANG Hui\_zhu. Elastic wavefield calculation for heterogeneous anisotropic porous media using the 3\_D irregular\_grid finite\_difference[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2003, 16(4): 283) 299.
- [14] 孙卫涛, 杨慧珠. 各向异性介质弹性波传播的三维不规则网格有限差分方法[J]. 地球物理学报, 2004, 47(2): 332) 337.
- [15] Levander A R. Fourth\_order finite\_difference P\_SV seismograms[J]. Geophysics, 1988, 53(11): 1425) 1436.
- [16] Higdon R L. Absorbing boundary conditions for difference approximations to the multi\_dimensional wave equation[J]. Mathematics of Computation, 1986, 47(141): 437) 459.

S i m u l a t i o n   S e i s m i c   W a v e   P r o p a g a t i o n   i n   T o p o g r a p h i c  
S t r u c t u r e s   U s i n g   A s y m m e t r i c   S t a g g e r e d   G r i d s

SUN Wei\_tao<sup>1,2</sup>,   YANG Hui\_zhu<sup>1</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University,  
Beijing 100084, P. R. China;

(2. Department of Computer Science & Technology, Tsinghua University,  
Beijing 100084, P. R. China)

Abstract: A new 3D finite\_difference (FD) method of spatially asymmetric staggered grids was presented to simulate elastic wave propagation in topographic structures. The method approximated the first\_order elastic wave equations by irregular grids finite difference operator with second\_order time precise and fourth\_order spatial precise. Additional introduced finite difference formula solved the asymmetric problem arisen in non\_uniform staggered grid scheme. The method had no interpolation between the fine and coarse grids. All grids were computed at the same spatial iteration. Complicated geometrical structures like rough submarine interface, fault and nonplanar interfaces were treated with fine irregular grids. Theoretical analysis and numerical simulations show that this method saves considerable memory and computing time, at the same time, has satisfactory stability and accuracy.

Key words: finite difference; asymmetric staggered grid; seismic wave