

文章编号: 1000-0887(2004) 10-1023-10

用时变雷诺方程模型模拟孤立波 与半圆型防波堤的相互作用*

刘长根, 陶建华

(天津大学 力学系, 天津 300072)

(周恒推荐)

摘要: 以时变雷诺方程为控制方程, 用 $k-\varepsilon$ 模型封闭该方程, 采用体积函数(VOF)方法来跟踪波动自由表面, 建立了二维垂向波浪数学模型, 并用已有的实验资料进行了验证。随后用该模型模拟了半圆型防波堤与孤立波在淹没、平顶水位、完全露顶且不越浪 3 种典型工况下的相互作用过程。得到了半圆堤附近的流场、压强场和波面的变形过程。结果表明, 在淹没状态下, 半圆堤背浪面的底部会产生涡旋; 平顶水位时, 由于越浪的冲击作用, 在半圆堤的背浪面将逐渐形成一对较大的涡旋, 而半圆堤背浪面的底部, 速度始终相对较小; 而在露顶不越浪时, 半圆堤的迎浪面会出现波浪的二次爬升的现象。为进一步研究结构物附近的污染物的输移扩散和泥沙运动提供基础。

关键词: 时变雷诺方程; VOF 方法; 自由表面; 半圆型防波堤; 孤立波

中图分类号: O351.2 **文献标识码:** A

引 言

半圆型防波堤是一种新型的防波堤。由于作用在半圆型防波堤堤身上的压强方向通过圆心, 稳定性好; 堤身中空, 对地基的作用力小, 分布均匀; 外形美观, 在工程中得到了越来越广泛的应用。1992 年至 1993 年, 日本首先在 Miyazaki 港建立了长 36 m 的实验用半圆型防波堤, 我国在天津港建立了长 527 m 的第一个工程用半圆型防波堤^[1], 随后在长江口深水航道一、二期整治工程中得到了广泛的应用^[2]。但是, 目前研究波浪和半圆型防波堤的作用多是实验方法^[3], 数值模拟的研究成果还较少。

近年来, 一些学者用势流理论模型, 模拟波浪与半圆型防波堤的相互作用时的波浪力问题^[4]。但是势流理论没有考虑流体的粘性, 也无法计算出波浪和防波堤相互作用过程中涡旋的产生、扩散过程, 尤其是在防波堤淹没和不淹没交替时, 势流理论的边界元方法对这种动边界的处理十分复杂^[5]。

半圆型防波堤是一种低反射、高透浪型防波堤, 一般水体在堤顶附近发生破碎。在波浪破

* 收稿日期: 2003_04_15; 修订日期: 2004_06_15

基金项目: 国家 863 计划资助项目(2002AA639610); 国家自然科学基金重点资助项目(598339330); 南开大学、天津大学刘徽应用数学中心资助项目

作者简介: 刘长根(1973—), 男, 河南人, 博士(E-mail: lclg@eyou.com);

陶建华, 教授(联系人, Tel: + 86_22_27404403; Fax: + 86_22_27401647; E-mail: jhtao@tju.edu.cn)。

碎的过程中,在破碎区附近,波面将发生非常复杂的非线性变形,而且水体中会产生涡旋,在波浪发生破碎时,不能忽略流体的粘性和涡旋耗散。

本文用数值方法模拟了半圆型防波堤在淹没、平顶水位和露顶且不越浪 3 种典型工况下,孤立波同半圆型防波堤的相互作用过程。在计算的过程中,为考虑流体的粘性作用,用时变雷诺方程作为计算域内流动的控制方程,用 $k-\varepsilon$ 模型封闭该方程,流体的波动自由面追踪用流体的体积函数方法(VOF 方法)^[6]。并用 Youngs 算法^[7]重构自由表面。数学模型用实测资料^[8]进行了验证。

用本文的数学模型可以模拟波浪和任意海工建筑物的相互作用,详细地给出建筑物附近流动状态、结构物附近的涡旋产生和扩散过程、波面变形过程和结构物的波浪力,为进一步了解结构物附近的冲刷状况和结构物附近的污染物输移扩散以及泥沙输运提供基础。

1 数学模型

1.1 控制方程

当波浪与结构物相互作用时,在结构物附近波浪可能破碎,流动可能处于湍动状态,水体可以看作不可压缩的粘性流体。域内的控制方程为 N-S 方程。当雷诺数较高时,直接求解 N-S 方程需要非常精细的网格和较小的时间间隔,直接求解的方法是非常耗时的。因此采用时均化的雷诺方程为控制方程,并用目前应用较广泛的 $k-\varepsilon$ 模型来封闭雷诺方程。在笛卡儿坐标系下,控制方程为:

连续性方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0; \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (2)$$

$k-\varepsilon$ 模型

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G - \varepsilon, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}; \quad (4)$$

其中

$$\tau_{ij} = 2 \left(\nu + C_d \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \sigma_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad \sigma_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \nu = C_d \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$G = 2 \nu \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad C_d = 0.09, \quad C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

k 为湍动能, ε 为湍动耗散率, σ_{ij} 为应变率张量, δ_{ij} 为 Kronecker delta 函数, ν 为涡粘性系数, u_i 为时均流在 i 方向上的流速分量, p 为时均流的压强, ρ 为流体的密度, ν 为运动粘度系数, g_i 为 i 方向的重力加速度分量。

1.2 边界条件

对于自由表面边界条件,需要满足动力学边界条件和运动学边界条件。对于自由面的运动学边界条件,由于流体自由表面上的质点总在自由表面上,因此令自由面的方程为 $\eta(x_i, t) = 0$, 则自由面的运动学边界条件为

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_i \cdot \nabla \eta = 0 \tag{5}$$

对于自由面动力学边界条件, 需要满足应力连续条件, 其垂向和切向的应力连续条件可分别写为

$$p - \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j = \tau_n, \quad \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) t_j = \tau_t, \tag{6}$$

其中 $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$ 和 $\mathbf{t} = (t_1, t_2)$ 分别为为自由面的垂向和切向单位矢量, τ_n 、 τ_t 分别为作用在垂向和切向的外部应力。假定 k 和 ε 沿自由面的垂向上的梯度为零即:

$$\frac{\partial k}{\partial x_i} n_i = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} n_i = 0 \tag{7}$$

对于固壁边界条件, 采用近壁函数^[9]方法。

在造波边界上, 由波浪的解析解确定 $\eta = \eta, u = u_t, v = v_t$ 。对于造波边界的 k 和 ε , 由小扰动假定给出。

雷诺方程和湍流模型的求解非常耗时, 因此设置适当的开边界条件以缩小计算域是非常必要的, 本模型中, 在紧邻开边界前设置海绵吸收层^[10]来吸收波能。

1.3 自由表面追踪的 VOF 方法

为了能追踪自由表面的运动, 定义一个函数 $f(x_i, t)$, 当点被流体占据时, $f(x_i, t) = 1$; 否则 $f(x_i, t) = 0$ 。计算域离散为网格后, 流体体积函数定义为一个单元内流体体积与该单元体体积之比:

$$F = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{\delta_x \delta_y} f dx dy$$

如果 $F = 1$, 说明该单元充满流体; 如果 $F = 0$, 说明该单元不含流体; 如果 F 的值在 0 与 1 之间, 说明该单元含有自由面或含有流体微团。其输运方程为 $DF/Dt = 0$ 。当解出计算域内所有 F 函数的值后, 就可确定自由面位于哪些单元内。用 F 的梯度方向可以确定自由面的方向。由于 F 函数是一个阶梯函数, 如果用连续函数的差分方法, 几个时间步后, 由于数值耗散, 自由面就扩散至几个网格内。近 20 年里, 已经有许多方法可用于求解这一类问题, 如施主-受主方法^[6]、Flair 方法^[11]、Youngs 方法^[7]等。本文采用 Youngs 方法来求解 VOF 函数和重构自由表面, 它用分段线性逼近自由面, 斜线段的斜率由此网格及相邻的网格内的 VOF 函数的值确定。

1.4 差分方法

计算区域的空间离散采用矩形网格, 所有的标量 (p, k, ε, ν_t 和 F) 定义在控制体的中心上, 速度定义在控制体边的中心上。雷诺方程的求解采用两步投影法^[12]。第一步, 在动量方程中忽略压强梯度项, 得到中间速度场 \hat{u}_i^{n+1} , 即

$$\frac{\hat{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = - u_j^n \frac{\partial u_i^n}{\partial x_j} + g_i + \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j}, \tag{8}$$

这里的上标表示时间层, Δt 为时间步长, 中间速度场 \hat{u}_i^{n+1} 并不一定满足连续方程。第二步将此速度场向无散度的空间投影, 得到正确的速度场 u_i^{n+1} , 即

$$\frac{u_i^{n+1} - \hat{u}_i^{n+1}}{\Delta t} = - \frac{1}{\rho^n} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0 \tag{10}$$

可以证明, 综合式(8)和式(9), 雷诺方程即得到满足。对方程(9)取散度, 并利用方程(10), 可以得到关于 p^{n+1} 的泊松方程

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\hat{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} \quad (11)$$

k, ε 方程的离散形式分别为:

$$\frac{k_{ij}^{n+1} - k_{ij}^n}{\Delta t} = -k_{Fx} - k_{Fy} + k_{vis} + \frac{1}{2} (G_{ij}^{n+1} + G_{ij}^n - \varepsilon_{ij}^{n+1} - \varepsilon_{ij}^n), \quad (12)$$

$$\frac{\varepsilon_{ij}^{n+1} - \varepsilon_{ij}^n}{\Delta t} = -\varepsilon_{Fx} - \varepsilon_{Fy} + \varepsilon_{vis} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon_{ij}^n}{k_{ij}^n} G_{ij}^{n+1} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon_{ij}^n}{k_{ij}^n} \varepsilon_{ij}^{n+1}. \quad (13)$$

式(12)中, k_{Fx} 和 k_{Fy} 分别为湍动能 k 在 x, y 方向的对流项, k_{vis} 为 k 的耗散项, 式(13)中, ε_{Fx} 和 ε_{Fy} 分别为湍能耗散率 ε 在 x, y 方向的对流项, ε_{vis} 为 ε 的耗散项。

2 数学模型的验证

为了验证本文的数学模型, 用本文模型的结果同实验结果和耦合模型得到的结果^[8]进行了对比。图1为 Zhuang Fei 等的实验模型示意图。其中矩形块体长和高分别为 15 in (38.1 cm) 和 4.5 in (11.43 cm), 静水深 d 为 9 in (22.86 cm), 入射孤立波波高为 2.7 in (6.858 cm)。P₇₅ 点和 P₈₂₅ 点距离静水面分别为 $0.75d, 0.825d$, 它们距离块体背浪面的垂直边都为 $0.15d$ 。用四光束、两分量多普勒测速仪测得了 P₇₅ 点和 P₈₂₅ 点水平速度分量和垂直速度分量随时间的变化过程。Zhuang Fei 等又分别用势流理论模型和耦合模型得到了 P₇₅ 点和 P₈₂₅ 点的速度。

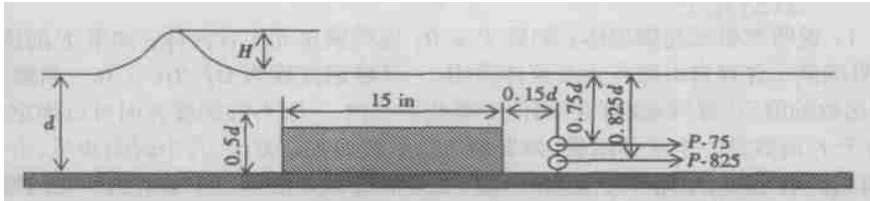
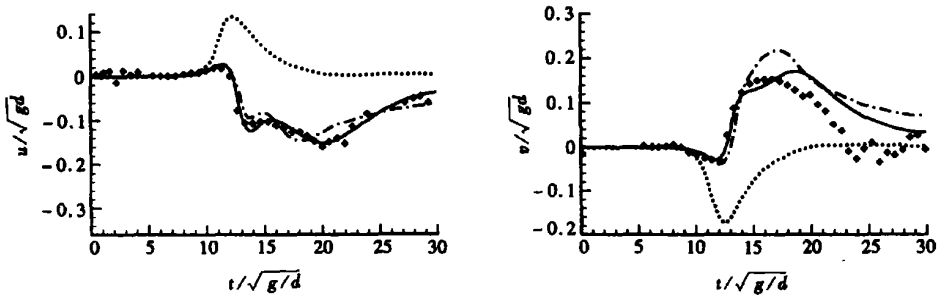


图1 实验布置示意图

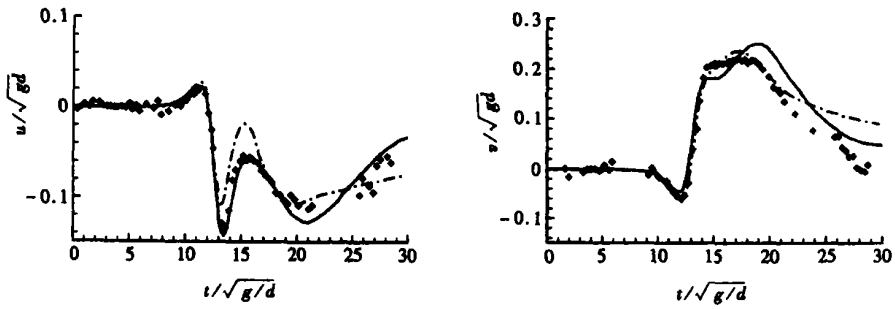


— 本文方法; ◆◆◆ 试验数据; 势流理论; - - - 耦合模型

图2 P₈₂₅点的速度

图2和图3分别为 P₈₂₅ 点和 P₇₅ 点速度变化过程的比较。其中◆为实验结果; 实线为本文的计算结果; 虚线为 Zhuang Fei 等的势流模型得到的结果; 点划线为 Zhuang Fei 等的耦合模型得到的结果。从图中可以看出, 势流理论模型与实验结果相差甚远, 势流理论计算的速度不会改变方向, 表明堤后未形成涡旋; 而 Zhuang Fei 的耦合模型和本文的模型能较好地模拟波

浪与结构的相互作用过程,在图2和图3中,速度方向的改变,说明在结构的背浪面一侧会有涡旋产生。



— 本文方法; ◆◆◆ 试验数据; - - 耦合模型

图3 P₇₅点的速度

3 孤立波同半圆型防波堤的作用

本文算例中,忽略半圆型防波堤的基础部分,将其简化为半圆型结构物。现用本文的数学模型模拟在以下3种典型水位下,孤立波与半圆型防波堤的相互作用过程。

3.1 较高水位、堤顶淹没状态

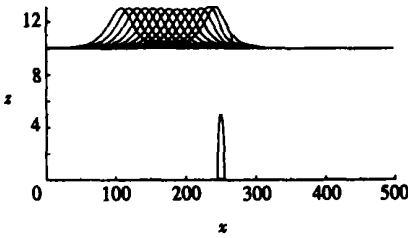


图4a 入射波传播和抬升过程的波面

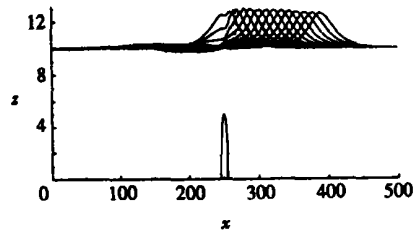


图4b 反射、透射及其传播过程的波面

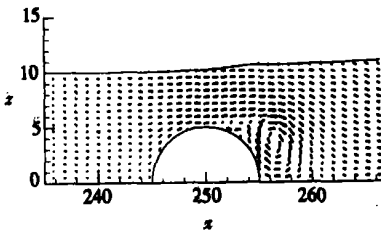
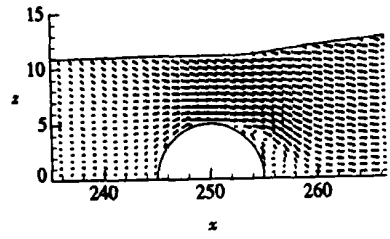
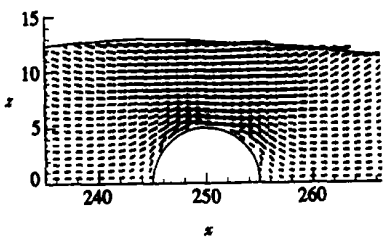


图4c 防波堤附近典型时刻的速度场

半圆堤被完全淹没时,波浪能越过半圆型防波堤。假定半圆型防波堤的半径为5.0 m,水

深为 10 m, 入射孤立波波高为 3 m。图 4a 为孤立波传播、爬高过程中的波面变形过程, 其最大抬升高度为 13.25 m, 图 4b 为孤立波的反射、透射过程中的波面变形。可以看出波面变形较为复杂。图 4c 为波浪透射、反射过程中半圆堤附近典型时刻的速度场, 从图中可以看出, 孤立波峰越过半圆堤后, 在半圆堤的背浪面的底部会形成一个顺时针的涡旋, 并逐渐向波面扩散。图 4d 和图 4e 分别为孤立波波峰未透过和透射过半圆堤典型时刻的压强等值线图, 压强等值线较均匀。

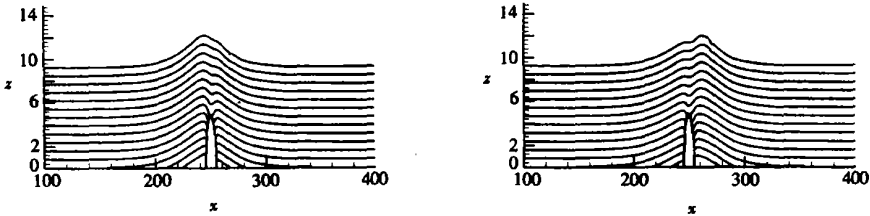


图 4d 峰顶越过半圆堤前的压强等值线 图 4e 峰顶越过半圆堤后的压强等值线

3.2 平顶水位状态

当半圆型防波堤在平顶水位时, 孤立波将冲击防波堤背浪面一侧的自由水面。假设半圆型防波堤的半径为 5.0 m, 水深为 5.0 m, 入射孤立波波高为 2.0 m。图 5a 为波浪传播和爬升中的波面变形过程, 最大抬升高度为 7.65 m。图 5b 为波浪冲击、反射过程中的波面变形, 从图中可以看出, 波面变形很复杂。包括波浪冲击、破碎、水气混合、振荡和反射。透射波和反射波的波面将在半圆型防波堤附近振荡。由于越浪冲击, 在防波堤背浪面激起一个波形较陡的透射波, 随后由于越浪的减弱和重力作用, 波形逐渐变缓。图 5c 为典型时刻的速度场, 由于越浪的冲击, 在靠近半圆堤背浪面, 将形成一对较大的涡旋, 而在半圆堤背浪面的底部, 速度始终相对较小。图 5d 和图 5e 为典型时刻的压强等值线图, 压强等值线在半圆堤背浪面将发生集聚现象, 可能是由于水气混合和涡旋的出现而导致的。

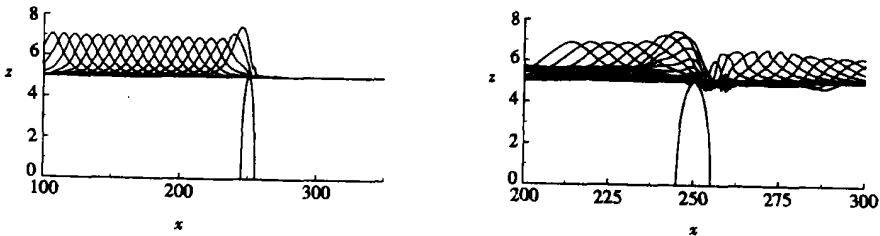


图 5a 入射波传播及波面抬升过程

图 5b 反射、透射时波面变形过程

3.3 露顶且不越浪状态

当半圆型防波堤在完全出水, 且不发生越浪的情况时, 孤立波将在防波堤的迎浪面一侧振荡。考虑的半圆型防波堤的半径为 7.8 m, 水深为 5.0 m, 入射波高为 1.0 m。图 6a 为孤立波爬升过程的波面图, 最高点的垂向高度约为 7.5 m, 即最大爬坡高度为入射波高的 2.5 倍, 大于孤立波与直立墙作用时的爬高高度。图 6b 为下落回传过程的波面图, 从图中可以看出在下落回传的过程中, 孤立波波面有二次爬升振荡的过程。图 6c 为爬升典型时的速度场, 图 6d 为爬至最高点时的速度图, 图 6e 为下落至最低点时的速度图, 图 6f 为二次爬升至最高点时的速度场。从图 6d 可以看出, 当大部分流体质点准备下落时, 而在顶端仍然有一部分流体继续上

涌。图 6g 至图 6j 分别为对应于图 6c 至图 6f 时刻的压强等值线图, 从图中可以看出, 半圆型防波堤受到的波浪力同样会有一个二次振荡过程。

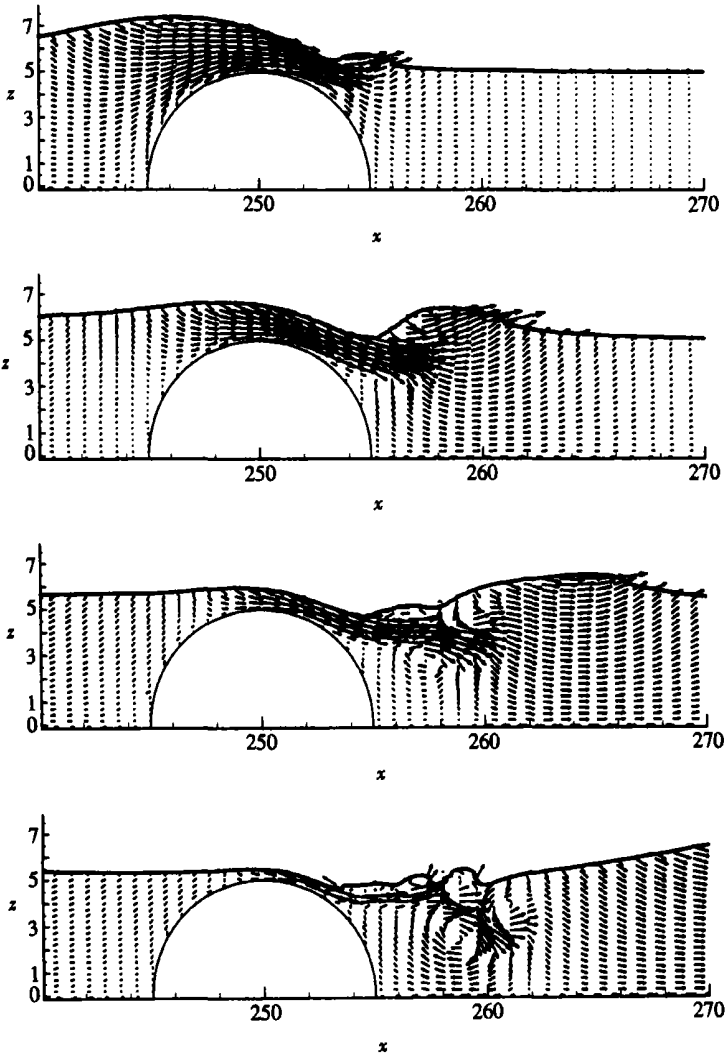


图 5c 防波堤附近典型时刻的速度场

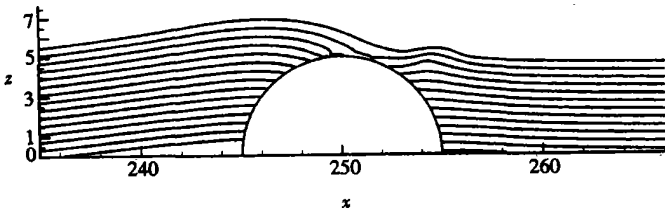


图 5d 越浪过程中典型时刻的压强等值线图

4 结 论

基于时变雷诺方程, 建立了二维波浪数学模型。在模型中用 k_ϵ 模型来封闭雷诺方程。

用 Youngs 分段线性近似方法重构自由面。该数学模型用实验资料进行了验证,可以用于模拟波浪与结构物的相互作用。

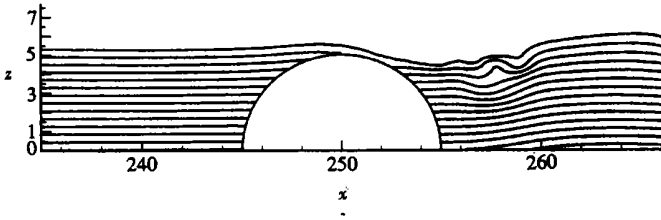


图 5e 越浪完成后典型时刻的压强等值线图

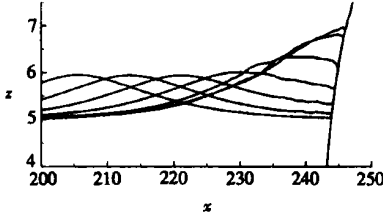


图 6a 入射过程的波面

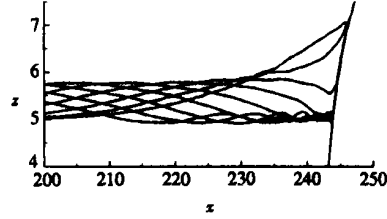


图 6b 反射过程的波面

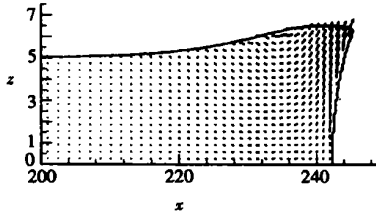


图 6c 爬高典型时刻的速度场

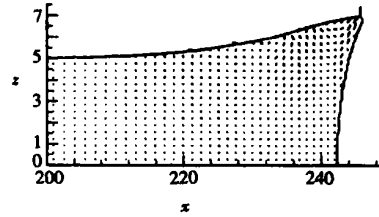


图 6d 爬至最高点时刻的速度场

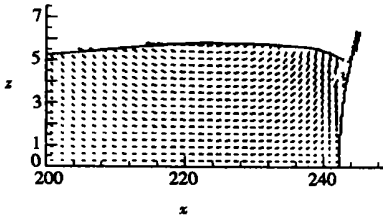


图 6e 下落至最低点时刻的速度场

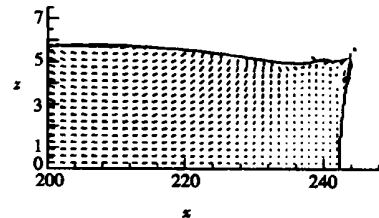


图 6f 二次爬高至最高点时刻的速度场

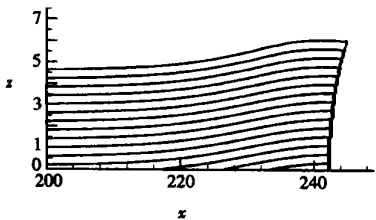


图 6g 爬高典型时刻的压强等值线

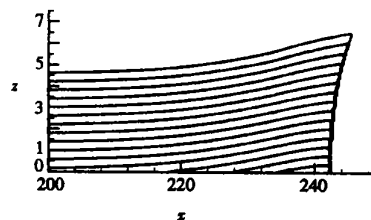


图 6h 爬至最高点时刻的压强等值线

当半圆堤完全淹没时,孤立波的波面将产生非线性变形,在孤立波的峰顶越过半圆堤顶后,在半圆堤背浪面的底部,形成一个涡旋并逐渐扩散。此涡旋可能会冲刷半圆堤背浪面的底

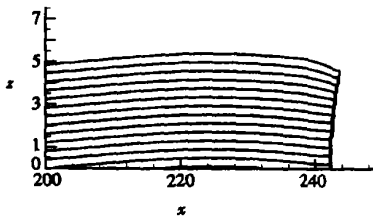


图 6i 下落至最低点时刻的
压强等值线

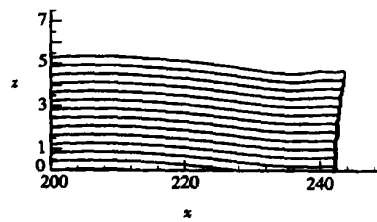


图 6j 二次爬高至最高点时
刻的压强等值线

部。压强等值线较均匀。

当半圆堤在平顶水位状态时,孤立波将越浪冲击背浪面的水面,自由水面将发生复杂变形,包括波浪冲击、破碎、水气参混、振荡和反射。由于越浪冲击,在背浪面逐渐激起一个波形较陡的波峰,透射波和反射波在半圆堤附近会发生振荡。在半圆堤附近的背浪面,将逐渐形成一对较大的涡旋并逐渐扩散,而在半圆堤背浪面的底部,速度始终相对较小。涡旋将冲刷半圆堤背浪面的拱面,而半圆堤的底部较安全。压强等值线在半圆型防波堤的背浪面发生集聚现象。

当半圆堤露顶且不越浪时,孤立波的爬坡高度较高,并在反射过程中出现二次爬高振荡现象,在孤立波即将爬至最高点时,会出现当大部分流体准备下落时,而在顶端仍然有一部分流体继续上涌的现象。

[参 考 文 献]

- [1] 谢世楞. 淹没情况下半圆型导堤上的波浪力[J]. 港工技术, 1998, 15(2): 1—5.
- [2] 陶建华, 袁德奎, 刘长根. 长江口深水航道二期整治工程结构物设计波浪要素推算[R]. 天津: 天津大学研究报告, 2002.
- [3] 王海滨, 刘子琪. 天津港北大防波堤新建工程半圆型堤断面模型试验报告[R]. 天津: 天津港湾研究所研究报告, 1995.
- [4] 贾东华. 半圆堤波浪力的数值计算[R]. 北京: 交通部一航院研究报告, 1999.
- [5] YUAN De_kui, TAO Jian_hua. Wave forces on submerged, alternately submerged, and emerged semicircular breakwaters[J]. Coastal Engineering, 2003, 48(2): 75—93.
- [6] Hirt C W, Nichols B D. Volume of fluid (VOF) Method for the dynamics of free boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 1981, 39(1): 201—225.
- [7] Youngs D L. Time_dependent multi_material flow with large fluid distortion[A]. In: Morton K W, Baines M J Eds. Numerical Methods for Fluid Dynamics [C]. New York: Academic, 1982, 273—285.
- [8] ZHUANG Fei, LEE Jin_Jin. A viscous rotational model for wave overtopping over marine structure [A]. In: Billy L Edge Ed. Proc 25th Internat Conf Coastal Eng [C]. Florida: ASCE, 1996, 2178—2191.
- [9] Launder B E, Spalding D B. The numerical computation of turbulent flows[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1974, 3(1): 269—289.
- [10] Larsen Jesper, Dancy Henry. Open boundaries in short wave simulations —a new approach[J]. Coastal Engineering, 1983, 7(3): 285—297.
- [11] Ashgriz N, Poo J Y. FLAIR (flux line_segment model for advection and interface reconstruction) [J].

Journal of Computational Physics, 1991, **93**(2): 449—468.

- [12] Chorin A.J. On the convergence of discrete approximations of the Navier-Stokes equations[J]. Math Comp, 1969, **23**(106): 341—353.
- [13] LIN Peng_zhi, LIU Philip L_F. A numerical study of breaking waves in the surface zone[J]. J Fluid Mech, 1998, **359**(6): 239—264.

Modeling the Interaction of Solitary Waves and Semi_Circular Breakwaters by Using Unsteady Reynolds Equations

LIU Chang_gen, TAO Jian_hua

(Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, P.R. China)

Abstract: A vertical 2-D numerical wave model was developed based on unsteady Reynolds equations. In this model, the k - ϵ models were used to close the Reynolds equations, and volume of fluid (VOF) method was used to reconstruct the free surface. The model was verified by experimental data. Then the model was used to simulate solitary wave interaction with submerged, alternative submerged and emerged semi_circular breakwaters. The process of velocity field, pressure field and the wave surface near the breakwaters was obtained. It is found that when the semi_circular breakwater is submerged, a large vortex will be generated at the bottom of the lee side wall of the breakwater; when the still water depth is equal to the radius of the semi_circular breakwater, a pair of large vortices will be generated near the shoreward wall of the semi_circular breakwater due to wave impacting, but the velocity near the bottom of the lee side wall of the breakwater is always relatively small. When the semi_circular breakwater is emerged, and solitary wave cannot overtop it, the solitary wave surface will run up and down secondarily during reflecting from the breakwater. It can be further used to estimate the diffusing and transportation of the contamination and transportation of suspended sediment.

Key words: Reynolds equation; VOF method; free surface; semi_circular breakwater; solitary wave