

圆柱形平头弹体对薄靶板的垂直冲击

薛大为

(北京工业学院, 1988年1月5日收到)

摘 要

本文提出了弹体冲击靶板时弹靶接触面的运动速度和接触面上所受法向应力的解析表达式。这些解析式是著名的Hopkins-Kolsky理论的推广。由于弹道极限速度在工程实际中的重要性, 本文也给出了弹道极限速度的解析表达式。本文并证明了, 作用在与靶板相接触的冲塞圆柱面上的沿板厚方向的剪应力, 与板厚方向的坐标无关。

一、引 言

冲塞穿孔是弹体冲击薄靶板时, 靶板常见的破坏模式之一。由于这一模式的重要性, 许多科技专家对此作了研究并取得了成果。其中, Heyda等^[1]对冲击速度介于弹道极限速度和每秒1200米之间的冲击问题, 提出了一个单阶段模式计算法。Awerbuch等^[2]则提出了一个三阶段模式计算法。这一方法后来由阮文学等^[3]进一步作了发展。Corran等发表了他们的实验工作^[4]并根据Reissner薄板理论提出了一个计算方法^[5]。钱伟长^[6]则提出了一个二阶段弹塑性冲塞模式计算法, 他的这一方法, 较之以前Woodward等^[7]的工作, 在理论上严格得多, 从而有甚大的理论价值和实用价值。

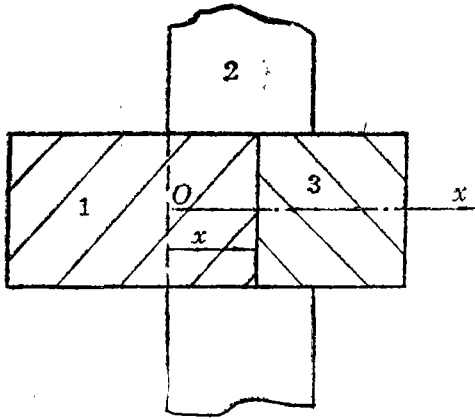
本文提出了弹体冲击靶板时, 弹靶接触面的运动速度和接触面上所受法向应力的解析表达式。这些解析式, 是著名的Hopkins-Kolsky理论^[8]在弹塑性条件下的推广。由于弹道极限速度在工程实际中的重要性, 本文也给出了弹道极限速度的解析表达式。本文并根据文中所提出的假定证明了: 在一维条件下, 作用在与靶板相接触的冲塞圆柱面上的沿板厚方向的剪应力, 与板厚方向的坐标无关。而在文献中, 一些作者(例如文献[1]的作者), 则常对这些剪应力的分布规律作出假设而不阐明其理由, 因而难以使人信服, 从而也影响了所得结果的可靠性。

二、解 析 分 析

如图1, 取 x 轴沿冲塞的中线且设坐标原点位于靶板迎弹表面与 x 轴的交点处。

本文作下述两条假定:

1. 冲塞材料任一无穷小微元的沿 y 轴向和 z 轴向的位移分量为零。这条假定的提出是



1. 弹体, 2. 靶板, 3. 冲塞
图 1

由于考虑到靶板限制了冲塞材料的垂直于 x 轴方向的运动。

2. 应力 σ_z 沿弹体横截面和冲塞横截面均匀分布, 且设 σ_y 和 σ_z 只是坐标 x 和时间 t 的函数, 又 τ_{yz} 等于零. 这也就是说, 主要研究一维冲击问题。

根据假定1, 有

$$u_y = u_z = 0 \quad (2.1)$$

故有

$$\frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u_y}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} \quad (2.2)$$

亦即

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = v_y = v_z = 0 \quad (2.3)$$

式中, ε_i 和 v_j 分别代表应变分量和速度分量。

根据上述假定, 冲塞任一无穷小微元的运动方程为

$$\rho_2 \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0, \quad \rho_2 \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = 0 \quad (2.4)$$

由方程(2.4)得出下述结论: 在任一瞬时, 作用在冲塞圆柱面上的沿 x 方向的剪应力 τ_{zx} 及 τ_{yz} 为常数. 在形成冲塞的过程中, 此等常数应取为靶板的动态屈服应力, 其值将在后面叙述。

有些著作, 例如文献[1], 假设这些作用在冲塞圆柱面上的剪应力不沿靶厚方向均布而是 x 的线性函数而又不阐述理由, 看来是可以商榷的。

设弹体材料和靶体材料在一维条件下的本构方程分别为

$$\sigma = E_1 \varepsilon \quad \text{当 } \sigma \leq \sigma_{s1} \quad (2.5)$$

$$\sigma = \sigma_1 \varepsilon^{n_1} \quad \text{当 } \sigma_{s1} < \sigma \quad (2.6)$$

$$\sigma = E_2 \varepsilon \quad \text{当 } \sigma \leq \sigma_{s2} \quad (2.7)$$

$$\sigma = \sigma_2 \varepsilon^{n_2} \quad \text{当 } \sigma_{s2} < \sigma \quad (2.8)$$

其中 E_1 , σ_1 及 n_1 分别为弹体材料的杨氏模量和材料常数, σ_{s1} 为一维条件下弹体的屈服应力; E_2 , σ_2 及 n_2 分别为靶体材料的杨氏模量和材料常数, σ_{s2} 为一维条件下靶体的屈服应力。

由于(2.5), (2.6)二式给出同一屈服应力, 故有

$$\sigma_{s1} = \sigma_1 \left(\frac{E_1}{\sigma_1} \right)^{\frac{n_1}{n_1-1}} \quad (2.9)$$

形成冲塞的靶体材料, 在受冲击后, 由于不能沿垂直于 x 轴的方向自由膨胀, 故处于三向应力状态, 因而(2.7), (2.8)二式应改为^[7]

$$\sigma = E_2 \varepsilon \quad \text{当 } \sigma \leq k \sigma_{s2} \quad (2.10)$$

$$\sigma = k \sigma_2 \varepsilon^{n_2} \quad \text{当 } k \sigma_{s2} < \sigma \quad (2.11)$$

换言之, 在这种情况下, 材料的应力应变曲线将较之可沿 x 轴的垂直方向自由膨胀时的相应曲线高 k 倍. 理论上可以证明

$$k = (1 - \nu_2) / (1 - 2\nu_2)$$

其中, ν_2 为靶板材料的 Poisson 比. 根据上式, 如 $\nu_2 = 1/3$, 则 $k = 2$. 但实验数据的平均值为: 软钢的 $k = 3$, 铝的 $k = 2.7$. 为了使本文的理论预见与实际相符, 在应用本文理论于实际时,

应由精确实验定出 k 值。

根据上述及von Mises屈服准则, 作用于与靶板相接触的冲塞圆柱面上的剪应力应取为 $k\sigma_{s2}/\sqrt{3}$ 。

设在弹体和靶体的接触面上作用的法向应力增量 $d\sigma_c$ 的作用下, 弹体速度的减少量为 dv_1 , 又设在此作用时间 δt 内, 沿弹体长度方向从接触面算起的冲击应力波的传播的距离为 δx , 则根据动量守恒定律有

$$\delta\sigma_c \cdot \delta t = \rho_1 \delta x dv_1 \quad (2.12)$$

式中, ρ_1 为弹体材料的密度。

但根据定义

$$\delta x / \delta t = C_1 \quad (2.13)$$

为弹体内应力波的传播速度, 将(2.13)式代入(2.12)式, 可得

$$dv_1 = d\sigma_c / \rho_1 C_1 \quad (2.14)$$

同理可有

$$dv_2 = d\sigma_c / \rho_2 C_2 \quad (2.15)$$

式中, dv_2 为在弹体和靶体接触面上的法向应力增量 $d\sigma_c$ 的作用下, 接触面沿 x 轴向上的运动速度增量; C_2 为靶体中应力波的传播速度, ρ_2 为靶体材料的密度。

设平头柱形弹体在冲击发生前以速度 v_i 运动, 在冲击发生后, 弹、靶接触面上的应力设为 σ_c 。在 σ_c 的作用下, 设弹体速度减少量为 v_1 , 接触面的运动速度为 v_2 , 则

$$v_i - v_1 = v_2 \quad (2.16)$$

由于弹性冲击已有许多研究, 故本文将重点放在接触面上的法向应力超过了材料的屈服应力这一在实际应用上更重要的情况。在这种场合, (2.16)式可写成

$$v_i - \left(\frac{\sigma_{s1}}{\rho_1 C_{1e}} + \int_{\sigma_{s1}}^{\sigma_c} \frac{d\sigma}{\rho_1 C_{1p}} \right) = \frac{k\sigma_{s2}}{\rho_2 C_{2e}} + \int_{k\sigma_{s2}}^{\sigma_c} \frac{d\sigma}{\rho_2 C_{2p}} \quad (2.17)$$

式中

$$C_{1e} = \sqrt{E_1 / \rho_1} \quad (2.18)$$

$$C_{2e} = [(1-v_2)E_2 / \rho_2 (1+v_2)(1-2v_2)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

分别为弹体和靶体中弹性应力波的传播速度, C_{1p} 和 C_{2p} 分别为弹体和靶体中塑性应力波的传播速度。已知塑性应力波的传播速度为^[9]

$$C_p = \frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (2.20)$$

式中, ρ , σ 和 ε 分别为材料密度、应力和应变。将(2.6)式和(2.11)式代入(2.20)式, 再将所得结果代入(2.17)式, 可得接触面的运动速度 v_0 为

$$\begin{aligned} v_0 &= v_i - \left\{ \frac{\sigma_{s1}}{\rho_1 C_{1e}} + \left(\frac{n_1 \sigma_1}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_1 + 1} \left[\varepsilon^{\frac{n_1+1}{2}} - \left(\frac{\sigma_{s1}}{E_1} \right)^{\frac{n_1+1}{2}} \right] \right\} \\ &= \frac{k\sigma_{s2}}{\rho_2 C_{2e}} + \left(\frac{kn_2 \sigma_2}{\rho_2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_2 + 1} \left[\varepsilon^{\frac{n_2+1}{2}} - \left(\frac{k\sigma_{s2}}{E_2} \right)^{\frac{n_2+1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

将(2.6)式和(2.11)式代入(2.21)式可得

$$v_0 = v_i - \left\{ \frac{\sigma_{s1}}{\rho_1 C_{1e}} + \left(\frac{n_1 \sigma_1}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_1 + 1} \left[\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_1} \right)^{\frac{n_1+1}{2n_1}} - \left(\frac{\sigma_{s1}}{E_1} \right)^{\frac{n_1+1}{2}} \right] \right\}$$

$$= \frac{k\sigma_{s_2}}{\rho_2 C_{2e}} + \left(\frac{kn_2\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_2+1} \left[\left(\frac{\sigma_c}{k\sigma_2}\right)^{\frac{n_2+1}{2n_2}} - \left(\frac{k\sigma_{s_2}}{E_2}\right)^{\frac{n_2+1}{2}} \right] \quad (2.22)$$

亦即

$$\begin{aligned} & \left(\frac{n_1\sigma_1}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_1+1} \left(\frac{1}{\sigma_1}\right)^{\frac{n_1+1}{2n_1}} \sigma_c^{\frac{n_1+1}{2n_1}} + \left(\frac{kn_2\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_2+1} \left(\frac{1}{k\sigma_2}\right)^{\frac{n_2+1}{2n_2}} \sigma_c^{\frac{n_2+1}{2n_2}} \\ & = v_i - \frac{\sigma_{s_1}}{\rho_1 C_{1e}} + \left(\frac{n_1\sigma_1}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_1+1} \left(\frac{\sigma_{s_1}}{E_1}\right)^{\frac{n_1+1}{2}} - \frac{k\sigma_{s_2}}{\rho_2 C_{2e}} + \left(\frac{kn_2\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_2+1} \left(\frac{k\sigma_{s_2}}{E_2}\right)^{\frac{n_2+1}{2}} \end{aligned} \quad (2.23)$$

如果 $\sigma_1, n_1, \rho_1, k, \sigma_2, n_2, \rho_2, v_i, \sigma_{s_1}, \sigma_{s_2}, E_1, E_2, C_{1e}$ 和 C_{2e} 已知, 则由重要关系式(2.23)可以求出 σ_c 的值。在 $n_1=n_2=n$ 这一特殊情况下, σ_c 可由

$$\begin{aligned} & \sigma_c^{\frac{n+1}{2n}} \\ & = \frac{v_i - \frac{\sigma_{s_1}}{\rho_1 C_{1e}} + \left(\frac{n\sigma_1}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left(\frac{\sigma_{s_1}}{E_1}\right)^{\frac{n+1}{2}} - \frac{k\sigma_{s_2}}{\rho_2 C_{2e}} + \left(\frac{kn\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left(\frac{k\sigma_{s_2}}{E_2}\right)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(\frac{n\sigma_1}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left(\frac{1}{\sigma_1}\right)^{\frac{n+1}{2n}} + \left(\frac{kn\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left(\frac{1}{k\sigma_2}\right)^{\frac{n+1}{2n}}} \end{aligned} \quad (2.24)$$

求出。

将已知的 σ_c 的值代入(2.22)式, 则可求出速度 v_0 。例如, 对于 $n_1=n_2=n$ 这一特殊情况, 有

$$\begin{aligned} v_0 & = \frac{k\sigma_{s_2}}{\rho_2 C_{2e}} + \left(\frac{kn\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left\{ \frac{1}{(k\sigma_2)^{\frac{n+1}{2n}}} \right. \\ & \cdot \left[v_i - \frac{\sigma_{s_1}}{\rho_1 C_{1e}} + \left(\frac{n\sigma_1}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left(\frac{\sigma_{s_1}}{E_1}\right)^{\frac{n+1}{2}} - \frac{k\sigma_{s_2}}{\rho_2 C_{2e}} + \left(\frac{kn\sigma_2}{\rho_2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n+1} \left(\frac{k\sigma_{s_2}}{E_2}\right)^{\frac{n+1}{2}} \right] \\ & \left. - \left(\frac{k\sigma_{s_2}}{E_2}\right)^{\frac{n+1}{2}} \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

上面列出的求 σ_c 和 v_0 的公式, 是著名的Hopkins-Kolsky理论在塑性情况下的推广^[8], 由此可列出初始条件:

$$\text{当 } t=0 \text{ 时, } \sigma = \sigma_0, v = v_0 \quad (2.26)$$

式中, σ 和 v 分别为任一时刻 t 时的弹靶接触面上的应力和接触面的运动速度。

由接触面及与其相距为 dx 的邻近横截面从冲塞中取出一无穷小微元, 如图2所示。此无穷小微元的运动方程为

$$\rho_2 R \frac{dv}{dt} = -R \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{2k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3}} \quad (2.27)$$

式中, R 为弹体半径, 我们假定可忽略其差别而认为冲塞的半径也是 R 。积分(2.27)式可得

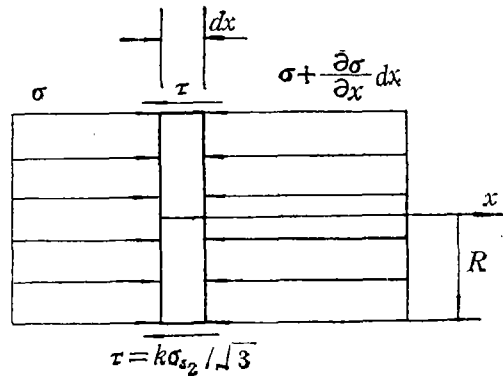


图 2

$$\rho_2 R \frac{v^2}{2} = -R\sigma - \frac{2k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3}} x + C$$

因为当 $t=0$ 时, $x=0$, $\sigma=\sigma_c$, $v=v_0$, 故可定出 C 值, 于是我们有

$$\rho_2 R \frac{v^2}{2} = \rho_2 R \frac{v_0^2}{2} + R\sigma_c - R\sigma - \frac{2k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3}} x \quad (2.28)$$

具有质量为 m_1 的弹体的运动方程为

$$m_1 \frac{dv}{dt} = -\pi R^2 \sigma \quad (2.29)$$

由(2.28)式求出 σ , 代入(2.29)式可得

$$m_1 \frac{dv}{dt} = -\pi R \left[\rho_2 R \frac{v^2}{2} + R\sigma_c - \frac{2k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3}} x - \rho_2 R \frac{v_0^2}{2} \right] \quad (2.30)$$

将(2.30)式积分, 可得

$$v^2 = A \exp[\rho_2 \pi R^2 x / m_1] - \frac{4k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2 R} x + \frac{2\sigma_c}{\rho_2} + v_0^2 - \frac{4k\sigma_{s_2} m_1}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} \quad (2.31)$$

式中 A 的值可根据当 $x=0$ 时 $v=v_0$ 这一条件求出为

$$A = \frac{4k\sigma_{s_2} m_1}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} - \frac{2\sigma_c}{\rho_2} \quad (2.32)$$

于是

$$v^2 = \left(\frac{4k m_1 \sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} - \frac{2\sigma_c}{\rho_2} \right) \exp[\rho_2 \pi R^2 x / m_1] - \frac{4k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2 R} x + \frac{2\sigma_c}{\rho_2} + v_0^2 - \frac{4k\sigma_{s_2} m_1}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} \quad (2.33)$$

记 v_i 的最小值而又能形成冲塞的速度为 v_{060} , 又记靶板的厚度为 h , 则在(2.33)式中令 $x=h$ 及 $v=0$, 我们即可求得 v_{060} 的值为

$$v_{060}^2 = \left(\frac{2\sigma_c}{\rho_2} - \frac{4k m_1 \sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} \right) \exp[\rho_2 \pi R^2 h / m_1] + \frac{4k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2 R} h - \frac{2\sigma_c}{\rho_2} + \frac{4k\sigma_{s_2} m_1}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} \quad (2.34)$$

式中, v_{060} 与 v_0 的关系正与 v_{60} 与 v_i 的关系相同。将(2.34)式代入(2.22)式, 我们即得弹道极限 v_{60} 为

$$v_{60} = \left[\left(\frac{2\sigma_c}{\rho_2} - \frac{4k m_1 \sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} \right) \exp[\rho_2 \pi R^2 h / m_1] + \frac{4k\sigma_{s_2}}{\sqrt{3} \rho_2 R} h - \frac{2\sigma_c}{\rho_2} + \frac{4k\sigma_{s_2} m_1}{\sqrt{3} \rho_2^2 \pi R^3} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{\sigma_{s_1}}{\rho_1 C_{1s}} + \left(\frac{n_1 \sigma_1}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{2}{n_1 + 1} \left[\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_1} \right)^{\frac{n_1 + 1}{2n_1}} - \left(\frac{\sigma_{s_1}}{E_1} \right)^{\frac{n_1 + 1}{2}} \right] \quad (2.35)$$

式中的 σ_c 由(2.23)式给出。(2.35)式为重要公式, 据此可作设计计算。

本文是作者在1987年访问英国牛津大学工程科学系期间完成的。承C. Ruiz博士邀请作者访问牛津以建立北京工业学院和牛津大学两校间的合作, 更承英国委员会(British Council)和英国国防部给予财政支持, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Heyda, J. F., S. R. Woodall, D. A. Wolfgan and L. L. Wilson, Rept. AFATL-TR-70-78, Air-Force Armament Laboratory, Eglin Air Force Base (1970).
- [2] Awerbuch, J. and S. R. Bodner, Analysis of the mechanics of perforation of pro-

- jectiles in metallic plates, *Int. J. Solids Struc.*, 10 (1974), 671.
- [3] Yuan, W. X., L. T. Zhou and X. Q. Ma, Comments on a penetration theory for an undeformed projectile by Awerbuch and Bodner, *Int. J. Solids Struc.*, 22, 1 (1986), 65—69.
- [4] Corran, R. S. J., P. L. Shadbolt and C. Ruiz, *Int. J. Impact Engng.*, 1, 1 (1983), 3—22.
- [5] Shadbolt, P. J., R. S. J. Corran and C. Ruiz, *Int. J. Impact Engng.*, 1, 1 (1983), 23—49.
- [6] 钱伟长, 《穿甲力学》, 国防工业出版社, 北京 (1984).
- [7] Woodward, R. L. and M. E. de Morton, Penetration of targets by flattened projectiles, *Int. J. Mech. Sci.*, 18 (1976), 119—127.
- [8] Hopkins, H. G. and H. Kolsky, in *Proc. 4th Hypervelocity Impact Symp.*, APGC-TR-60-39, 1 (1960).
- [9] Lee, E. H. and S. J. Tupper, Analysis of plastic deformation in a steel cylinder striking a rigid target, *J. Appl. Mech.*, 21 (1954), 63—70.

Normal Perforation of a Thin Infinite Plate by a Flat-Headed Cylindrical Projectile

Hsueh Dah-wei

(Beijing Institute of Technology, Beijing)

Abstract

Analytical formulae for calculating the stress acting on the contact surface between projectile and target and for calculating the moving velocity of this contact surface under impact are both suggested in this paper. These formulae can be thought of as a generalization of the well-known Hopkins-Kolsky's theory in plastic domain. And then, an analytical formula for calculating ballistic limit is also suggested. It is also proved in this paper that the shear stress acting on the cylindrical surface of the plug is distributed uniformly.