

加肋双曲冷却塔的非线性稳定分析*

李龙元 卢文达

(上海市应用数学和力学研究所, 1987年12月12日收到)

摘 要

本文采用有限元数值分析方法对土木工程中的大型钢筋混凝土双曲冷却塔壳的非线性稳定问题作了具体的数值计算。文中为了讨论双曲塔壳在屈曲后的特性, 采用了将普通的载荷增量迭代法与改进的R. C.弧长法相结合的混合算法。为了与实际工程相符合, 文中除了将钢筋混凝土当作非均匀体以外, 还考虑了塔自重、底部的离散支承、及环向加肋等因素的影响。

一、引 言

钢筋混凝土双曲冷却塔是火力发电厂的主要建筑结构之一。随着电厂发电机组容量的增大, 双曲冷却塔壳相应的高度、喉部直径也必需同时增大。因此, 对于这样一个受有轴对称自重、及非轴对称风载荷作用下的大型壳体结构, 它的稳定性研究是非常重要的。可是, 由于种种其它的原因, 有关双曲冷却塔壳的稳定性研究, 尤其是非线性稳定的研究, 在过去很少受到人们的重视和注意。

最近几年由于高速电子计算机的诞生和发展, 有不少学者开始对双曲冷却塔壳的稳定性发生了兴趣。例如, 文献[1~4, 6, 7]分别计算了具有各种尺寸、各种不同边界条件和各种载荷作用下的双曲冷却塔壳的失稳临界载荷。文献[5]还给出了双曲冷却塔的风洞试验结果。

在本文, 我们采用有限元数值方法对钢筋混凝土双曲冷却塔的非线性稳定问题作了具体分析。为了进行冷却塔在失稳后的后屈曲分析, 文中采用了将普通的载荷增量迭代法与改进的R-C弧长法相结合交替的混合算法。为了与实际工程相符合, 文中除了将钢筋混凝土材料当作是非均匀体以外, 还考虑了自重、底部离散柱支承、及环向加肋等因素的影响。通过本文的分析计算, 我们得到了一些对工程设计具有一定参考价值的结论。

二、具有非均匀配筋的钢筋混凝土材料的本构关系

对于钢筋混凝土这一复合材料来说, 虽然钢筋和混凝土这两种单一材料可以看作是均匀

* 国家自然科学基金资助项目,
上海市科委下达的研究项目。

的各向同性材料,但由于钢筋在各个地方的配筋率不同,从而对钢筋混凝土这一复合材料来说,应是非均匀且为非各向同性的.在目前的许多工程中,由于配筋方向往往是正交的,因而钢筋混凝土一般是一非均匀正交各向异性体.

设 x, y 方向钢筋的配筋率分别为 ρ_x 和 ρ_y ;钢筋的杨氏模量和泊松比分别为 E_s 和 ν_s .这样,对于钢筋而言,其应力-应变关系仍为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_s & 0 \\ \text{对称} & 1 & 0 \\ & & (1-\nu_s)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

在钢筋混凝土中,钢筋由于应变 $\{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}$ 而产生的内力素为

$$\{N_x^s, N_{yx}^s\} = \rho_x h \{\sigma_x, \tau_{yx}\}, \{N_y^s, N_{xy}^s\} = \rho_y h \{\sigma_y, \tau_{xy}\} \quad (2.2)$$

从(2.2)式知,对于不同配筋率,即 $\rho_x \neq \rho_y$,一般 $N_{xy}^s \neq N_{yx}^s$ 令

$$\bar{N}_{xy}^s = (N_{xy}^s + N_{yx}^s)/2$$

则,内力素与应变间的关系为

$$[N_s] = [D_s][\varepsilon_s] \quad (2.3)$$

式中 $[N_s] = \{N_x^s, N_y^s, \bar{N}_{xy}^s\}^T$

$$[\varepsilon_s] = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T, [D_s] = \frac{E_s h}{1-\nu_s^2} \begin{bmatrix} \rho_x & \nu_s \rho_x & 0 \\ \nu_s \rho_y & \rho_y & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{xy}(1-\nu_s)/2 \end{bmatrix}$$

$$\rho_{xy} = (\rho_x + \rho_y)/2,$$

以同样的方法,对混凝土而言,内力素与应变间的关系为

$$[N_c] = [D_c][\varepsilon_c] \quad (2.4)$$

其中,混凝土的杨氏模量和泊松比分别为 E_c 和 ν_c .而

$$[N_c] = \{N_x^c, N_y^c, \bar{N}_{xy}^c\}^T, \bar{N}_{xy}^c = (N_{xy}^c + N_{yx}^c)/2$$

$$[D_c] = \frac{E_c h}{1-\nu_c^2} \begin{bmatrix} 1-\rho_x & \nu_c(1-\rho_x) & 0 \\ \nu_c(1-\rho_y) & (1-\rho_y) & 0 \\ 0 & 0 & (1-\rho_{xy})(1-\nu_c)/2 \end{bmatrix}$$

若我们进一步假定,钢筋和混凝土在变形过程中不产生相互滑动,则对于钢筋混凝土来说,其总的内力素可以近似地认为钢筋和混凝土这两个内力素的代数和.所以,总的内力与应变间的关系为^[8]

$$[N]_s = ([D_c] + [D_s])[\varepsilon_s] \quad (2.5)$$

式中 $[N]_s = (N_x^s + N_x^c, N_y^s + N_y^c, \bar{N}_{xy}^s + \bar{N}_{xy}^c)$

这里,由于配筋率一般是坐标 x, y 的函数,因而在本构关系(2.5)中的弹性矩阵元素均是 x, y 的函数,即它是一个非均匀的弹性阵.

三、计算逼近

壳体方程

在壳体的非线性分析中,通常采用的描述法是完全的Lagrange描述(total Lagrange formulation)和校正的Lagrange描述(updated Lagrange formulation)两种.对于在局部卡氏坐标系下的Green应变张量公式为

$$\varepsilon_{ij} = (U_{i,j} + U_{j,i} + U_{k,i} \cdot U_{k,j}) / 2 \quad (3.1)$$

式中, ε_{ij} 为非线性应变张量, U_i 为位移张量。

对上式的应变张量, 在校正的Lagrange描述下的势功原理的增量形式为

$$\int \Delta_i S_{ij} \delta \Delta_i \varepsilon_{ij} dV_i + \int \tau_{ij} \delta \Delta_i \eta_{ij} dV_i = \delta W - \int \tau_{ij} \delta \Delta_i \varepsilon_{ij} dV_i \quad (3.2)$$

其中, δW 是外力引起的虚功增量; Green应变的增量 $\Delta_i \varepsilon_{ij}$ 和第二类Piola-Kirchhoff应力增量 $\Delta_i S_{ij}$ 均是参考时刻 t 时的变量; τ_{ij} 是Cauchy应力。 $\Delta_i \varepsilon_{ij}$, $\Delta_i \eta_{ij}$, $\Delta_i \eta_{ij}$ 分别表示为

$$\Delta_i \varepsilon_{ij} = \Delta_i \varepsilon_{ij} + \Delta_i \eta_{ij}, \quad \Delta_i \varepsilon_{ij} = (\Delta_i U_{i,j} + \Delta_i U_{j,i}) / 2, \quad \Delta_i \eta_{ij} = (\Delta_i U_{k,i} \cdot U_{k,j}) / 2 \quad (3.3)$$

其中, $\Delta_i \varepsilon_{ij}$ 和 $\Delta_i \eta_{ij}$ 分别是 $\Delta_i \varepsilon_{ij}$ 的线性和非线性部分。

壳体单元

文献[9]给出了分析壳体的各种单元。一般说来, 无论是从精度, 还是从收敛性来看, 等参壳体元要比普通的平板单元^[10,11]和三维等参单元^[12]来得好。在本文, 我们采用的是Ahmad的退化壳体单元(9节点等参壳体四边形单元)^[15]。单元位移场是采用Lagrangian插入公式。相应的弹性刚度矩阵、几何刚度矩阵、由于初始应力存在而产生的荷载矢量、以及外载引起的等效节点载荷列阵等均可根据如下的单元位移场、上节的材料本构关系、及结构本身的几何形状得到:

$$U_i = \sum_{k=1}^n N^k(\xi, \eta) u_i^k + \frac{\xi}{2} \sum_{k=1}^n N^k(\xi, \eta) \cdot h^k (V_{1i}^k \alpha_1^k - V_{2i}^k \alpha_2^k) \quad (3.4)$$

其中, V_{1i}^k 和 V_{2i}^k 是相互正交的单位矢量, 它们组成的平面恰好与壳中面在节点 i 处的法向矢量 V_i^k 垂直 (见图1)。

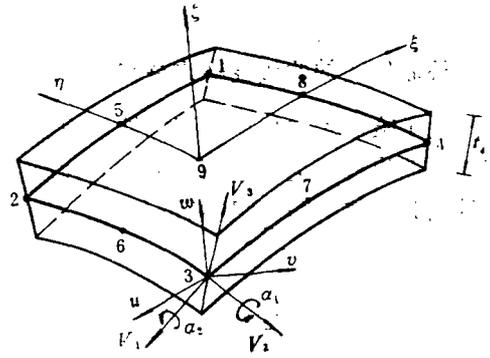


图1 壳体单元图形

四、非线性方程求解过程

为了能清楚地描述整个解路径的特性, 这里引进“即时刚度参数”的概念^[13], 它的具体表达式为

$$S_p = \frac{\dot{u}_0^T \bar{R}}{\dot{u}^T \bar{R}} = \left(\frac{\Delta p^1}{\Delta p^1} \right)^2 \frac{(\Delta u^1)^T K_I^1 (\Delta u^1)}{(\Delta u^1)^T K_I^1 (\Delta u^1)} \quad (4.1)$$

其中, S_p 是即时刚度参数; \dot{u} 表示位移对载荷参数 p 的导数; 带有下标 0 的参数表示初始状态; \bar{R} 是载荷矢量, 对于比例加载它为 $(p \cdot R_{ref})$ 。

从方程(4.1)我们能非常明显地看到, 在初始状态时, $S_p = 1$ 。而在载荷-位移曲线接近于极值点处, 它的值接近于零。因而, 通过即时刚度参数, 一方面我们可区分解路径的奇异和非奇异区域, 另一方面我们也可通过它来直接给出结果的极值失稳点。

为了提高非线性数值分析计算的效率, 可将载荷-位移空间分成二个部分 (见图2): 其中一部分是奇异区域 (在该区域 $|S_p| \leq S_{p,c} < 1$); 另一部分是非奇异区域 (在该区域 $|S_p|$

$> S_{p0}$)。在非奇异区域, 由于刚度矩阵不为奇异, 因而它可采用一般常规的算法, 如增量法、迭代法、或增量迭代相结合的混合法。

在奇异区域内, 由于刚度阵的近似奇异性, 普通的非线性方程算性将不能保证方程求解的收敛性。这里, 为了保证非线性方程的收敛性及求解的精度, 在奇异区域内我们采用了具有小步长的 Riks-Grisfield 弧长控制算法^[14]。很多数值计算结果已经表明, 采用小步长的 R. C. 弧长控制算法不仅可顺利越过极值失稳点, 而且收敛性也可取得改善。而在非奇异区域采用的普通算法, 其步长可适当地取得大一点。因而, 对整个求解过程的计算效率是比较有利的。这里值得指出的是, R. C. 弧长法在目前结构的后屈曲分析中是用得比较广泛的一种算法。

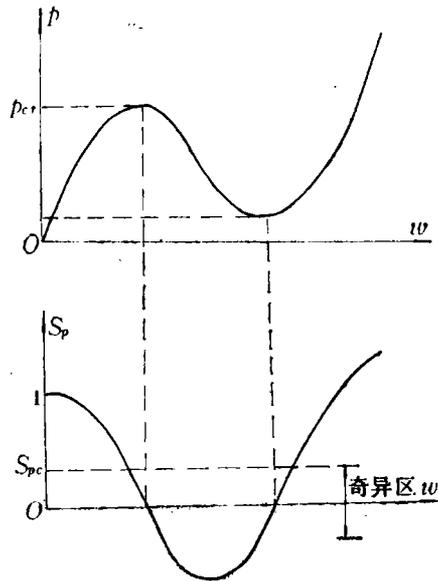


图2 载荷-位移空间和即时刚度参数

五、数值算例分析

柱面块壳的非线性稳定分析

为了验证本程序的可靠性及理论、算法的正确合理性, 我们分析了一两直边边界为铰支, 两曲边边界为自由的矩形底面柱壳在中点受集中载荷作用下的非线性跳跃失稳问题(见图3)。其分析结果与 Sabir^[16], Bergan^[13]是非常一致的(见图4)。

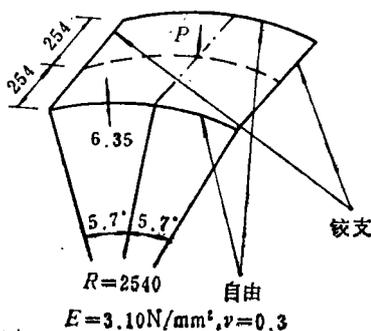


图3 柱面块壳的尺寸示意图(单位mm)

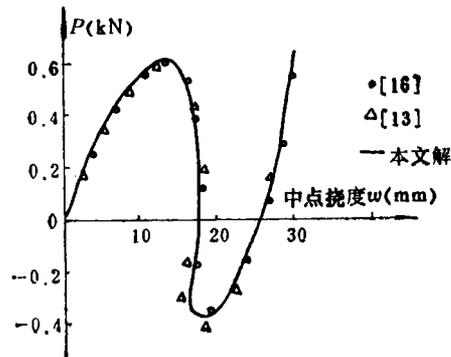
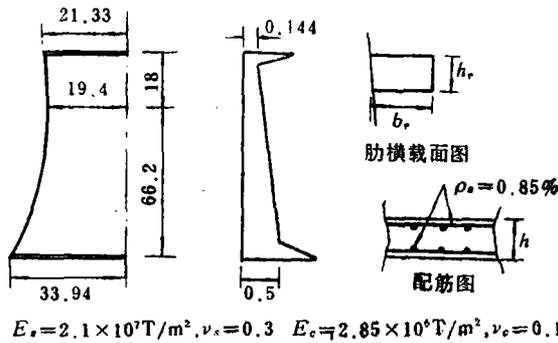


图4 柱面块壳的非线性稳定分析结果

双曲冷却塔的非线性稳定分析

图5表示了一个90米高的钢筋混凝土双曲冷却塔示意图。为了模拟实际塔在底部的离散柱支承, 我们将计算模型近似地认为底部是离散的固定支承。双曲冷却塔所受的载荷除了非轴对称的风载荷以外, 还计及了它自身的轴对称自重载荷。其中风载荷的数据见表1。

图6给出了双曲冷却塔壳的非线性稳定分析结果。它表明, 对于双曲塔壳来说, 失稳前的非线性影响是微小的, 因而线性稳定分析结果具有良好的近似性。另外, 当考虑环向加肋



$E_s = 2.1 \times 10^7 \text{T/m}^2, \nu_s = 0.3$ $E_c = 2.85 \times 10^6 \text{T/m}^2, \nu_c = 0.15$

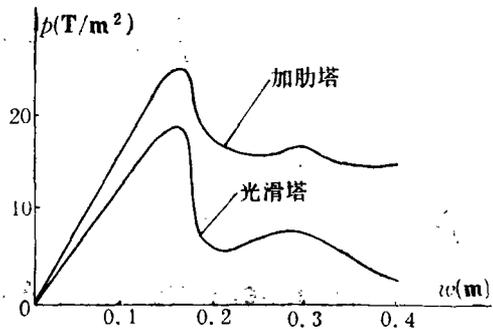
图5 钢筋混凝土双曲冷却塔尺寸示意图 (单位m)

表 1

双曲冷却塔风压分布数据

$q = p[(z+72)/10]^{2/7} \sum_{n=0}^{12} A_n \cos n\theta$			
$A_0 = 0.1167$	$A_1 = 0.2792$	$A_2 = 0.6198$	$A_3 = 0.5093$
$A_4 = 0.0917$	$A_5 = -0.1179$	$A_6 = -0.0333$	$A_7 = 0.0447$
$A_8 = 0.0083$	$A_9 = 0.0097$	$A_{10} = 0.0136$	$A_{11} = 0.0060$
$A_{12} = 0.0187$			

时, 冷却塔的失稳临界载荷将有明显的提高。如果在塔的喉部加一根肋 (其中肋的尺寸 $h_r = 0.25\text{m}$, $b_r = 0.5\text{m}$), 则失稳临界载荷能提高30%。因而表明, 加肋对于提高稳定性是非常有效的。



(w为塔顶迎风面上对称点的法向位移)

图6 双曲冷却塔的非线性稳定分析结果

参 考 文 献

[1] Mang, H. A., et al., Finite element instability analysis of hyperbolic cooling towers, *Advances in Civil Engineering through Engineering Mechanics*, New York, ASCE (1977), 246—249.

[2] Chan, A. S. L., et al., Cooling tower supporting columns and reinforced rings in small and large displacement analysis, *Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg.*, 13 (1978), 1—26.

[3] Abel, J. F., et al., Buckling of cooling towers, *J. Struct., Div., ASCE*, 108 (1982), 2162—2174.

[4] Abel, J. F., et al., Comparison of complete and simplified elastic buckling loads for cooling tower shells, IASS-RUB (1984), 309—318.

[5] Mungan, I., et al., Nonlinear behaviour of cooling tower shells, IASS-RUB (1984), 299—307.

- [6] Mang, H. A., et al., Physically linear buckling analysis of reinforced concrete cooling towers—Design necessity or academic exercise?, IASS-RUB (1984), 279—297.
- [7] Dulacska, E., Buckling of reinforced concrete cooling tower shells, IASS-RUB (1984), 239—252.
- [8] 卢文达、李龙元, 非均匀弹性双曲冷却塔的动力计算, 上海力学, 2 (1987), 43—52.
- [9] Brebbia, C. A., *Finite Element Systems*, A handbook, A Comput. Mechanics Centre Publication (1982).
- [10] Thomas, G. R., et al., A triangular element based on generalized potential energy concepts, *Finite Elements for Thin Shells and Curved Members*, Chapter 9, edited by D. G. Ashwell and R. H. Gallagher, Wiley (1976).
- [11] Dhatt, D. G., An efficient triangular shell element, *AIAA, J.*, 18 (1970).
- [12] Dovey, H.H., Extension of three-dimensional analysis to shell structures using the finite element idealization, Ph. D. Dissertation, Univ. of California, Berkeley, UC-SESM Report No. 74-2, Jan (1974).
- [13] Bergan, P. G., et al., Solution techniques for nonlinear finite element problems, *Int. J. for Numerical Methods in Engrg.*, 12 (1978), 1677—1696.
- [14] Crisfield, M. A., A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through, *Comput. and Struct.*, 13 (1983), 55—62.
- [15] Ahmad, S., et al., Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements, *Int. J. for Numerical Methods in Engrg.*, 2 (1970).
- [16] Sabir and Lock, The application of finite elements to the large deflection geometrically nonlinear behaviour of cylindrical shells, *Variational Methods in Engineering*, ed. C. A. Brebbia and H. Tottenham, Southampton Univ. Press (1973), 7—67.

Nonlinear Buckling Analysis of Hyperbolic Cooling Tower Shell with Ring-Stiffeners

Li Long-yuan Loo Wen-da

(Shanghai Institute of Appl. Math. and Mech., Shanghai)

Abstract

This paper is concerned with a numerical solution of hyperbolic cooling tower shell, a class of full nonlinear problems in solid mechanics of considerable interest in engineering applications. In this analysis, the post-buckling analysis of cooling tower shell with discrete fixed support and under the action of wind loads and dead load is studied. The influences of ring-stiffener on instability load are also discussed. In addition, a new solution procedure for nonlinear problems which is the combination of load increment iteration with modified R-C arc-length method is suggested. Finally, some conclusions having important significance for practice engineering are given.