

文章编号: 1000-0887(2004) 08_0824_07

并列双方柱绕流的大涡模拟及频谱分析^{*}

魏英杰¹, 朱蒙生², 何钟怡²

- (1. 哈尔滨工业大学 航天工程与力学系, 哈尔滨 150001;
2. 哈尔滨工业大学 市政环境工程学院, 哈尔滨 150090)

(本刊原编委唐立民推荐)

摘要: 应用二阶全展开 ETG 有限元离散格式与大涡模拟相结合的方法, 对间距比为 1.5 情况下的并列双方柱绕流进行了数值模拟。由王小华、何钟怡提出的二阶全展开 ETG 有限元方法通过对 N-S 方程中的时变项进行 Taylor 展开, 从而把时间导数用空间导数来代替, 其作用相当于引入了人工粘性。计算得到了不同时刻的流线图, 给出了两方柱的阻力系数、升力系数以及两对称点上流向速度随时间的变化历程, 并采用谱分析的方法研究了对称边界条件下并列双方柱绕流的频谱对称性问题。为了消除初始条件的影响, 在所取样本中去除了计算中初始段的数据, 分别分析了阻力系数、升力系数以及两对称点上流向速度的频谱。结果表明: 对称边界条件下, 双方柱绕流运动参量的时域过程虽然是不对称的, 但频域过程却是对称的。

关键词: 并列双方柱; 对称绕流; 频谱分析; ETG 有限元; 大涡模拟; 阻力; 升力
中图分类号: O351.2 **文献标识码:** A

引 言

多钝体的绕流问题在结构、动力、热能、化工等许多工程领域广泛存在。对绕流流场进行较准确的数值模拟, 其难度很大。因为即使在较低的雷诺数下, 尾流区内也会发生多次分叉, 出现频域很宽的复杂涡系; 而且无论边界条件是否定常, 尾流区的流动结构均具有强烈的非定常性质。另一方面, 在高密度时空网格内对 N-S 方程进行直接数值模拟(DNS) 虽然是最合理的, 但会遇到巨量运算的重大困难, 用之于解决工程中的绕流问题为期尚远; 而基于各种假设的不同模式理论还难以准确地描述湍流的级联衰变过程和近壁处的湍流猝发结构, 迄今为止, 还不存在一种普适的、能够很准确地反映实际流动情况的数值模拟方法。因此, 不同作者对同一问题的模拟结果不仅可能存在量的差异, 有时还会出现质的不同。并列双方柱对称绕流的频谱是否具有对称性问题是一个典型的例子。

绕过两对称物体的零攻角流动是一种严格的对称绕流。当尾流区出现旋涡和涡脱落之后, 在对称点上的速度、应力等运动参量的时域过程是不对称的, 这是由于涡系在空间非对称分布所致, 对此并无争议。然而在已发表的有关并列双方柱对称绕流的某些数值结果中, 在对称点上, 运动参量的频谱也是不对称的, 其中还包括应力沿柱面的积分所得到的总量——升力

* 收稿日期: 2002_12_16; 修订日期: 2004_01_09

作者简介: 魏英杰(1975—), 男, 黑龙江大庆人, 博士(联系人, Tel: + 86_451_68419199; Fax: + 86_451_86282272; E_mail: yingjiwei@sina.com)。

和阻力的功率谱^[1]。众所周知, Fourier 谱是根据全时域上的总体状况所概括出的频域特征。如果两柱体的阻力(或升力)的功率谱不同,表明地位相同的两柱体所受到的流体长时程作用却是不同的。对于结构设计问题,意味着两柱体将承受不同的荷载谱,在同样材质和构造的条件下,具有不同的安全度。对于热质交换问题,意味着两对称物体具有不同的传递特性。这种情况如果属实,则是工程实践中很少遇到的特殊现象。从物理方面来考虑,不应认为这类现象绝对不能发生,例如在混沌问题中出现过类似的讨论。由于这个问题涉及了工程设计中的一些基本原则,应当予以特别关注,即进行更多的数值模拟工作,相互对比与参照,以便得到比较准确的认识。

由 Smagorinsky 和 Deardroff 等^[2,3]所提出的大涡模拟(LES)理论近年来发展迅速,已被列为湍流的高级数值模拟范畴^[4]。LES 的主要优点是善于分辨在局部障碍处出现的最具工程意义的大尺度涡系以及较好地跟踪这些旋涡的时间进程。根据笔者等的数值实践及与相应的实测资料比较^[5,6,7], LES 非常适合于绕流运动或几何形状突变处内部流动的分析。根据所论问题的特点,本文采用文献[7]所发展的二阶全展开 ETG 有限元格式,用 LES 来研究并列双方柱的对称绕流。

1 控制方程及数值方法

1.1 基本方程

大涡模拟的基本思想是运用空间滤波的方法将流动变量划分为大尺度和小尺度两部分。大尺度可通过数值求解运动方程直接计算出来;小尺度运动对大尺度运动的影响将在运动方程中表现为类似于雷诺应力的应力项,称之为亚格子应力,通过建立亚格子应力模型来对其进行模化。

大涡模拟中常用的滤波器主要有盒式截断滤波器、盒式滤波器和高斯滤波器 3 种,其中高斯滤波器在物理空间和谱空间都有很好的性能,因此本文采用高斯滤波器进行空间滤波,将任一瞬时的物理量 f 划分为两部分

$$f = \bar{f} + f', \quad (1)$$

其中 \bar{f} 为大尺度部分; f' 为小尺度部分,称为亚格子分量。大尺度部分用如下加权积分形式来表示

$$\bar{f} = \int_{\Omega} G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \Delta) f(\mathbf{x}') d\Omega \quad (2)$$

式中, Ω 是计算域; $G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \Delta)$ 是空间滤波因子,取决于相对位置矢量 $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ 和网格尺寸 Δ 。

高斯滤波器的滤波因子为

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \prod_i \left[\frac{\gamma}{\pi \Delta^2} \right]^{1/2} \exp \left[- \frac{\gamma (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}'_i)^2}{\Delta^2} \right], \quad (3)$$

其中 γ 是常数,计算中通常取 $\gamma = 6$ 。

对 N_S 方程组进行空间滤波,得到了大涡模拟的基本方程

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (5)$$

其中, $(\bar{\quad})$ 代表经过空间滤波的变量; u_i 为速度; p 为压力; Re 为雷诺数; $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ 为亚格子应力; 以上各量均进行了无因次化。

本文采用 Smagorinsky 涡粘模型来模化亚格子应力, 在 Smagorinsky 涡粘模型中亚格子应力张量中的偏量部分为

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij}, \quad (6)$$

式中 ν_t 为涡粘系数, \bar{S}_{ij} 为经过滤波后的速度变形张量

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right]. \quad (7)$$

涡粘系数 ν_t 的定义如下

$$\nu_t = (C\Delta)^2 |\bar{S}|, \quad (8)$$

其中 C 为 Smagorinsky 常数, 取决于滤波尺度 Δ , 通常取值为 $0.1 \sim 0.23$; Δ 为滤波尺度, 通常与网格间距有关; $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$.

1.2 数值方法

本文采用笔者等所发展的二阶全展开 ETG 有限元方法^[7]对方程进行离散, 通过对 N_S 方程中的时变项进行 Taylor 展开, 从而把时间导数用空间导数来代替, 其作用相当于引入了人工粘性. 采用二阶全展开 ETG 有限元方法处理方程后整理得

$$\begin{aligned} & \left[1 - \frac{1}{2} \Delta t \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right] \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \\ & \left[1 - \frac{1}{2} \Delta t u_j^n \frac{\partial}{\partial x_j} \right] \left[-u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^n}{\partial x_j \partial x_j} \right] + \\ & \frac{1}{2} \Delta t \left[\left[u_k^n \frac{\partial u_j^n}{\partial x_k} + \frac{\partial p^n}{\partial x_j} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j^n}{\partial x_k \partial x_k} \right] \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \left[\frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_i} \right] \frac{1}{\Delta t} \right] + o(\Delta t^2). \quad (9) \end{aligned}$$

采用标准 Galerkin 方法, 上式的有限元积分表达式为

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left[1 - \frac{1}{2} \Delta t \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \right] \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} N_I d\Omega = \\ & \int_{\Omega} \left[1 - \frac{1}{2} \Delta t u_j^n \frac{\partial}{\partial x_j} \right] \left[-u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \frac{\partial p^n}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^n}{\partial x_j \partial x_j} \right] N_I d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \frac{1}{2} \Delta t \left[\left[u_k^n \frac{\partial u_j^n}{\partial x_k} + \frac{\partial p^n}{\partial x_j} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j^n}{\partial x_k \partial x_k} \right] \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} - \left[\frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_i} \right] \frac{1}{\Delta t} \right] N_I d\Omega. \quad (10) \end{aligned}$$

$$\text{将 } \mathbf{u} = N_J \mathbf{u}_J^n \quad (11)$$

代入上式有

$$A_{IJ} \mathbf{u}_J^{n+1} = (B_{IJ} \mathbf{u}_J^n + C_{IJ} \mathbf{u}_J^n + P_{IJ} + F_I) \Delta t + A_{IJ} \mathbf{u}_J^n, \quad (12)$$

其中

$$A_{IJ} = \int_{\Omega} N_I N_J d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{2} \frac{1}{Re} \Delta t \frac{\partial N_I}{\partial x_i} \frac{\partial N_J}{\partial x_i} d\Omega, \quad (13)$$

$$B_{IJ} = \int_{\Omega} \left[-N_I u_j \frac{\partial N_J}{\partial x_j} - \frac{1}{Re} \frac{\partial N_I}{\partial x_i} \frac{\partial N_J}{\partial x_i} \right] d\Omega - \int_{\Omega} \frac{1}{2} \Delta t u_j u_j \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \frac{\partial N_J}{\partial x_j} d\Omega, \quad (14)$$

$$C_{IJ} = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \Delta t N_I \left[\left[u_k \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_k \partial x_k} \right] \frac{\partial N_J}{\partial x_j} \right] d\Omega, \quad (15)$$

$$P_{IJ} = \int_{\Omega_e} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \frac{\partial p^{n-1}}{\partial x_i} \right) \right] N_I d\Omega, \quad (16)$$

$$F_I = \int_{\Omega_e} \left[N_I + \frac{1}{2} \Delta t u_j \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \right] \left[-\frac{\partial p}{\partial x_i} \right] d\Omega \quad (17)$$

以上完成了单元的分析, 在计算域内将所有单元的有限元方程进行迭加, 从而构成总体的有限元方程

$$A u^{n+1} = (B u^n + C u^n + P + F) \Delta t + A u^n \quad (18)$$

2 计算模型

间距比为 1.5 的情况下, 并列双方柱绕流的计算模型如图 1 所示。图中方柱的边长为 D , 双方柱的间距 $T = 1.5D$ 。计算采用的雷诺数为 $Re = 10\,000$, 无量纲时间步长为 $\Delta t = 0.001$ 。流向速度和垂向速度分别定义为 u 和 v , A 点 ($5.5D, 14.1D$) 和 B 点 ($5.5D, 11.4D$) 为对称点, 则计算的边界条件为:

- 1) 入口: 给定无量纲速度 $u = 1, v = 0$;
- 2) 出口: 给定无量纲压力 $p = 0$, 速度采用

Neumann 条件, 即

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0;$$

- 3) 固壁: 采用无滑移边界条件, 即 $u = 0, v =$

0;

- 4) 上下侧边界: $\frac{\partial u}{\partial y} = 0, v = 0$ 。

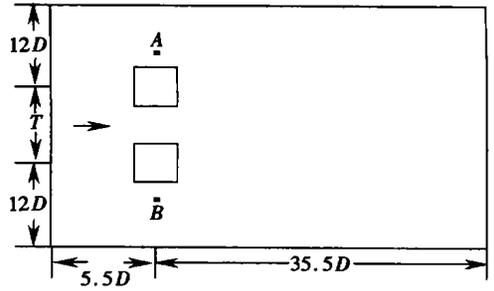
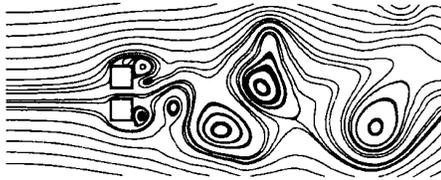


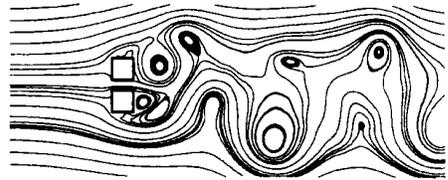
图 1 间距比为 1.5 时并列双方柱绕流计算模型

3 计算结果及分析

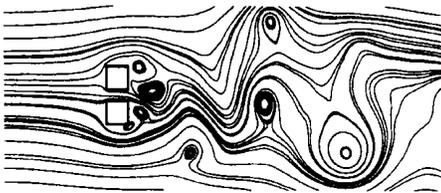
图 2 给出了间距比为 1.5 时并列双方柱绕流不同时刻的流线, 从中可以看出采用二阶全展开 ETG 有限元离散格式与大涡模拟相结合的方法可以捕捉到丰富的涡系, 观察到双方柱后侧的偏流现象。



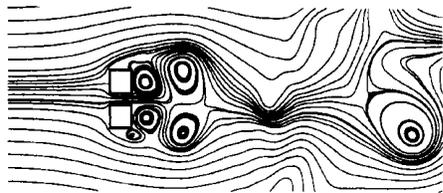
(a) $t = 30$ 时刻流线图



(b) $t = 35$ 时刻流线图



(c) $t = 40$ 时刻流线图



(d) $t = 45$ 时刻流线图

图 2 双方柱绕流不同时刻的流线图

间距比为 1.5 时, 双方柱绕流的阻力系数 C_D 和升力系数 C_L 随时间的变化历程分别如图 3 和图 4 所示。两对称点上流向速度 u 随时间的变化历程如图 5 所示。

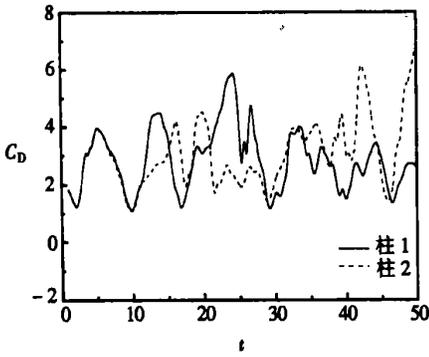


图 3 阻力系数的时间历程

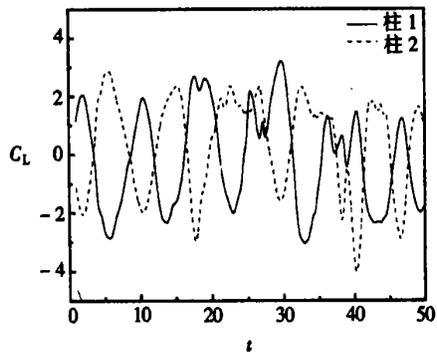


图 4 升力系数的时间历程

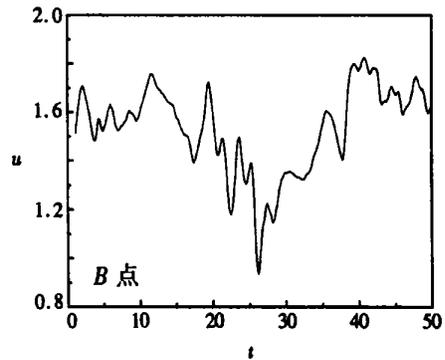
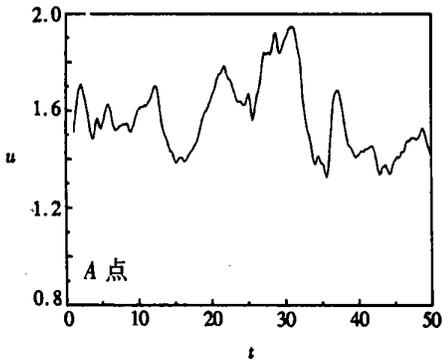


图 5 两对称点上流向速度的时间历程

从图中可以看出阻力系数和升力系数的时域过程是不对称的, 对称点上主流速度的时域过程也是不对称的, 此种情况下它们的频域过程对称与否具有重要的研究价值。为了研究在对称条件下双方柱绕流的频域过程是否对称, 对阻力系数、升力系数及流向速度进行了谱分析。为了消除初始条件的影响, 在所取样本中去除了计算中初始段的数据, 然后再进行谱运算。阻力系数、升力系数及对称点上流向速度的功率谱如图 6 至图 10 所示。从图中可以看出, 在边界条件对称的条件下, 方柱 1 和方柱 2 的阻力系数和升力系数的功率谱都基本相同, 在两对称点上流向速度的功率谱也基本相同, 表明两方柱对应的谱状态基本相同, 即在对称边界条件下双方柱绕流的频域过程是基本对称的。

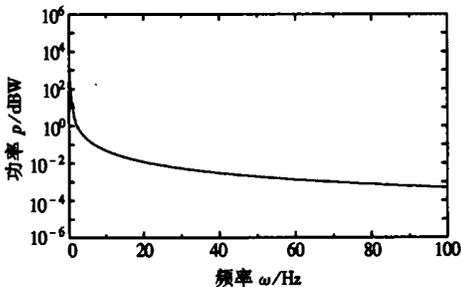


图 6 方柱 1 阻力系数的功率谱

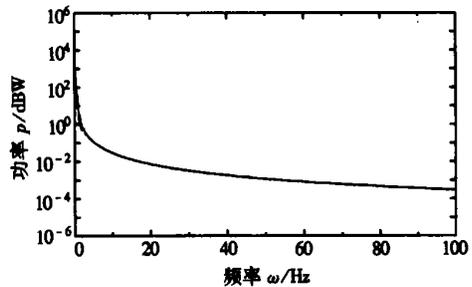


图 7 方柱 2 阻力系数的功率谱

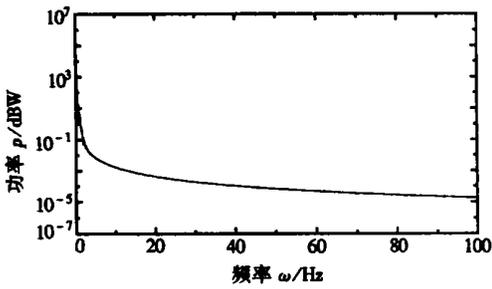


图8 方柱1升力系数的功率谱

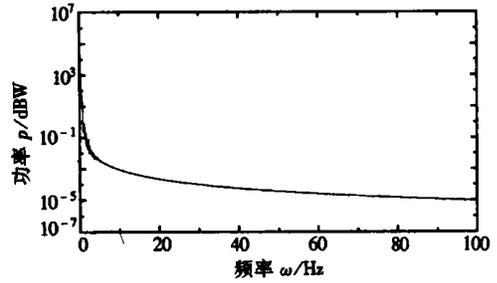


图9 方柱2升力系数的功率谱

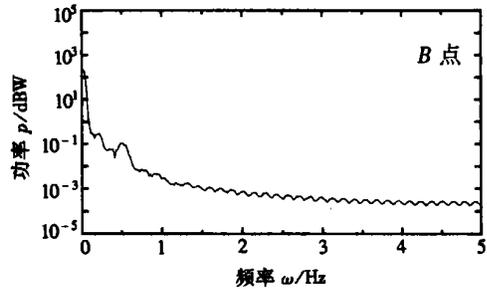
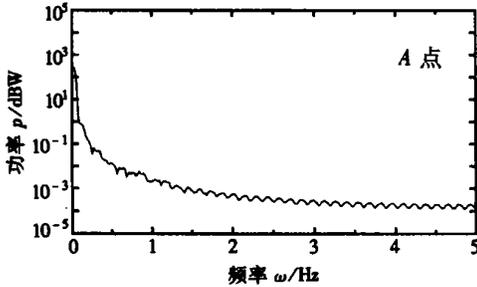


图10 两对称点上流向速度的功率谱

4 结 论

1) 本文所研究的频谱对称性问题不仅涉及了流场内对称物体的结构或热质交换的设计原则,还涉及到尾流区内动力作用及传递特性的物理性质。考虑到后者,这一问题的深入探索对于非对称多体绕流同样是有意义的。

2) 本文的计算结果表明,速度、阻力与升力谱均具有对称性质。鉴于这个问题的重要性以及湍流数值模拟的目前水平,仅根据本文或其它文献的结果就得出最终结论还为时尚早。在有关数值模拟的一本论文集^[8]中专门发表了关于单方柱零攻角绕流问题的7篇论文,计算前提完全相同,不同作者采用了不同算法,通过对比取得了许多共识。这种作法非常值得参考。

3) 关于多体对称绕流的谱分析问题,已发表的文献均未涉及物体的动力响应。当流场与物体响应相互耦联的情况下,频谱是否具有对称性的问题还未见文献报道,因此也值得特别关注。

4) 近年来,湍流的大涡模拟技术发展很快。LES在捕捉高频的微尺度涡方面并无所长,但对结构动力响应及热质交换等工程问题产生显著影响的低频与中频涡系,LES则具较高的分辨能力^[9]。如果能够选择满足时变项精度要求的计算格式与之配合,则可以较好地掌握涡系的演化过程,为谱分析的可信性奠定基础。总之,对于具有明显尾流区的绕流运动,LES是值得重视的模拟方法。

[参 考 文 献]

- [1] 陈素琴,顾明,黄自平. 两并列方柱绕流相互干扰的数值研究[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(2): 131—146.

- [2] Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations[J]. *Mon Weath Rev*, 1963, **91**(3): 99—165.
- [3] Deardorff J W. A numerical study of three dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers[J]. *J Fluid Mech*, 1970, **41**(2): 453—480.
- [4] 是勋刚. 湍流[M]. 天津: 天津大学出版社, 1994.
- [5] 樊洪明, 何钟怡, 王小华. 弯曲管段内流动的大涡模拟[J]. *水动力学研究与进展, A辑*, 2001, **16**(1): 78—83.
- [6] 樊洪明, 何钟怡, 李先庭. 洁净室流场大涡模拟[J]. *空气动力学学报*, 2001, **19**(3): 302—309.
- [7] WANG Xiao_hua, HE Zhong_yi. Numerical simulation and energy loss analysis of the flow in local features[A]. In: ZHANG Guo_qiang Ed. 4th IAQVEC [C]. Hong Kong: City University of Hong Kong, 2001.
- [8] Chollet J P, Voke P R, Kleiser L. Direct and Large Eddy Simulation II [M]. the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [9] Meneveau C, Katz J. Scale invariance and turbulence models for large eddy simulation[J]. *Annu Rev Fluid Mech*, 2000, **32**: 1—32.

Large Eddy Simulation and Spectrum Analysis of Flow Around Two Square Cylinders Arranged Side by Side

WEI Ying_jie¹, ZHU Meng_sheng², HE Zhong_yi²

(1. Department of Aerospace Engineering & Mechanics,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, P. R. China;
2. School of Municipal & Environmental Engineering,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, P. R. China)

Abstract: Large eddy simulation cooperated with the second order full extension ETG finite element method was applied to simulate the flow around two square cylinders arranged side by side at a spacing ratio of 1.5. The second order full extension ETG finite element method was developed by Wang and He. By means of Taylor expansion of terms containing time derivative, time derivative is replaced by space derivative. The function of it is equal to introducing an artificial viscosity term. The streamlines of the flow at different moments were obtained. The time history of drag coefficient, lift coefficient and the streamwise velocity on the symmetrical points were presented. Furthermore, the symmetrical problem of the frequency spectrum of flow around two square cylinders arranged side by side were studied by using the spectral analysis technology. The data obtained at the initial stage are excluded in order to avoid the influence of initial condition on the results. The power spectrums of drag coefficient, lift coefficient, the streamwise velocity on the symmetrical points were analyzed respectively. The results show that although the time domain process of dynamic parameters is non-symmetrical, the frequency domain process of them is symmetrical under the symmetrical boundary conditions.

Key words: two square cylinders arranged side by side; symmetrical flow around body; spectrum analysis; large eddy simulation; ETG finite element; drag coefficient; lift coefficient