

文章编号: 1000-0887(2004) 03-0247-06

爆炸荷载作用下地下复合结构 动力分析*

赵晓兵¹, 薛大为², 赵玉祥³

- (1. 解放军二炮指挥学院, 武汉 430012;
2. 澳门大学, 3001 澳门;
3. 洛阳水利工程技术研究所, 河南 洛阳 471023)

(我刊编委薛大为来稿)

摘要: 在地下抗爆结构的合理选型中, 为了改善结构截面的受力状态, 使截面各部位的材料强度得到充分的发挥, 提出了复合结构的研究方法; 采用微段隔离体分析的方法, 给出了复合结构的平衡方程、约束方程和变形协调方程, 利用广义功的概念直接引入物理意义明确的 Lagrange 乘子, 应用变分方法证明了所构造的广义泛函的正确性。通过算例提出了复合结构截面合理的刚度匹配关系。

关键词: 复合结构; 动力分析; 合理刚度匹配; 广义变分原理

中图分类号: TU311.3 **文献标识码:** A

引 言

在抗爆结构的合理选型中, 复合结构占有重要的地位。在较坚硬的岩体中构筑钢筋砼结构时, 再在结构与岩体之间增设一定厚度的软弱夹层, 并将周围岩体进行适当的加固, 就可将一定厚度的岩体加固层、软弱夹层和钢筋砼结构看成是一个结构体系, 则这个结构体系就成为三层复合结构, 或称为广义的复合结构^[1]。在软土地层中采用盾构法施工时, 支撑结构通常采用拼装形式, 内层进行现浇钢筋砼, 在两层之间做防水处理, 这样就形成了双层复合结构。钢筋砼结构在当前抗爆结构中的应用是比较广泛的, 当结构的截面刚度较大时, 沿垂直截面的应力分布是很不均匀的, 截面各部位的材料强度得不到很好的发挥, 因此, 可将同样厚度的钢筋砼结构分为几层, 形成复合结构, 使材料强度得到合理利用。

在结构截面厚度相同的条件下采用复合结构形式是很有利的, 在动荷载作用下, 复合结构的截面总体刚度小, 产生的相对变形大, 有效地改善了结构各截面的受力状态, 同时, 截面的材料强度可以得到较好的发挥, 从而可大幅度的提高结构抗动荷载的能力。

1 计算模型的建立及相关的方程

对于地下平面问题的复合结构, 在结构的轴线上取一长度 $ds = R d\theta$ 的微段作为隔离体,

* 收稿日期: 2002_06_28; 修订日期: 2003_10_24

作者简介: 赵晓兵(1976—), 男, 辽宁昌图人, 博士, 从事防护工程与工程力学。

赵玉祥(联系人), Tel: 86_379_3170668(h), 86_379_5981423_76767.

如图 1 所示。

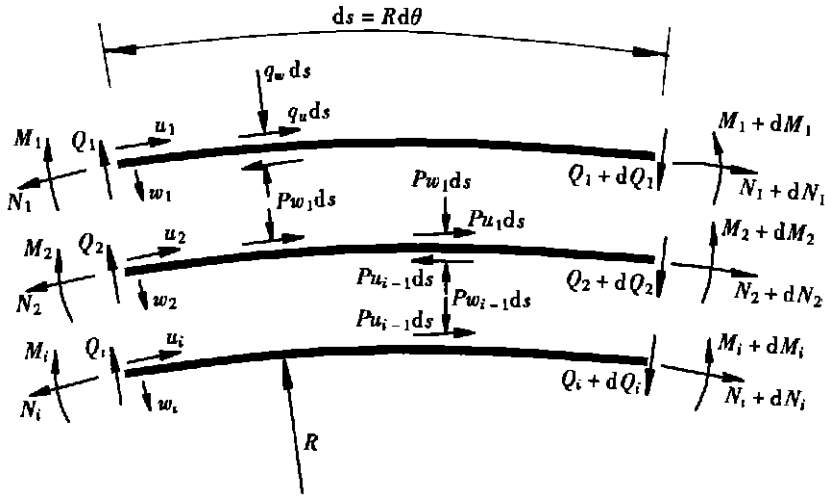


图 1 复合结构微段隔离体

根据力的平衡条件,可以得到下面的平衡方程:

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial S^2} + \frac{N_1}{R} - m_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} - Kw_1 + q_w - P_{w_1} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial S} - \frac{Q_1}{R} - m_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + q_u - P_{u_1} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 M_2}{\partial S^2} + \frac{N_2}{R} - m_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} + P_{w_1} - P_{w_2} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial S} - \frac{Q_2}{R} - m_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + P_{u_1} - P_{u_2} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 M_3}{\partial S^2} + \frac{N_3}{R} - m_3 \frac{\partial^2 w_3}{\partial t^2} + P_{w_2} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial S} - \frac{Q_3}{R} - m_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + P_{u_2} = 0. \quad (6)$$

由平面曲杆的几何关系,有如下的几何方程^[2]:

设曲杆结构的轴向应变为 ε , 则:

$$\varepsilon = \frac{\partial u_i}{\partial S} - \frac{w_i}{R}, \quad (7)$$

设结构的截面转角为 φ , 则

$$\varphi_i = \frac{\partial w_i}{\partial S} + \frac{u_i}{R}, \quad (8)$$

设结构轴线变形后曲率的改变为 χ , 则:

$$\chi_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial S}. \quad (9)$$

结构截面内力与变位之间有下面的关系:

$$M_i = -E_i J_i \left[\frac{\partial^2 w_i}{\partial S^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_i}{\partial S} \right], \quad (10)$$

$$N_i = E_i F_i \left[\frac{\partial u_i}{\partial S} + \frac{w_i}{R} \right], \quad (11)$$

$$Q_i = -E_i J_i \left[\frac{\partial^3 w_i}{\partial S^3} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u_i}{\partial S^2} \right]. \quad (12)$$

曲杆结构的边界条件,文中指曲杆的端点条件,曲杆两端共有6个约束条件^[3]:

$$u_i(0, t) - u_i(l, t) = 0, \quad (13)$$

$$w_i(0, t) - w_i(l, t) = 0, \quad (14)$$

$$\varphi_i(0, t) - \varphi_i(l, t) = 0, \quad (15)$$

$$u_i(l, t) - u_i(0, t) = 0, \quad (16)$$

$$w_i(l, t) - w_i(0, t) = 0, \quad (17)$$

$$\varphi_i(l, t) - \varphi_i(0, t) = 0. \quad (18)$$

结构在接触面上的变形协调条件为:

$$w_i - w_{i+1} = 0, \quad (19)$$

$$u_i - u_{i+1} = 0. \quad (20)$$

在以上各式中: m_i 为结构单位长度质量, $E_i J_i$ 为截面抗弯刚度, F_i 为截面积, $u_i(0, t)$ 、 $u_i(l, t)$ 、 $w_i(0, t)$ 、 $w_i(l, t)$ 、 $\varphi_i(0, t)$ 、 $\varphi_i(l, t)$ 是曲杆两端的切向位移、径向位移和转角,符号上面加横杠的为相应的已知值($i = 1, 2, \dots, n$)。

2 复合结构的广义泛函

曲杆两端的约束条件和两层之间的变形协调条件的近似满足,是通过广义功的概念,直接引入相应个广义力来完成的^[4,5],也就是引入相应个物理意义明确的 Lagrange 乘子。

n 层复合结构的广义泛函可以写成下面形式:

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_L \frac{1}{2} m_i \left[\left(\frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 \right] ds - \int_L \frac{1}{2} E_i J_i \left[\frac{\partial^2 w_i}{\partial S^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_i}{\partial S} \right]^2 ds - \right. \\ & \int_L \frac{1}{2} E_i F_i \left[\frac{\partial u_i}{\partial S} - \frac{w_i}{R} \right]^2 ds - \int_{L_K} \frac{1}{2} K w_i^2 ds + \int_{L_p} (q_w w_i + q_u u_i) ds - \\ & \int_{L_r} P_{w_i} (w_i - w_{i+1}) ds - \int_{L_r} P_{u_i} (u_i - u_{i+1}) ds - N_i(0, t) [u_i(0, t) - u_i(l, t)] - \\ & Q_i(0, t) [w_i(0, t) - w_i(l, t)] + M_i(0, t) [\varphi_i(0, t) - \varphi_i(l, t)] + \\ & N_i(l, t) [u_i(l, t) - u_i(0, t)] + Q_i(l, t) [w_i(l, t) - w_i(0, t)] - \\ & \left. M_i(l, t) [\varphi_i(l, t) - \varphi_i(0, t)] \right\} dt, \quad (21) \end{aligned}$$

式中:采用了 Ein Stein 求和约定($i = 1, 2, \dots, n$)。

K 为地层介质的弹性系数; q_w 、 q_u 分别为作用在结构外表面上的径向荷载和切向荷载; w_i 、 u_i 及引入的物理意义明确的广义力在变分过程中都是独立变量; L 为复合结构的轴线长度 L_i 的统一写法; L_K 为复合结构外层抗力区边界; L_p 为外荷载作用边界; L_r 为两层结构的接触边界 L_{ri} 的统一写法。

线弹性平面曲杆复合结构的广义变分原理可写成:

复合结构在变形过程中服从几何方程(7)~(9),结构截面内力与变位之间满足方程(10)~(12);位移自变函数 w_i 、 u_i 的选择不受曲杆端点条件的约束和层间接触面上变形协调条件的约束,同时在 $t = t_1$ 和 $t = t_2$ 时为已知;则问题的精确解使广义泛函(21)取驻值。

上述广义变分原理的证明,可直接对广义泛函(21)取驻值,即:

$$\begin{aligned}
\delta \Pi = & - \int_{t_1}^{t_2} \int_L m \left[\frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} \delta w_i + \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \delta u_i \right] ds dt + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_L \frac{\partial^2 M_i}{\partial S^2} \delta w_i ds - \right. \\
& \int_L \frac{Q_i}{R} \delta u_i ds + M_i(l, t) \delta \Phi_i(l, t) - M_i(0, t) \delta \Phi_i(0, t) - \\
& \left. Q_i(l, t) \delta w_i(l, t) - Q_i(0, t) \delta w_i(0, t) \right\} dt + \\
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_L \frac{\partial N_i}{\partial S} \delta u_i ds + \int_L \frac{N_i}{R} \delta w_i ds - N_i(l, t) \delta u_i(l, t) + N_i(0, t) \delta u_i(0, t) \right\} dt + \\
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{L_K} - K w_1 \delta w_1 ds + \int_{L_p} (q_w \delta w_1 + q_u \delta u_1) ds - \int_{L_r} \delta P_{w_i} (w_i - w_{i+1}) ds - \right. \\
& \int_{L_r} P_{w_i} \delta w_i ds + \int_{L_r} P_{w_i} \delta w_{i+1} ds - \int_{L_r} \delta P_{u_i} (u_i - u_{i+1}) ds - \int_{L_r} P_{u_i} \delta u_i ds + \\
& \int_{L_r} P_{u_i} \delta u_{i+1} ds - \delta N_i(0, t) [u_i(0, t) - u_i(0, t)] - N_i(0, t) \delta u_i(0, t) - \\
& \delta Q_i(0, t) [w_i(0, t) - w_i(0, t)] - Q_i(0, t) \delta w_i(0, t) + \\
& \delta M_i(0, t) [\Phi_i(0, t) - \Phi_i(0, t)] + M_i(0, t) \delta \Phi_i(0, t) + \\
& \delta N_i(l, t) [u_i(l, t) - u_i(l, t)] + N_i(l, t) \delta u_i(l, t) + \\
& \delta Q_i(l, t) [w_i(l, t) - w_i(l, t)] + Q_i(l, t) \delta w_i(l, t) - \\
& \left. \delta M_i(l, t) [\Phi_i(l, t) - \Phi_i(l, t)] - M_i(l, t) \delta \Phi_i(l, t) \right\} dt = \\
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_L \frac{\partial^2 M_i}{\partial S^2} \delta w_i ds + \int_L \frac{N_i}{R} \delta w_i ds - \int_L m_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} \delta w_i ds - \right. \\
& \int_{L_K} K w_1 \delta w_1 ds + \int_{L_p} q_w \delta w_1 ds - \int_{L_r} P_{w_i} \delta w_i ds + \int_{L_r} P_{w_i} \delta w_{i+1} ds \left. \right\} dt + \\
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_L \frac{\partial N_i}{\partial S} \delta u_i ds - \int_L \frac{\partial M_i}{R \partial S} \delta u_i ds - \int_L m \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \delta u_i ds + \right. \\
& \int_{L_p} q_u \delta u_1 ds - \int_{L_r} P_{u_i} \delta u_i ds + \int_{L_r} P_{u_i} \delta u_{i+1} ds \left. \right\} dt - \\
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_{L_r} \delta P_{w_i} (w_i - w_{i+1}) ds - \int_{L_r} \delta P_{u_i} (u_i - u_{i+1}) ds \right\} dt + \\
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \delta N_i(l, t) [u_i(l, t) - u_i(l, t)] - \delta N_i(0, t) [u_i(0, t) - u_i(0, t)] + \right. \\
& \delta Q_i(l, t) [w_i(l, t) - w_i(l, t)] - \delta Q_i(0, t) [w_i(0, t) - w_i(0, t)] - \\
& \left. \delta M_i(l, t) [\Phi_i(l, t) - \Phi_i(l, t)] + \delta M_i(0, t) [\Phi_i(0, t) - \Phi_i(0, t)] \right\} dt = 0 \quad (22)
\end{aligned}$$

由(22)式可得:

结构微段的平衡方程

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 M_i}{\partial S^2} + \frac{N_i}{R} - m_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} - K w_1 + q_w - P_{w_i} + P_{w_{i-1}} &= 0, \\
\frac{\partial N_i}{\partial S} - \frac{Q_i}{R} - m_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + q_u - P_{u_i} + P_{u_{i-1}} &= 0
\end{aligned}$$

各层曲杆结构两端的6个约束条件

$$u_i(0, t) - u_i(l, t) = 0, u_i(l, t) - u_i(l, t) = 0,$$

$$w_i(0, t) - w_i(l, t) = 0, w_i(l, t) - w_i(l, t) = 0,$$

$$\varphi_i(0, t) - \varphi_i(l, t) = 0, \varphi_i(l, t) - \varphi_i(l, t) = 0$$

复合结构在接触面上的变形协调条件

$$w_i - w_{i+1} = 0, u_i - u_{i+1} = 0$$

从上述变分结果可知, 由 $\delta \Pi = 0$ 导出了问题的全部方程。

3 算 例

现以外直径 $\phi = 4.2 \text{ m}$, 双层结构厚度 $h_1 + h_2 = 0.7 \text{ m}$ 的地下双层圆形结构为例进行了数值计算^[6]。结构处在软石灰岩中, 埋深 5 m , 地表受到原子冲击波作用, 平面荷载的峰值压力为 0.4 MPa , 荷载升压时间为 $13 \mu\text{s}$, 按有升压时间的平台荷载计算。在建立计算模型时做了三点假设, 即 1) 不考虑行波影响; 2) 双层结构的轴线长度在变形中保持不变; 3) 双层结构的接触面之间保持零宽度光滑接触。

应用“线弹性平面曲杆复合结构的广义变分原理”, 将数值结果列于表 1 中。

表 1 地下双层钢筋砼圆形结构刚度匹配计算结果

位置	外层结构厚度 h_1 / m		0.1	0.2	0.3	0.35	0.4	0.5	0.6	0.7
	内层结构厚度 h_2 / m		0.6	0.5	0.4	0.35	0.3	0.2	0.1	0
0	截面弯矩 $M / (\text{kN}\cdot\text{m})$	外层	0.312	3.250	14.17	24.39	37.47	64.70	86.96	105.4
		内层	95.73	73.19	48.82	35.65	23.24	6.760	0.610	0
		总和	96.04	76.44	62.99	60.04	60.71	71.46	87.57	105.4
	截面弯矩 $N / (\text{kN})$	外层	-135.4	-263.0	-368.6	-402.8	-423.5	-449.5	-482.6	-512.1
		内层	-780.0	-651.2	-395.1	-407.1	-317.6	-174.3	-80.43	0
		总和	-915.4	-914.2	-763.7	-809.9	-741.1	-623.8	-563.1	-512.1
$\pi/2$	截面弯矩 $M / (\text{kN}\cdot\text{m})$	外层	-0.120	-0.940	-2.760	-4.110	-6.270	-15.84	-33.99	-57.18
		内层	-37.83	-21.06	-9.510	-6.010	-3.890	-1.150	-0.240	0
		总和	-37.95	-22.00	-12.27	-10.12	-10.16	-17.35	-34.23	-57.18
	截面弯矩 $N / (\text{kN})$	外层	-143.9	-293.5	-438.3	-499.1	-555.3	-654.3	-751.2	-845.6
		内层	-825.7	-720.0	-586.1	-498.7	-416.5	-246.2	-125.2	0
		总和	-969.6	-1013	-1024	-997.8	-971.8	-918.5	-876.4	-845.6

从计算结果的分析中, 可以得到下述的结论:

1) 双层复合结构截面的受力状态与结构的刚度匹配密切相关。两个截面的刚度之比越接近时, 截面弯矩值也越小; 在刚度相等时, 截面弯矩总和为最小, 在 0 弧度处约为整体结构的 0.57 倍, 在 $\pi/2$ 处为 0.18 倍。

2) 表 1 中仅给出了 0 和 $\pi/2$ 处两个控制截面内力随着刚度匹配的变化情况; 在 $\pi/6$ 、 $\pi/3$ 、 $2\pi/3$ 、 $5\pi/6$ 、 π 各截面内力随着刚度匹配的变化规律与表中两个截面的内力变化规律是一致的。

3) 复合结构计算结果表明, 复合结构改善了结构截面的刚度, 在同样外载作用下使截面的偏心矩变小, 减小了截面弯矩值, 增加了轴力值, 使结构截面受力状态趋向合理。因此, 合理的刚度匹配是复合结构研究与设计中极为重要的内容。

[参 考 文 献]

- [1] 吴祥云, 赵玉祥. 提高岩体中地下工程承受动载能力的技术途径[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 263.
- [2] 赵晓兵, 方秦. 在爆炸荷载作用下地下平面曲杆结构震动分析[J]. 防护工程, 1999, (3): 20—25.
- [3] 赵玉祥, 宋熙太, 钱尔旋. 地下抗爆结构动力分析的基本方法[J]. 应力数学和力学, 1993, 14(5): 389—396.
- [4] 钱伟长. 变分法及有限元[M]. 北京: 科学出版社, 1980.
- [5] 薛大为. 大变形非线性弹性力学的广义变分原理[J]. 应用数学和力学, 1991, 12(3): 209—215.
- [6] 赵玉祥. 考虑荷载结构和介质相互作用时地下圆形结构的动力分析[J]. 地下工程, 1978, (6): 22—25.

Dynamic Analysis of Underground Composite Structures Under Explosion Loading

ZHAO Xiao_bing¹, XUE Da_wei², ZHAO Yu_xiang³

(1. The Command Institute of the Second Artillery of PLA,

Wuhan 430012, P. R. China;

2. University of Macau, C. Postal 3001, Macau, P. R. China;

3. Luoyang Hydraulic Engineering Technology Institute,

Luoyang 471023, P. R. China)

Abstract: In selecting rational types of underground structures resisting explosion, in order to improve stress states of the structural section and make full use of material strength of each part of the section, the research method of composite structures is presented. Adopting the analysis method of micro_section free body, equilibrium equations, constraint equations and deformation coordination equations are given. Making use of the concept of generalized work and directly introducing Lagrange multiplier specific in physical meaning, the validity of the constructed generalized functional is proved by using variation method. The rational rigidity matching relationship of composite structure section is presented through example calculations.

Key words: composite structure; dynamic analysis; rational rigidity matching; generalized variation principle