

微极流体润滑在径向轴承中应用*

裘祖千 陆章基

(上海复旦大学, 1985年8月30日收到)

摘 要

本文从微极流体场方程出发, 在润滑层的通常假设下, 把它化简为两个独立的常微分方程组, 并求得速度、微转动角速度的解析表达式。推导了微极流体润滑的雷诺方程, 把它应用于有限长径向轴承的求解。通过数值计算得到了微极效应对各种动力参数、几何参数下轴承的压力分布、承载力、流量系数和摩擦系数的影响, 并分析了它的实际意义, 使微极流体理论应用到工程问题又接近了一步。

一、引 言

一般的润滑理论总是把润滑液视为牛顿流体, 可是大量实验表明液体通过狭道的流动, 例如血液在细管里的定常流和脉动流, 滑移轴承中润滑液流动等, 由于介质的分子或颗粒的特征尺寸与狭道的特征长度已可作比较, 会呈现出许多非线性流变现象。例如掺有2%铝环烷添加剂的润滑油在固壁表面 5000\AA 的范围内粘性会增加十倍。Needs^[1], Fuks^[2]和 Drauglis^[3]等的实验均观察到这类现象。经典的连续介质理论无法予以解释。人们提出各种非牛顿流体模型, 例如幂律模型、Casson模型、Bingham模型、Herschel-Bulkley模型、粘弹流体模型、偶应力流体模型^[4]、微极流体模型^[5]以及微态流体模型等^{[6][7]}。值得指出, 其中Eringen提出的微极流体模型尤为人们重视, 该理论与经典连续介质理论相比, 从更深入的一个层次研究物质。该理论认为每个质点不仅有质量和线速度, 还有独立的微转动惯量和微转动角速度, 质点不仅能承受应力, 还能承受应力矩。总之把质点假想为具有自旋惯性效应的小刚体。故又命名为“带子结构流体”^[8]、“极流体”^[9]等。用该理论描述质点的运动, 需同时引入质点的平移速度向量与微转动角速度向量。

把润滑液视为微极流体在物理上也是合理的。事实上轴承的间隙甚小, 可以和非牛顿润滑液的颗粒(添加剂)的平均尺寸相比较。另外, 在一般工况下, 通常润滑液伴有污物和金属粒子, 可视为一种悬浮液体, 用微极模型描述较为理想。

微极流体理论应用于轴承的文章早期有Allen和Kline^[10]、Green^[11]和Cowin^[12]。Shukla和Isa^[13]曾提微极理论的广义Reynolds方程, 并应用于一维滑动轴承, Prakash和Sinha^[14]考虑无限长微极润滑的径向轴承的解, Tipei^[15]考察了微极润滑的短轴承内压力分布和摩擦特性。本文考察有限长微极润滑径向轴承的求解问题。

* 欧阳邕推荐。

二、微极流体润滑方程

向量形式的微极流体的场方程^[5]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} - \frac{1}{2} (2\mu + \chi) \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} + \chi \nabla \times \mathbf{w} - \nabla \Pi + \rho \mathbf{F} &= \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \\ (\alpha + \beta + \gamma) \nabla \nabla \cdot \mathbf{w} - \gamma \nabla \times \nabla \times \mathbf{w} + \chi \nabla \times \mathbf{v} - 2\chi \mathbf{w} + \rho \mathbf{L} &= \rho j \frac{D\mathbf{w}}{Dt} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中 ρ 是质量密度, \mathbf{v} 是速度向量, \mathbf{w} 是微转动角速度向量, Π 是热动压力, \mathbf{F} 是单位质量的体力, \mathbf{L} 为体力偶, j 为微惯性常数, λ 、 μ 是经典流体力学的粘性系数, χ 、 α 、 β 、 γ 是微极流体新的粘性系数, D/Dt 表示物质导数.

应力张量 t_{kl} 和偶应力张量 m_{kl} 的本构方程为

$$t_{kl} = (-\Pi + \lambda v_{r,r}) \delta_{kl} + \left(\mu - \frac{1}{2} \chi \right) (v_{k,l} + v_{l,k}) + \chi (v_{l,k} - \epsilon_{klr} w_r) \quad (2.2)$$

$$m_{kl} = \alpha w_{r,r} \delta_{kl} + \beta w_{k,l} + \gamma w_{l,k} \quad (2.3)$$

其中 ϵ_{klr} 为置换张量, δ_{kl} 为克罗内克符号, 跟在撇后的指标表示对空间变量 x_k 的偏导数.

对于不可压缩流体, 且忽略体力和体力偶, 因而有 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, $\mathbf{F} = 0$, $\mathbf{L} = 0$, Π 可以用流体压力 p 代替. 考虑润滑薄层的流动, 特别对于径向轴承, 假定微极流体的速度和微转动角速度具有形式:

$$\mathbf{v} = (u_1, u_2, u_3), \quad \mathbf{w} = (w_1, 0, w_3) \quad (2.4)$$

采用润滑理论通常的假定对方程 (2.1) 进行量级估计, 略去高阶小量简化后得到控制润滑流动微分方程为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} (2\mu + \chi) \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \chi \frac{\partial w_3}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \frac{1}{2} (2\mu + \chi) \frac{\partial^2 u_3}{\partial y^2} - \chi \frac{\partial w_1}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \\ \gamma \frac{\partial^2 w_3}{\partial y^2} - \chi \frac{\partial u_1}{\partial y} - 2\chi w_3 &= 0 \\ \gamma \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \chi \frac{\partial u_3}{\partial y} - 2\chi w_1 &= 0 \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.5a, b, c, d, e, f)$$

对于润滑层来说 (如图1), 一般边界条件为

$$\left. \begin{aligned} y=0: u_1=U_1, u_2=u_3=0, w_1=w_3=0 \\ y=h: u_1=U_2, u_2=V_2+U_2 \frac{\partial h}{\partial x}, u_3=0, w_1=w_3=0 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

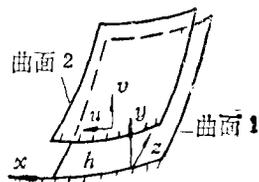


图 1

其中 h 表示油膜厚度, U_1 表示曲面 1 的切向速度, U_2 和 V_2 为曲面 2 的切向和法向速度。

观察(2.5)式, 因为 p 与 y 无关, 所以(2.5a)和(2.5c)式可视为变量 u_1 、 w_3 所满足常系数的常微分方程组, 可以直接积分求解, 同样理由, (2.5b)和(2.5d)式可视为 u_3 、 w_1 所满足的常系数常微分方程组, 也可以积分求解。根据边界条件(2.6)式, 经过初等而又繁复的计算求得两个方程组的解为:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[\frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{m} \frac{\text{ch}(my) - 1}{\text{sh}(mh)} \right] + U_1 + \frac{D_1}{1 - N^2} \left\{ y \right. \\
 &\quad \left. - \frac{N^2}{m} \left[\text{sh}(my) - \frac{(\text{ch}(my) - 1)(\text{ch}(mh) - 1)}{\text{sh}(mh)} \right] \right\} \\
 u_3 &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[\frac{y^2}{2} - \frac{N^2 h}{m} \frac{\text{ch}(my) - 1}{\text{sh}(mh)} \right] + \frac{D_2}{1 - N^2} \left\{ y \right. \\
 &\quad \left. - \frac{N^2}{m} \left[\text{sh}(my) - \frac{(\text{ch}(my) - 1)(\text{ch}(mh) - 1)}{\text{sh}(mh)} \right] \right\} \\
 w_1 &= - \left\{ \frac{D_2}{2(1 - N^2)} (\text{ch}(my) - 1) + \frac{\text{sh}(my)}{\text{sh}(mh)} \left[\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{D_2}{2(1 - N^2)} (\text{ch}(mh) - 1) \right] - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} y \right\} \\
 w_3 &= \frac{D_1}{2(1 - N^2)} (\text{ch}(my) - 1) + \frac{\text{sh}(my)}{\text{sh}(mh)} \left[\frac{h}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{D_1}{2(1 - N^2)} (\text{ch}(mh) - 1) \right] - \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

其中 $D_1 = - \frac{(1 - N^2)}{2} \left\{ \frac{h}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + (U_1 - U_2) \left/ \left[\frac{h}{2} - \frac{N^2}{m} \frac{\text{ch}(mh) - 1}{\text{sh}(mh)} \right] \right. \right\}$

$D_2 = - \frac{(1 - N^2)}{2} \frac{h}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}$

$N = \left(\frac{\chi}{2\mu + \chi} \right)^{1/2}, \quad l = \left(\frac{\gamma}{4\mu} \right)^{1/2}, \quad m = \frac{N}{l}$

u_2 可以从(2.5e)式连续性方程求得, 这里从略。

求得速度分布后, 可以写出流量表达式

$$\begin{aligned}
 Q_x &= \int_0^h u_1 dy = \frac{U_1 + U_2}{2} - \frac{h}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[h^2 \right. \\
 &\quad \left. + 12l^2 - 6Nlh \frac{1 + \text{ch}(mh)}{\text{sh}(mh)} \right] \\
 Q_z &= \int_0^h u_3 dy = - \frac{h}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \left[h^2 + 12l^2 - 6Nlh \frac{1 + \text{ch}(mh)}{\text{sh}(mh)} \right]
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

从连续性方程沿 y 方向积分可得

$$V_2 + U_2 \frac{\partial h}{\partial x} = - \int_0^h \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) dy = - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u_1 dy \right.$$

$$-U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^h u_3 dy \}$$

把方程(2.7)中 u_1 、 u_3 的表达代入上式, 又因为 V_2 为 h 对时间变化率即 $V_2 = \partial h / \partial t$, 可得

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right) + G(x) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 12 \frac{\partial h}{\partial t} + 6(U_1 + U_2) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.9)$$

$$\text{其中 } G(x) = \frac{h}{\mu} \left[h^2 + 12l^2 - 6Nlh \frac{1 + \text{ch}(Nh/l)}{\text{sh}(Nh/l)} \right]$$

方程(2.9)就是微极流体润滑的 Reynolds 方程, 当 N 或 l 趋于零时, 方程(2.9)就变为牛顿流体的 Reynolds 方程, 因此它是牛顿流体润滑雷诺方程的推广形式。

三、有限长径向轴承

1. 有限长径向轴承微极流体雷诺方程

如图 2 表示, 设轴承半径为 R , 直径为 D , 轴承间隙为 c , 相对间隙 $\psi = c/R$, 轴承宽度为 B , δ 为最大油膜厚度方向与固定轴夹角, θ 为最大油膜厚度起算的角度坐标, $\omega = \omega_1 + \omega_2$ 为轴承角速度 ω_1 与轴颈角速度 ω_2 之和, ε 为偏心率, $\omega^* = \omega - 2d\delta/dt$ 为有效角速度。

引入无量纲量:

$$\bar{l} = \frac{l}{c}, \quad \bar{h} = \frac{h}{c} = 1 + \varepsilon \cos \theta, \quad \bar{p} = \frac{p \psi^2}{6\mu \omega^*}$$

$$\bar{z} = z/B, \quad \lambda = B/D, \quad q = 2 \frac{d\varepsilon}{dt} / \omega^*$$

称为动力参数, 方程(2.9)式可化为:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(G(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \frac{G(\theta)}{\lambda^2} \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \bar{z}^2} = -\varepsilon \sin \theta + q \cos \theta \quad (3.1)$$

其中 $G(\theta) = \bar{h} \left(\bar{h}^2 + 12\bar{l}^2 - 6N\bar{l}\bar{h} \frac{1 + \text{ch}(N\bar{h}/\bar{l})}{\text{sh}(N\bar{h}/\bar{l})} \right)$, (3.1) 式中 \bar{p} 依赖于参数 λ 、 ε 、 q 、 N 和 \bar{l} 。

它是二阶线性偏微分方程, 可以进行数值求解, 其边界条件:

$$\bar{z} = \pm 1, \quad \bar{p} = 0$$

$$\bar{p}(\theta, \bar{z}) = \bar{p}(\theta + 2\pi, \bar{z})$$

从方程(3.1)和牛顿流体雷诺方程相比较, 在方程中多了表征微极效应的两个参数 N 和 \bar{l} 。 $N = \left(\frac{\chi}{2\mu + \chi} \right)^{1/2}$ 可以视为相对旋转粘滞力和牛顿粘滞力之比, 从描写微极流体场方程中可以看出 N 是刻划了线动量方程和角动量方程的耦合, 故 N 可称为耦合数, 而 $\bar{l} = l/c$ 是表征微极元物质特征长度 l 的无量纲量, 从 N 和 \bar{l} 的物理意义可知, 有 $0 \leq N \leq 1$ 和 $0 \leq \bar{l}$ 的限制条件。

2. 承载力、流量系数、摩擦系数

从方程(3.1)求得 \bar{p} 之后, 然后把压力为正的区城进行积分得承载力 W , 定义无量纲承载力 S ,

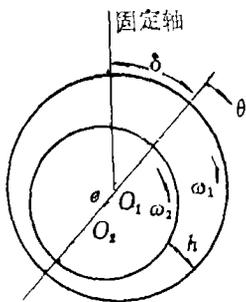


图 2

$$S = \frac{W\psi^2}{3BD\mu|\omega^*|}$$

S 的具定计算公式如下:

$$S_1 = \int_0^1 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \bar{p} \cos\theta d\theta d\bar{z}, \quad S_2 = \int_0^1 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \bar{p} \sin\theta d\theta d\bar{z}$$

其中 θ_1, θ_2 为油膜起始角和终止角.

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}, \quad \phi = \arctg(S_2/S_1) \quad (3.2)$$

ϕ 为 W 与偏位线夹角. 对于纯挤压效应 $\omega^* = 0$ 情形, \bar{p} 和 S 分别定义为 $\bar{p} = \frac{p\psi^2}{6\mu de/dt}$ 和

$$S = \frac{W\psi^2}{6BD\mu|de/dt|}.$$

轴承两端面洩流量 Q 为

$$Q = 2 \int_0^{2\pi} Q_z R d\theta$$

由(2.8)式中 Q_z 的表达代入上式得

$$Q = -\frac{R^2\omega^*\psi}{\lambda} \int_{\theta_1}^{\theta_2} G(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=1} d\theta$$

定义流量系数 J 为

$$J = \frac{Q\lambda}{R^3\psi\omega^*} = - \int_{\theta_1}^{\theta_2} G(\theta) \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=1} d\theta \quad (3.3)$$

至于纯挤压效应流量系数定义为 $J = \frac{Q\lambda}{R^3\psi de/dt}$.

由(2.2)式和(2.7)式可得轴承表面周向切应力

$$\begin{aligned} t_{z\theta}|_{z=0} &= \left[\frac{1}{2} (2\mu + \chi) \frac{\partial u_1}{\partial y} - \chi w_3 \right]_{z=0} = \frac{1}{2} (2\mu + \chi) D_1 \\ &= - \left[\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{h - 2Nl \frac{\text{ch}(Nh/l) - 1}{\text{sh}(Nh/l)}} \right] \end{aligned}$$

轴承表面摩擦力为

$$F = \iint t_{z\theta}|_{z=0} dx dz = -\frac{\varepsilon\psi R}{2} \iint p \sin\theta d\theta dz - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\psi} RB \int \frac{d\theta}{h - 2Nl \frac{\text{ch}(Nh/l) - 1}{\text{sh}(Nh/l)}}$$

无量纲摩擦力 $f = \frac{F}{3\mu BD\omega^*}$, 摩擦系数 \bar{f} 定义为

$$\begin{aligned} \bar{f} &= 6\psi \frac{F}{W} = 6\psi \frac{f}{S} \\ &= -3\varepsilon \sin\phi + \frac{k}{S} \int \frac{d\theta}{h - 2Nl \frac{\text{ch}(Nh/l) - 1}{\text{sh}(Nh/l)}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中 $k = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega^*}$.

3. 计算结果及分析

对雷诺方程 (3.1), 采用差分方法进行数值求解, 得到如下结果。

压力分布

图 3 表示中剖面 ($\bar{z}=0$) 的压力分布, 从图中可以看出, 不同 \bar{l} 、 N 值的压力分布形状大致相同, 有微极效应的曲线 II、III、IV 比无微极效应曲线 I 压力分布值大。在其他参数不变条件下, 增加 N , 压力分布有明显增大, 因而承载力也有明显增大, 例如曲线 II 的 $N=0.3$, 无量纲承载力 $S=0.2831$, 而曲线 III 的 $N=0.7$, 无量纲承载力 $S=0.4275$ 。

承载力

(1) 微极效应对承载力的影响见图 4、图 5、图 6 和图 7。从图中可知, 对于确定的 λ 、 ϵ 、 q 的情形, 相同 \bar{l} 下无量纲承载力 S 随 N 单调增加。当 $N < 0.5$ 时, 增加得较缓慢。当 $N > 0.5$ 时, S 随 N 迅速增加。对于同一 N , S 随 \bar{l} 一开始有显著增加, 当 \bar{l} 增至 $0.1 \sim 0.2$, S 就趋向于一定值 ($N=0.8$ 例外)。

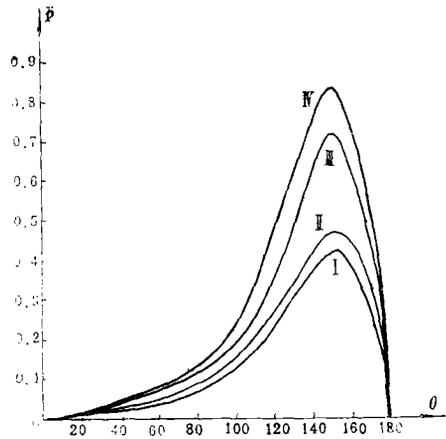


图 3 微极效应对压力分布的影响

$\lambda=0.5, \epsilon=0.7, q=0$

I: $\bar{l}=0, N=0, S=0.2573$

II: $\bar{l}=0.1, N=0.3, S=0.2831$

III: $\bar{l}=0.1, N=0.7, S=0.4275$

IV: $\bar{l}=0.5, N=0.7, S=0.4985$

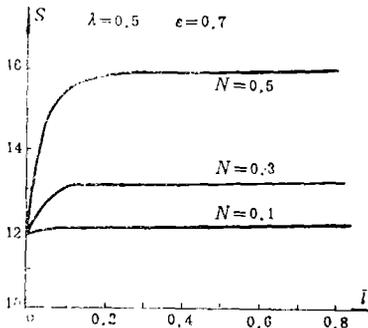


图 4 纯挤压效应 ($d\epsilon/dt > 0$) 承载力和 \bar{l} 、 N 关系

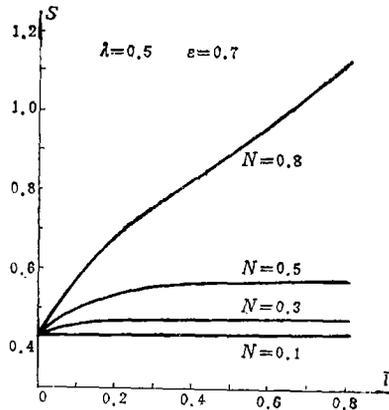


图 5 承载力和 \bar{l} 、 N 关系 ($q=-1$)

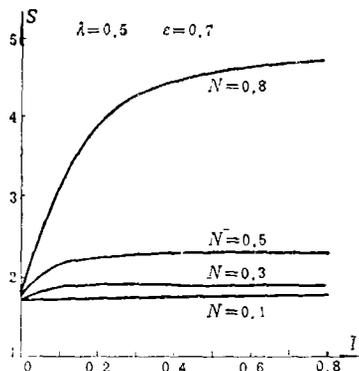


图 6 纯旋转效应 ($q=0$) 承载力和 \bar{l} 、 N 关系

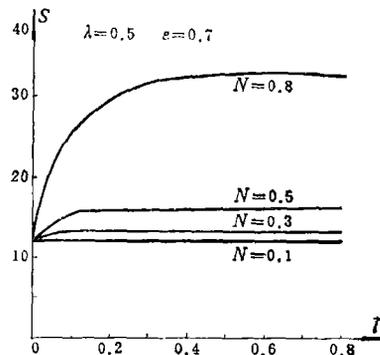


图 7 承载力和 \bar{l} 、 N 关系 ($q=1$)

(2) 承载力的姿态角 ϕ 和牛顿流体润滑问题一样, 是随 λ 、 ϵ 、 q 参数变化, 但微极参数 N 、 \bar{l} 对 ϕ 有没有影响呢? 计算结果表明, N 、 \bar{l} 对 ϕ 的影响甚小(见表 1)。这可以从微极效应对压力分布形状影响甚小得到解释。

表 1 $\lambda=0.1, \epsilon=0.7$

ϕ	N	$q=0$				$q=1$			
		0.1	0.3	0.5	0.8	0.1	0.3	0.5	0.8
0		128.97	128.97	128.97	128.97	168.64	168.64	168.64	168.64
0.1		128.97	129.12	129.83	132.94	168.64	168.70	169.02	170.49
0.2		128.97	129.02	129.37	131.99	168.64	168.66	168.80	169.94
0.3		128.97	128.99	129.18	131.00	168.64	168.65	168.72	169.48
0.5		128.97	128.98	129.05	129.95	168.64	168.64	168.67	169.20
0.8		128.97	128.97	129.00	129.40	168.64	168.64	168.65	168.80

摩擦力

摩擦系数 \bar{f} 随微极参数 \bar{l} 、 N 变化关系见图 8、图 9、图 10、图 11 和图 12。

(1) 对于 $q \geq 0$ 或纯挤压效应 $de/dt > 0$ 情形(图 8、图 11 和图 12), 摩擦系数 \bar{f} 随 \bar{l} 变化曲线(N 固定), 在 $\bar{l}=0.1$ 附近有一极小值, 当 $\bar{l} > 0.5$ 以后, \bar{f} 随 \bar{l} 变化甚小。对于固定 \bar{l} , 摩擦系数 \bar{f} 随 N 增加而减少。

(2) 对于 $q < 0$ 或纯挤压效应 $de/dt < 0$ 情形(图 9、图 10), 摩擦系数 \bar{f} 随 \bar{l} 变化曲线(固定 N), 在 $\bar{l}=0.1$ 附近有极大值, 当 $\bar{l} > 0.5$ 以后 \bar{f} 随 \bar{l} 变化甚小。对于较小 \bar{l} 值, \bar{f} 随 N 增加而增加, 但对于较大 \bar{l} 值, \bar{f} 随 N 增加反而减少。

(3) 对于纯旋转效应($q=0$), 摩擦系数 \bar{f} 的曲线形状和参考文献[14]相同, 这说明有限长径向轴承和无限长径向轴承的摩擦系数特征是一致的。

流量

从表 2、表 3 可知, 微极参数 \bar{l} 、 N 对流量系数 J 的影响甚微, 在 $\bar{l}=0.1$ 附近有一极小值。对于纯挤压效应情形, $de/dt < 0$ 时的流量系数大于 $de/dt > 0$ 时的流量系数。

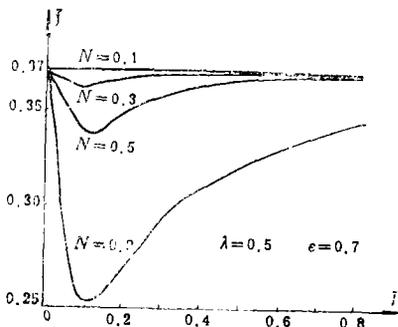


图 8 纯挤压摩擦系数与 \bar{l} 、 N 关系曲线 ($de/dt > 0, k=0.1$)

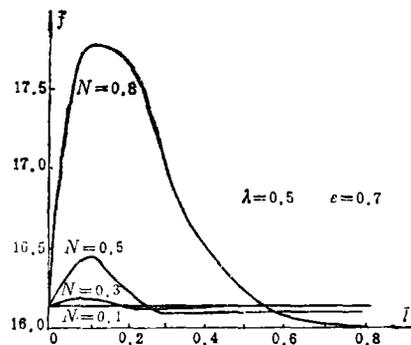


图 9 纯挤压摩擦与 \bar{l} 、 N 关系曲线 ($de/dt < 0, k=0.1$)

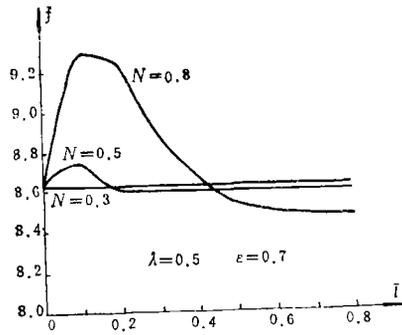


图 10 摩擦系数与 \bar{i} , N 关系曲线
($q = -1, k = 0.1$)

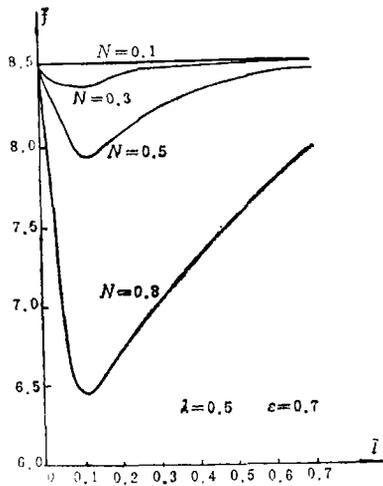


图 11 摩擦系数与 \bar{i} , N 关系曲线
($q = 0, k = 0.1$)

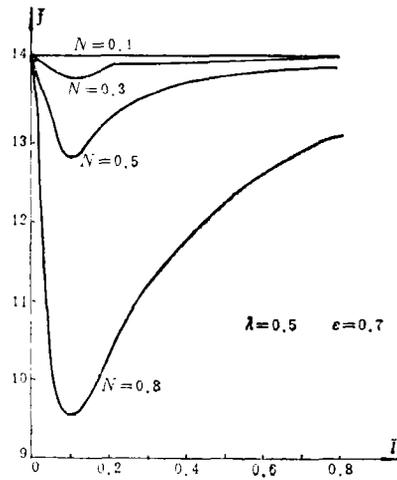


图 12 摩擦系数与 \bar{i} , N 关系曲线
($q = 1, k = 0.1$)

表 2 纯挤压效应流量系数 ($\lambda = 0.5, \epsilon = 0.7, k = 1$)

J N	\bar{i}	$d\epsilon/dt > 0$					$d\epsilon/dt < 0$				
		0	0.1	0.3	0.5	0.8	0	0.1	0.3	0.5	0.8
0.1		0.5944	0.5944	0.5944	0.5944	0.5944	0.6179	0.6179	0.6179	0.6179	0.6179
0.3		0.5944	0.5944	0.5943	0.5944	0.5944	0.6179	0.6176	0.6179	0.6179	0.6179
0.5		0.5944	0.5915	0.5939	0.5942	0.5943	0.6179	0.6166	0.6176	0.6178	0.6178
0.8		0.5944	0.5774	0.5890	0.5924	0.5936	0.6179	0.6077	0.6176	0.6177	0.6174

表 3 纯旋转效应及一般效应流量系数($\lambda=0.5, \epsilon=0.7, k=1$)

J	\bar{l}	$q=0$					$q=1$				
		0	0.1	0.3	0.5	0.8	0	0.1	0.3	0.5	0.8
N	0.1	0.4708	0.4708	0.4708	0.4708	0.4708	0.7615	0.7615	0.7615	0.7615	0.7615
	0.3	0.4708	0.4702	0.4707	0.4708	0.4708	0.7615	0.7608	0.7614	0.7615	0.7615
	0.5	0.4708	0.4679	0.4691	0.4698	0.4704	0.7615	0.7574	0.7597	0.7606	0.7611
	0.8	0.4708	0.4624	0.4615	0.4657	0.4686	0.7615	0.7426	0.7512	0.7567	0.7595

表 4 $\lambda=0.5, \epsilon=0.7, k=1$

J/\bar{f}	\bar{l}	$q=0$					de/dt				
		0	0.1	0.3	0.5	0.8	0	0.1	0.3	0.5	0.8
N	0.1	0.05521	0.05524	0.05522	0.05521	0.05521	0.4032	0.4034	0.4032	0.4032	0.4032
	0.3	0.05521	0.05611	0.05545	0.05532	0.05526	0.4032	0.4110	0.4050	0.4039	0.4035
	0.5	0.05521	0.05819	0.0601	0.05599	0.05557	0.4032	0.4393	0.4162	0.4092	0.4058
	0.8	0.05521	0.07144	0.06541	0.06176	0.05886	0.4032	0.5744	0.5008	0.4597	0.4325

如果我们用 J/\bar{f} 来衡量散热效果, 从表 4 可以看出, 对于固定 N , $\bar{l}=0.1$ 时散热效果最好。

4. 结论

从上面数值计算结果可以得出两个有意义的结论:

(1) 微极效应是由两个参数 N 和 \bar{l} 来表征, 不论增加哪一个参数都能提高承载力。目前牛顿流体导出的 Reynolds 方程, 用来计算非稳定负荷轴承的轴心轨迹方法中得到的最小油膜厚度比实测值偏小, 这可能是由于求解 Reynolds 方程得到的承载力偏低所造成的。如果现在考虑微极效应, 就以提高承载力来弥补最小油膜厚度偏小的缺陷。但是微极参数 N 、 \bar{l} 如何选取, 还有待摸索和研究。

(2) 在润滑油中加入悬浮物质(添加剂)也就是增加 \bar{l} 的效果。从优化角度考虑, \bar{l} 控制在 0.1~0.2 较为适宜, 因为这时承载力接近最大值, 而 $\bar{l}=0.1$ 左右散热效果最好。对于稳定负荷轴承或纯旋转效应($q=0$)轴承, $\bar{l}=0.1$ 附近摩擦系数也最小。而 \bar{l} 是反映微极元特征尺度, 也就是和悬浮物尺度有关的量。这就说明, 仅在加入一定尺度添加剂时才较为有利, 若加入大尺度的添加剂, 承载力的增加甚微, 而对摩擦力和散热效果均不利。

参 考 文 献

- [1] Needs, S. J., Boundary film investigations, *TRANS. ASME.*, **62** (1940), 33.
- [2] Fuks, G. I., The properties of solutions of organic acids in liquid hydrocarbons at solid surfaces, *Research in Surface Forces.*, ed. B. V. Deryagin., **1** (1960), 79.
- [3] Drauglis, E., et al., Thin film rheology of boundary lubricating surface films, Part I, *Battelle Memorial Institute Report* (1970).
- [4] Stokes, V. K., Couple stresses in fluids, *Phys. Fluids*, **9** (1966), 1709.

- [5] Eringen, A. C., Theory of micropolar fluids, *J. Math. Mech.*, 16 (1966), 1.
- [6] Kang, C. K. and A. C. Eringen, The effect of microstructure on rheological properties of blood, *Bull. Math. Biol.*, **38** (1976), 135.
- [7] Eringen, A. C., Simple microfluids, *Int. J. Mech. Eng. Sci.*, 2 (1964), 205.
- [8] Kline, K. A. and S. J. Allen, Nonsteady flows of fluids with microstructure, *Phys. Fluids*, **13** (1970), 263.
- [9] Erdogan, M. E., Dynamics of polar fluids, *Acta Mechanica*, **15** (1972), 233.
- [10] Allen, S. J. and K. A. Kline, Lubrication theory for micropolar fluids, *J. Appl. Mech.*, **38** (1971), 646.
- [11] Green, G. C., M. S. Thesis, Tulane University (1969).
- [12] Cowin, S. C., Polar fluids, *Phys. Fluids*, **11** (1968), 1919.
- [13] Shukla, J. B. and M. Isa, Generalized Reynolds equation for micropolar lubricants and its application to optimum one-dimensional slider bearings: effects of solid-particle additives in solution, *J. Mech. Engng Sci.*, I Mech. E., **17** (1975), 280.
- [14] Prakash, J. and P. Sinha, Lubrication theory for micropolar fluids and its application to a journal bearing, *Int. J. Engng Sci.*, **13** (1975), 217.
- [15] Tipei, N., Lubrication with micropolar liquids and its application to short journal bearings, *J. Lubr. Technol.*, **101** (1979), 356.

Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to A Journal Bearing with Finite Length

Qiu Zu-gan Lu Zhang-ji

(*Fudan University, Shanghai*)

Abstract

In this paper, the field equation of micropolar fluid with general lubrication theory assumptions is simplified into two systems of coupled ordinary differential equation. The analytical solutions of velocity and microrotation velocity are obtained. Micropolar fluid lubrication Reynolds equation is deduced. By means of numerical method, the characteristics of a finitely long journal bearing under various dynamic parameters, geometrical parameters and micropolar parameters are shown in curve form. These characteristics are pressure distribution, load capacity, coefficient of flow flux and coefficient of friction. Practical value of micropolar effects is shown, so micropolar fluid theory further closes to engineering application.