应用数学和力学，第9卷第1期（1988年1月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

关于弹塑性边界元分析的迭代收敛性*

李文龙　张相麟

（北方车辆研究所，1985年9月14日收到）

摘　　要

迭代过程是弹塑性边界元法的核心部分，文中对边界元弹塑性分析的迭代收敛性问题作了详细地理论分析和讨论.

一、前　　言

边界元法是目前国际上非常流行的数值分析方法，和有限元法相比，它最有意义的特征之一是很小的方程组和处理问题时所需的数据大大地减少。此外，结果的数值精度高。计算机时省和所用计算机内存少也都是边界元法的明显优点。这在三维问题中会变得尤其突出。

把边界元法应用到弹塑性问题上是Swedlow和Cruse[1]在1971年首先提出来的，经过一系列作者[2-8]的努力，已经形成了二维和三维问题的完整的边界元解法。

弹塑性边界元法常可分为初应变法和初应力法两种，初应变法限于应变硬化材料，而初应力法则可包括理想塑性，塑性硬化和塑性软化在内的塑性流动特征。

二、弹塑性问题的边界元提法

了为下面叙述的完整性，这里只简要提及一下有关的部分，详细的叙述可参阅有关的著作[8-10]。

对于给定的任一点ξ处的位移增量$\dot{\mathbf{u}}(\xi)$由恒等式

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(\xi)\dot{\mathbf{u}}(\xi)=&\int_\Gamma \mathbf{G}(\xi,\eta)\dot{\mathbf{t}}(\eta)d\Gamma(\eta)\\&-\int_\Gamma \mathbf{H}(\xi,\eta)\dot{\mathbf{u}}(\eta)d\Gamma(\eta)\\&+\int_\Omega \mathbf{B}(\xi,\zeta)\dot{\sigma}^*(\zeta)d\Omega(\zeta)\end{aligned}\tag{2.1}$$

给出。

* 钱伟长推荐.

这里，$\dot{t}_i(\eta)$，$\dot{u}_i(\eta)$是边界上的力和位移增量。$\dot{\sigma}^*_{ij}(\zeta)$是域内$\zeta$点的初应力，以及$G_{ij}(\xi,\eta)$，$H_{ij}(\xi,\eta)$和$B_{ijk}(\xi,\zeta)$为Kblvin基本解，分别对应于无限介质中集中 载荷作用下的位移作用力和应变。

方程(2.1)是边界元初应力法边界积分方程的形式。对于初应变法应改写为：

$$\begin{aligned}\mathbf{C}(\xi)\dot{\mathbf{u}}(\xi)=&\int_\Gamma G(\xi,\eta)\dot{\mathbf{t}}(\eta)d\Gamma(\eta)\\&-\int_\Gamma \mathbf{H}(\xi,\eta)\dot{\mathbf{u}}(\eta)d\Gamma(\eta)\\&+\int_\Omega \mathbf{D}(\xi,\zeta)\dot{\varepsilon}^p(\zeta)d\Omega(\zeta)\end{aligned}\tag{2.2}$$

若将积分区域和边界离散为有限个子区域，通常称为单元，并用单元的节点值来插值相应的物理量，即，

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}&=\mathbf{N}^b\widetilde{\dot{\mathbf{u}}}\\\dot{\mathbf{t}}&=\mathbf{N}^b\widetilde{\dot{\mathbf{t}}}\\\dot{\sigma}^*&=\mathbf{N}^I\widetilde{\dot{\sigma}}^*\end{aligned}\right\}\tag{2.3}$$

其中，$\mathbf{N}^b$和$\mathbf{N}^I$分别为边界和内部单元上的插值函数矩阵。

由方程(2.1)，则有，

$$\begin{aligned}\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}=&\sum_n(\mathbf{G}^\gamma_n\widetilde{\dot{\mathbf{t}}}_n)-\sum_n(\mathbf{H}^\gamma_n\widetilde{\dot{\mathbf{u}}}_n)\\&+\sum_m(\mathbf{B}^\Omega_m\widetilde{\dot{\sigma}}^*_m)\end{aligned}\tag{2.4}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{G}^\gamma_n&=\int_{\Gamma_n}\mathbf{G}\mathbf{N}^b d\Gamma\\\mathbf{H}^\gamma_n&=\int_{\Gamma_n}\mathbf{H}\mathbf{N}^b d\Gamma\\\mathbf{B}^\Omega_m&=\int_{\Omega_m}\mathbf{B}\mathbf{N}^I d\Omega\end{aligned}\right\}\tag{2.5}$$

和

当ξ点依次取遍所有节点时，由方程(2.4)代入边界条件后，可以得到矩阵方程：

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}=\mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}+\mathbf{B}_1\dot{\sigma}^*\tag{2.6}$$

和

$$\dot{\mathbf{U}}=\mathbf{F}\dot{\mathbf{X}}+\mathbf{E}\dot{\mathbf{Y}}+\mathbf{B}_2\dot{\sigma}^*\tag{2.7}$$

其中 $\dot{\mathbf{X}}$：边界未知量向量。

$\dot{\mathbf{Y}}$：边界条件向量。

$\dot{\mathbf{U}}$：域内节点位移向量。

同样，由方程(2.2)最后也可写成：

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{X}}=\mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}+\mathbf{D}_1\dot{\varepsilon}^p\tag{2.8}$$

和

$$\dot{\mathbf{U}}=\mathbf{F}\dot{\mathbf{X}}+\mathbf{E}\dot{\mathbf{Y}}+\mathbf{D}_2\dot{\varepsilon}^p\tag{2.9}$$

在弹塑性问题中，由于初应力$\dot{\sigma}^*_{ij}$和初应变$\dot{\varepsilon}^p_{ij}$不能预先知道，故方程(2.6)～(2.9)的求解要采用迭代法，这在有限元的非线性分析中我们已经很熟悉了。

三、弹塑性迭代过程的收敛性

为了叙述方便，我们先来分析讨论方程(2.7)的迭代收敛问题。

把方程(2.6)代入(2.7)中有

$$\dot{\mathbf{U}}=\dot{\mathbf{K}}+\mathbf{B}\dot{\sigma}^* \tag{3.1}$$

这里

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathbf{K}}&=(\mathbf{F}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}+\mathbf{E})\dot{\mathbf{Y}}\\ \mathbf{B}&=(\mathbf{F}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_1+\mathbf{B}_2)\end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

写成迭代形式为：

$$\dot{\mathbf{U}}_{i+1}=\dot{\mathbf{K}}+\mathbf{B}\dot{\sigma}^*_i \tag{3.3}$$

由初应力的定义：

$$\dot{\sigma}^*_\alpha=\mathscr{D}^e\dot{\varepsilon}_\alpha-\mathscr{D}^{ep}\dot{\varepsilon}_\alpha=\mathscr{D}^p\dot{\varepsilon}_\alpha \tag{3.4}$$

以及单元上的应变-位移关系：

$$\dot{\varepsilon}_\alpha=\partial\mathbf{N}\cdot\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{\alpha\beta} \tag{3.5}$$

可以写出

$$\dot{\sigma}^*_\alpha=\partial^p\cdot\partial\mathbf{N}\cdot\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{\alpha\beta} \tag{3.6}$$

首先，利用矩阵变换T_α把$\dot{\sigma}^*_\alpha$变换为与$\dot{\sigma}^*$维数相同的向量$\tilde{\dot{\sigma}}^*_\alpha$,使它的第$\alpha$块矩阵元是$\dot{\sigma}^*_\alpha$，而其它元素全为零。

再利用局部与整体之间的Boolian变换矩阵A_α，可以很容易地把$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{\alpha\beta}$和$\tilde{\dot{\sigma}}^*_\alpha$表示为：

$$\tilde{\dot{\mathbf{u}}}_{\alpha\beta}=A_{\alpha\beta}\dot{\mathbf{U}} \tag{3.7}$$

和

$$\tilde{\dot{\sigma}}^*_\alpha=\bar{A}_\alpha\dot{\sigma}^* \tag{3.8}$$

把(3.7)和(3.8)代入(3.6)中，有

$$T_\alpha\bar{A}_\alpha\dot{\sigma}^*=T_\alpha\mathscr{D}^p\partial\mathbf{N}A_{\alpha\beta}\dot{\mathbf{U}} \tag{3.9}$$

对下标α求和，注意到

$$\sum_\alpha T_\alpha\bar{A}_\alpha=I \tag{3.10}$$

则有

$$\dot{\sigma}^*=\sum_\alpha\{T_\alpha\mathscr{D}^p\partial\mathbf{N}A_{\alpha\beta}\}\dot{\mathbf{U}} \tag{3.11}$$

上式中的求和项可以表示为两个矩阵的乘积，因此，我们有

$$\dot{\sigma}^*=\tilde{\mathscr{D}}^p\partial\tilde{\mathbf{N}}\dot{\mathbf{U}} \tag{3.12}$$

利用(3.12)式，可以把(3.3)式改写成我们熟悉的迭代形式：

$$\dot{\sigma}^*_{i+1}=\dot{\mathbf{M}}_\sigma+\tilde{\mathscr{D}}\partial\tilde{\mathbf{N}}\mathbf{B}\dot{\sigma}^*_i$$

$$(\dot{\mathbf{M}}_\sigma=\tilde{\mathscr{D}}^p\partial\tilde{\mathbf{N}}\dot{\mathbf{K}}) \tag{3.13}$$

或者

$$\dot{\sigma}^*_{i+1}=\dot{\mathbf{M}}_\sigma+\tilde{\mathbf{S}}_\sigma\tilde{\mathbf{Q}}_\sigma\dot{\sigma}^*_i \tag{3.14}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}\tilde{\mathbf{Q}}_\sigma&=\tilde{\mathscr{D}}^e\partial\tilde{\mathbf{N}}\mathbf{B}\\ \tilde{\mathbf{S}}_\sigma&=\tilde{\mathscr{D}}^p\tilde{\mathscr{D}}^{e-1}\end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

对角线超矩阵$\tilde{\mathbf{S}}_\sigma$的任一子矩阵元素可以表示为

$$\mathbf{S}_a=\frac{\mathscr{D}^e\nabla_\sigma\psi\nabla_\sigma\psi^T}{\varphi'+\nabla_\sigma\psi^T\mathscr{D}^e\nabla_\sigma\psi} \tag{3.16}$$

式中，$\nabla_\sigma\psi$表示塑性势ψ在σ-空间上的梯度。

显然，(3.14)和(3.3)在收敛性上是一致的。

现在，为了完整起见，我们先来回顾几个数学定理。

对于任一给定的矩阵A，当且仅当所有的特征值模数小于1时，或者说A的谱半径$\rho(A)$小于1时，矩阵A的幂趋近于零矩阵，即

$$\lim_{n\to\infty} A^n=0 \tag{3.17}$$

因此，可以得到：

引理1 设有迭代公式

$$X_{i+1}=BX_i+f \tag{3.18}$$

若$\rho(B)<1$，则迭代法收敛。

引理2 变换$T^{-1}AT$不改变A的特征值。

为了矩阵乘积AB的非常重要的上界估计，我们有。

引理3 如果$A^TA=AA^T$和$B^TB=BB^T$，则有不等式

$$\rho(AB)\leqslant\rho(A)\cdot\rho(B) \tag{3.19}$$

显然，矩阵A和B的对称性就是充分条件。

有了这些知识我们可回过来研究(3.14)的迭代收敛问题，即对$\rho(\tilde{\mathbf{S}}_\sigma\tilde{\mathbf{Q}}_\sigma)$给予定量的估计。

我们说(3.14)式决定塑性初应力增量的第k次迭代收敛，是指满足条件

$$\|\dot{\boldsymbol{\sigma}}_k^*-\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{k-1}^*\|<\delta \tag{3.20}$$

在上式中$\|\cdot\|$表示某一矢量范数，而δ是任意小的正数。

若采用Von Mises 屈服准则：

$$\psi(\boldsymbol{\sigma})=\frac{3}{2}\boldsymbol{\sigma}_D^T\ \boldsymbol{\sigma}_D-\bar{\sigma}^2=0 \tag{3.21}$$

则$\tilde{\mathbf{S}}_\sigma$的任一对角线子矩阵(3.16)可以写成：

$$\mathbf{S}_a=\frac{2\mu}{\varphi'+3\mu}\mathbf{S}\mathbf{S}^T \tag{3.22}$$

其中，$\mathbf{S}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\boldsymbol{\sigma}_D}{\bar{\sigma}}$，$\boldsymbol{\sigma}_D$是偏应力矢量，$\varphi'$和$\mu$分别为材料硬化参数和剪切模量。

容易看出

$$\mathbf{S}^T\mathbf{S}=\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2\bar{\sigma}^2}\boldsymbol{\sigma}_D^T\ \boldsymbol{\sigma}_D\right)=\frac{3}{2} \tag{3.23}$$

及

$$\mathbf{S}_a\mathbf{S}=\frac{2\mu}{\varphi'+3\mu}\mathbf{S}(\mathbf{S}^T\mathbf{S})=\frac{3\mu}{\varphi'+3\mu}\mathbf{S} \tag{3.24}$$

则知，$\rho(\mathbf{S}_a)$等于$\mu/(\varphi'/3+\mu)$的最大值。应该注意到这个结果对于$\tilde{\mathbf{S}}_\sigma$也是成立的，因为，$\tilde{\mathbf{S}}_\sigma$是以$\mathbf{S}_a$为对角线的超矩阵，则每个$\mathbf{S}_a$的特征值也都是$\tilde{\mathbf{S}}_\sigma$的特征值。

对于$\tilde{\mathbf{Q}}_\sigma$矩阵，它的物理意义在于把初应力和真实应力联系起来了。

$$(\tilde{\mathbf{Q}}_\sigma-\mathbf{I})\dot{\boldsymbol{\sigma}}^*=\dot{\boldsymbol{\sigma}} \tag{3.25}$$

考虑到，如果给定的是齐次边界条件，则由边界积分方程可以得到

$$\dot{\mathbf{U}}=\mathbf{B}\dot{\sigma}^* \tag{3.26}$$

则由

$$\dot{\sigma}=\widetilde{\mathscr{D}}^e\dot{\varepsilon}-\dot{\sigma}^* \tag{3.27}$$

立即可以写出

$$\dot{\sigma}=\widetilde{\mathscr{D}}^e\widetilde{\partial}\mathbf{N}\mathbf{B}\dot{\sigma}^*-\dot{\sigma}^* \tag{3.28}$$

这就证明了(3.25)式。

设存在一个只受初应变$\dot{\varepsilon}^p$的系统，则虚功原理的形式为

$$\dot{W}=0=\int_\Omega \sigma^T\dot{\varepsilon}d\Omega \tag{3.29}$$

积分后，它给出

$$\sigma^T\Omega\dot{\varepsilon}=\sigma^T\Omega\dot{\varepsilon}^e+\sigma^T\Omega\dot{\varepsilon}^p=0 \tag{3.30}$$

其中，Ω应理解为广义的体积超矩阵。

若系统只承受初应力$\dot{\sigma}^*=\mathscr{D}^e\dot{\varepsilon}^p$，则上式可以写成

$$\varepsilon^{eT}\Omega\dot{\sigma}=-\dot{\varepsilon}^{eT}\Omega\dot{\sigma}^* \tag{3.31}$$

由方程(3.25)和(3.31)马上可以得出结论：$(I-\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma)$的特征值只能是$\lambda=0$和$\lambda=1$，这对于$\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma$同样是正确的。对于静定杆系结构，矩阵$\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma$的全部特征值等于1，这可以由以下事实得出，即，在静定结构上作用任何初应力$\dot{\sigma}^*$所引起的真实应力只能是零，每增加一个多余约束，就有$\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma$的一个零特征值，这样，$\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma$的最大特征值或谱半径就是1。同时，也表明存在一个满秩矩阵V，使

$$\overline{\mathbf{Q}}_\sigma=V^{-1}\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma V$$

成为对角矩阵。

现考虑变换

$$V^{-1}(\widetilde{\mathbf{S}}_\sigma\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma)V=(V^{-1}\widetilde{\mathbf{S}}_\sigma V)(V^{-1}\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma V)=\overline{\mathbf{S}}_\sigma\overline{\mathbf{Q}}_\sigma \tag{3.32}$$

注意到，由于边界积分方程中积分核的奇异性，通常$\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma$会显示出一定的对角优势，这样，可以近似地认为，变换阵V为正交矩阵，即有

$$V^{-1}=V^T \tag{3.33}$$

这样，我们可以看到由于$\widetilde{\mathbf{S}}_\sigma$的对称性，则估计式(3.19)对于$\overline{\mathbf{S}}_\sigma\overline{\mathbf{Q}}_\sigma$是成立的，再由引理2，立即可以得到

$$\rho(\widetilde{\mathbf{S}}_\sigma\widetilde{\mathbf{Q}}_\sigma)\leqslant\left(\frac{3\mu}{\varphi'+3\mu}\right)_{\max} \tag{3.34}$$

这样，我们证明了：对于硬化材料，$\varphi'>0$，初应力法永远收敛，当$\varphi'\leqslant 0$时，则不一定，但经验表明[6]，对于理想弹塑性材料，$\varphi'=0$，边界元初应力法也能单调收敛的。

下面我们来简要地讨论一下初应变法的迭代收敛性。

将(2.8)代入(2.9)中有

$$\dot{\mathbf{U}}=\dot{\mathbf{K}}+\mathbf{D}\dot{\varepsilon}^p \tag{3.35}$$

其中

$$\mathbf{D}=(\mathbf{F}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}_1+\mathbf{D}_2) \tag{3.36}$$

由塑性流动法则不难得出

$$\dot{\varepsilon}_\alpha^p = \frac{1}{\varphi'}\mathbf{S}\mathbf{S}^T\mathscr{D}^e(\dot{\varepsilon}^\alpha - \dot{\varepsilon}_\alpha^p) \tag{3.37}$$

按着前面叙述过的"膨胀"过程，把(3.36)代入(3.37)中后，则有

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\mathbf{M}}_\varepsilon + \widetilde{\mathbf{S}}_\varepsilon\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon\dot{\varepsilon}^p \tag{3.38}$$

这里

$$\dot{\mathbf{M}}_\varepsilon = \widetilde{\mathbf{S}}\,\widetilde{\partial}\mathbf{N}\dot{\mathbf{K}}$$
$$\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon = (\widetilde{\partial}\mathbf{N}\mathbf{D} - \mathbf{I}) \tag{3.39}$$

而$\widetilde{\mathbf{S}}_\varepsilon$为一超对角线矩阵，其任一元素矩阵为

$$\mathbf{S}_\alpha = \frac{1}{\varphi'}\mathbf{S}\mathbf{S}^T\mathscr{D}^e \tag{3.40}$$

能够证明矩阵$\mathbf{S}\mathbf{S}^T$和$\mathscr{D}^e$是可以交换的．

则有[14]

$$\mathbf{S}\mathbf{S}^T\mathscr{D}^e = \mathscr{D}^e\mathbf{S}\mathbf{S}^T = 2\mu\mathbf{S}\mathbf{S}^T \tag{3.41}$$

因此，$\mathbf{S}_\alpha$又可以写成

$$\mathbf{S}_\alpha = \frac{2\mu}{\varphi'}\mathbf{S}\mathbf{S}^T \tag{3.42}$$

由此可知

$$\rho(\mathbf{S}_\alpha) = \left(\frac{3\mu}{\varphi'}\right)_{\max} \tag{3.43}$$

对于矩阵$\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon$，它的物理意义是把弹性应变$\dot{\varepsilon}^e$和初应变$\dot{\varepsilon}^p$联系起来了，即，

$$\dot{\varepsilon}^e = \widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon\dot{\varepsilon}^p \tag{3.44}$$

故由(3.30)和(3.44)可以得到：$\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon$的特征值只能是$\lambda=0$和$\lambda=-1$．

因此，我们可以断言：

$$\rho(\widetilde{\mathbf{S}}_\varepsilon\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon) \leqslant \left(\frac{3\mu}{\varphi'}\right)_{\max} \tag{3.45}$$

对于大多数软金属，比值$(3\mu/\varphi')$比1要大得多．但幸好从上式不能作出这样的结论，即，$\widetilde{\mathbf{S}}_\varepsilon$和$\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon$的谱半径有任何一个大于1，迭代法就会发散，实践中证明：初应变法有时可以解决$3\mu/\varphi'$比1大得多的实际问题．这一点可由以下事实来说明，即在静不定次数不太高的系统中，例如杆系或薄板，矩阵$\widetilde{\mathbf{Q}}_\varepsilon$的特征值大多数等于零．

值得补充说明，上述初应力法和初应变法收敛性的讨论是假设按着文献[6]提出的由有限差分方法计算初应力或初应变，边界元中常见的另一种方法是用关于应力的边界积分方程直接计算内部应力，这时，只要认为位移方程与应力方程的收敛性一致，则前面的讨论仍然是适用的．事实上，我们总可以将收敛准则建立在初应力或初应变上．这样，我们上面得到的结论就具有普遍的意义．

四、结　论

对弹塑性边界元法迭代收敛性的讨论是完整的边界元理论不可缺少的部分，为加速迭代过程的收敛提供了一定的理论依据．

在某些弹塑性情况下，可能无法避免迭代过程的发散．这时，发散意味着结构的真实适

应性。

参 考 文 献

[1] Swedlow, J. L. and T. A. Cruse, *Int. J. Solids Struct*, 7 (1971), 1673.

[2] Mendelson, A. Rep. NASA TN D-7418 (1973).

[3] Mukherjee, S., *Int. J. Solids Struct.*, 13 (1977), 331.

[4] Bui, H. D., *Int. J. Solids Struct*, 14 (1978), 935.

[5] Telles, J. C. F. and C A. Brebbia, *Appl. Math. Modelling*, 3 (1976), 466.

[6] Cathie, D. N., *Appl. Math. Modelling*, 5 (1981), 39.

[7] Banerjee, P. K. and G. G. Mustoe, *Recent Advances in Boundary Element Methods* (ed. Brebbia), Pentech Press, London (1978), 283.

[8] Telles, J. C. F. and C. A. Brebbia, *New Developments in Boundary Element Methods* (ed. Brebbia), CML Publications Limited (1980), 295.

[9] Brebbia, C. A. (ed.), *Progress in Boundary Element Methods*, Pentech Press, Lonon (1981).

[10] Telles, J. C. F., *The Boundry Element Method Applied to Inelastic Problems*, Springer-Verlag (1983).

[11] 冯康等，《数值计算方法》，国防工业出版社 (1978).

[12] 李庆扬等，《数值分析》，华中工学院出版社 (1981).

[13] Lipschutz, S., *Linear Algebra*, McGraw-Hill, Inc. (1974).

[14] Argyric, J. H. and D. W. Scharpf, «固体力学中的有限元素法» (译文集), 科学出版社 (1977), 166。

[15] 李文龙、张克健，关于边界元法迭代收敛性和加速法的研究，«兵工学会应用力学研究会会议论文» (1984).

[16] Li Wen-long and Zhang Ke-jian, Boundary element analysis of soil response to track load., *Proceedings of Second International Conference on Numerical Models in Geomechanics* (1986).

On the Convergence of Elastoplastic Boundary Element Analysis

Li Wen-long   Zhang Xiang-lin

(North Vehicle Research Institute, Beijing)

Abstract

Iterative process is a main component of boundary element method in plasticity. In this paper, the convergence of elastoplastic boundary element analysis has been discussed in detail and studied theoretically.