

小范围屈服时的应力强度因子*

袁 镒 吾

(中南矿冶学院, 1984年1月23日收到)

摘 要

对于实际金属材料, 裂纹前端总是存在一个或大或小的塑性区. 对于小范围屈服, 线弹性断裂力学分析仍适用, 但必须对塑性区的影响作修正. 传统的修正方法 (以下简称Irwin法)^[1,2], 是引入有效裂纹长度的概念, 即认为由于塑性区的存在, 实际裂纹长度必有所增加, 如取裂纹长度等于有效裂纹长度 $2(a+r_y)$, 其中 $2a$ 为裂纹的原长, $2r_y$ 为裂纹的增长量, 则可不考虑塑性区的存在, 仍按线弹性断裂力学处理.

本文则认为: 由于塑性区的存在, 实际的裂纹长度和外加应力均会增大. 即是说, 应力强度因子中的两个参量 a 及 σ_1 (外加应力) 值均将改变.

文中指出, 按本文方法确定的应力强度因子式 (3.2), 较通用公式 (3.4) 更接近于 Duffy^[4] 的符合实验结果的经验公式 (3.6).

一、有效外加应力的概念

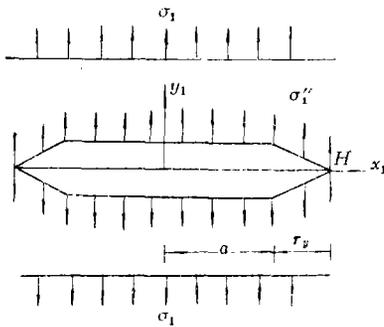


图 1

在无限大平板中有长度为 $2a$ (图 1) 的中心穿透裂纹的情况下, 当外加应力 σ_1 较大时, 裂纹两端将出现塑性区. 在塑性区的 x 轴上沿 y 轴方向有应力 σ_s (屈服应力). 当裂纹长度由原来的 $2a$ 增大为 $2(a+r_y)$ 时, 此应力 σ_s 力图使裂纹重新密合. 我们假设在整个裂纹表面上作用有拉应力 σ_1'' , 此应力使裂纹绕 H 点张开, 而屈服应力 σ_s 则力图使裂纹重新密合. 当二者相平衡时, 裂纹长度便扩展了 $2r_y$. 现求 σ_1'' 与 r_y 的关系^[3]:

由于裂纹的张开, 主要是由于绕着有效裂纹端点 H 的力矩起作用, 以 H 为力矩中心, 由力矩的平衡条件得

$$\sigma_1'' \frac{(a+r_y)^2}{2} = \sigma_s \frac{r_y^2}{2} \quad (1.1)$$

图2(a)表示原外加应力为 σ_1 , 裂纹原长为 $2a$ 的情形. 裂纹长度要扩展成为 $2(a+r_y)$, 便必须在裂纹的表面上增添应力 σ_1'' , 它即是图 2(b) 的情形. 根据迭加原理, 又可为外加应力为 $\sigma_1 + \sigma_1''$ 和裂纹长度为 $2(a+r_y)$ 的情形, 如图 2(c) 所示.

* 钱伟长推荐.

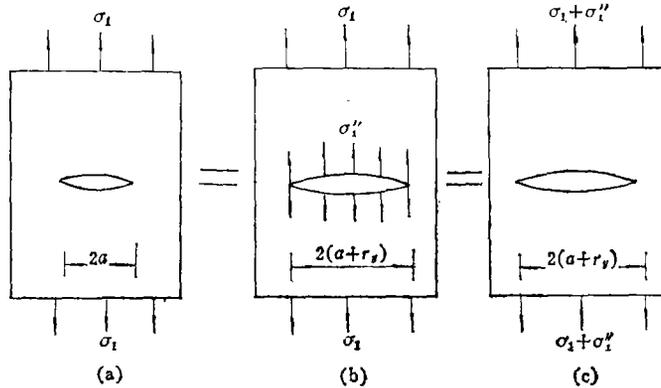


图 2

在近似计算中, 式 (1.1) 可简化

$$\sigma_1'' = \sigma_s \frac{r_y^2}{(a+r_y)^2} = \sigma_s \frac{r_y^2}{a^2(1+r_y/a)^2} = \sigma_s \frac{r_y^2}{a^2} (1 - 2\frac{r_y}{a} + \dots) \approx \sigma_s \frac{r_y^2}{a^2}$$

故有效外加应力为

$$\sigma_1' = \sigma_1 + \sigma_1'' = \sigma_1 + \frac{\sigma_s r_y^2}{a^2} \tag{1.2}$$

以后会明了, 式 (1.2) 准确至 $O(\lambda^4)$, 这里 $\lambda = \sigma_1/\sigma_s$.

裂纹的增长量 $2r_y$ 要由外力和内力相平衡的条件 (Irwin法) 来决定.

二、塑性区尺寸的确定

如图 3 所示, 在无限大平板中有中心穿透裂纹的情况下, 按线弹性理论计算得出在裂纹尖端沿 x 轴距裂纹尖端 O 为 r 处的截面上的 σ_y 随 r 变化的曲线 ABC 的计算公式 (设平板属平面应力) 为

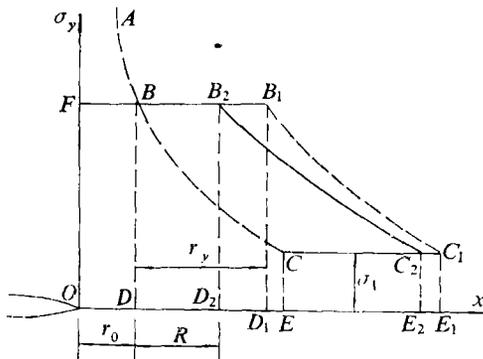


图 3

$$\sigma_y = \sigma_1 \sqrt{\frac{r+a}{r^2+2ar}} \tag{2.1}$$

当 $r \ll a$ 时, 有

$$\sigma_y = \frac{\sigma_1 a}{\sqrt{2ar}} = \frac{\sigma_1 \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \tag{2.2}$$

式中 $2a$ 为裂纹的长度, σ_1 为距裂纹很远处均匀拉应力. 我们称式 (2.1) 为精确式; 式

(2.2) 为近似式.

现设裂纹尖端附近已经发生塑性变形, 这部份材料的应力将保持为 σ_s (屈服应力) 的水平, 不再上升. 这就要求 BC 部份所代表的应力要相应地提高, 塑性区要继续扩大, 最后, 实际应力的分布曲线为 FBB_2C_2

曲线 FBB_2C_2 我们假定是这样得来的, 首先, 把曲线 ABC 向右沿 x 轴方向平移一段距离 $BB_1 = r_y$, 而得曲线 FBB_1C_1 . 然后认为应力强度因子 $\kappa_1 = \sigma_1 \sqrt{\pi a}$ 中的 σ_1 变为 σ_1' , a 变为

$a_1 = a + r_1$, 使得曲线 FBB_1C_1 变成了曲线 FBB_2C_2 .

沿 x 轴截面上的内力必须和外力相平衡, 这就要求面积 $ABCC_2E_2O$ 等于面积 $FBB_2C_2E_2O$. 但面积 $BCED$ 等于面积 $B_1C_1E_1D_1$. 此外, 如果用近似式 (2.2) 进行计算, 则有面积 $B_2C_2E_2D_2$ 和面积 $B_1C_1E_1D_1$ 的比值为 $\sigma'_1 \sqrt{a_1} / (\sigma_1 \sqrt{a})$. 我们假设用精确式 (2.1) 计算时, 这个比值仍近似不变.

由于 $BB_1 = CC_1$, 如果比值 $\sigma'_1 \sqrt{a_1} / (\sigma_1 \sqrt{a}) \approx 1$, 则有 $BB_2 \approx CC_2$. 我们有

$$\text{面积 } ABCC_2E_2O = \int_0^{r_0} \frac{\sigma_1(r+a)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr + \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sigma_1(r+a)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr + \sigma_1 R$$

式中 $r_1 = OE$, $R = BB_2 = CC_2$, $r_0 = BF$.

$$\text{面积 } BCED = \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sigma_1(a+r)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr$$

故有

$$\text{面积 } FBB_2C_2E_2O = (r_0 + R)\sigma_s + \frac{\sigma'_1 \sqrt{a_1}}{\sigma_1 \sqrt{a}} \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sigma_1(r+a)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr$$

由面积 $ABCC_2E_2O$ 等于面积 $FBB_2C_2E_2O$ 得

$$\begin{aligned} \int_0^{r_0} \frac{\sigma_1(a+r)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr + \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sigma_1(a+r)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr + R\sigma_1 &= (r_0 + R)\sigma_s \\ &+ \frac{\sigma'_1 \sqrt{a_1}}{\sigma_1 \sqrt{a}} \int_{r_0}^{r_1} \frac{\sigma_1(a+r)}{\sqrt{r^2+2ar}} dr \end{aligned} \quad (2.3)$$

即

$$\begin{aligned} \sigma_1 \sqrt{r_0^2 + 2ar_0} + R\sigma_1 - \sigma_s (r_0 + R) &= \sigma_1 \left(\frac{\sigma'_1 \sqrt{a_1}}{\sigma_1 \sqrt{a}} - 1 \right) \\ &\cdot (\sqrt{r_1^2 + 2ar_1} - \sqrt{r_0^2 + 2ar_0}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

现求 r_1 . 由于在图3中的 C 点有 $\sigma_s = \sigma_1$, 由精确式 (2.1) 得

$$r_1 = \infty$$

因此, 我们改用近似式 (2.2). 在 C 点有

$$\sigma_1 = \sigma_1 \sqrt{\pi a} / \sqrt{2\pi r_1}$$

故得

$$r_1 = a/2 \quad (2.5)$$

及

$$\sqrt{r_1^2 + ar_1} \times 2 = \sqrt{5} a/2 \quad (2.6)$$

现求 r_0 . 由式 (2.1), 在 B 点有

$$\sigma_s = \sigma_1 (r_0 + a) / \sqrt{r_0^2 + 2ar_0}$$

故

$$r_0^2 + 2ar_0 = a^2 \lambda^2 / (1 - \lambda^2) \quad (2.7)$$

$$r_0 = \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2}} \right) a$$

根式前应取正号, 得

$$r_0 = \left(-1 + \sqrt{1 - \lambda^2} \right) a \quad (2.8)$$

将式(2.6)及(2.7)代入式(2.4)得

$$\frac{\sigma_1 a \lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} - \sigma_s (r_0 + R) = \sigma_1 \left(\frac{\sigma'_1 \sqrt{a_1}}{\sigma_1 \sqrt{a}} - 1 \right) \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{1 - \lambda^2} \right) a - R \sigma_1 \quad (2.9)$$

估计到式(1.2)式(2.9)中显然含有二个未知量 R 及 r_y 。为此,我们还需建立一个联系 R 及 r_y 的方程。

由于我们假设图3中曲线 B_2C_2 是由曲线 BC 经过下述二个变换得来的:(a)坐标原点沿 x 轴方向向右移动了一段距离 $BB_1 = r_y$;及(b)应力强度因子中的 σ_1 变为 σ'_1 , a 变为 a_1 ,曲线 BC 必须变形。所以,如果把坐标原点 O 沿 x 轴向右移动 $r_y = BB_1$,同时,把 σ_1 换为 σ'_1 , a 换为 $a_1 = a + r_y$,就可不必考虑塑性区的影响,而可用线弹性断裂力学来处理,即在裂纹延长线上应力分布为

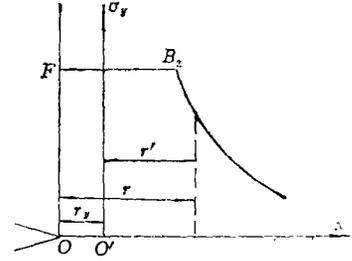


图 4

$$\sigma_y = \frac{\sigma'_1 (a_1 + r')}{\sqrt{r'^2 + 2a_1 r'}} \quad (2.10)$$

式中 r 为截面至原点 O 的距离, r' 为截面至新原点 O' 的距离(图4), $r_y = OO'$

回到图3。在 B_2 点, $\sigma_y = \sigma_s$,故式(2.10)变为

$$\sigma_s = \sigma'_1 (r' + a_1) / \sqrt{r'^2 + 2a_1 r'}$$

将式(1.2)代入得

$$r'^2 + 2a_1 r' = (\lambda + r_y^2/a^2)^2 (r' + a_1)^2 \approx \lambda^2 (r' + a_1)^2 \quad (2.11)$$

式中 $\lambda = \sigma_1/\sigma_s$ 称为比外加应力。式(2.11)只准确至 $O(\lambda^4)$ 。式(2.11)可变为

$$(r'^2 + 2a_1 r')(1 - \lambda^2) = a_1^2 \lambda^2$$

故

$$r' = \left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2}} \right) a_1 \quad (2.12)$$

根式前应取正号。

由图3及图4知,在 B_2 点有 $r = FB_2 = FB + BB_2 = r_0 + R$ 。故 $r' = r - BB_1 = r_0 + R - BB_1$,即

$$r' = r_0 + R - r_y$$

此外,

$$a_1 = a + r_y$$

故式(2.12)变为

$$r_0 + R - r_y = \left(-1 + 1/\sqrt{1 - \lambda^2} \right) (a + r_y)$$

故

$$r_y = \sqrt{1 - \lambda^2} [r_0 + R + (1 - 1/\sqrt{1 - \lambda^2}) a]$$

将式(2.8)代入得

$$r_y = R \sqrt{1 - \lambda^2} \quad (2.13)$$

于是,我们得到了联系 r_y 及 R 的第二个方程,它只准确至 $O(\lambda^4)$ 。以下,我们联合式(2.9)

及 (2.13) 求 r_y 及 R 的数值.

零级近似

由于 $\sigma'_1 \sqrt{a_1}/(\sigma_1 \sqrt{a}) \approx 1$, 以及 $R\sigma_1 \ll R\sigma_s$, 故式 (2.9) 的右边为小量. 零级近似时, 略去此小量, 式 (2.9) 变为

$$\sigma_1 a \lambda / \sqrt{1-\lambda^2} - \sigma_s (r_0 + R) = 0$$

将式 (2.8) 代入得

$$R = (1 - \sqrt{1-\lambda^2}) a \quad (2.14)$$

将上式代入式 (2.13) 得

$$r_y = (\lambda^2 - 1 + \sqrt{1-\lambda^2}) a \quad (2.15)$$

一级近似

一级近似时, 式 (2.9) 的右边, R , σ'_1/σ_1 及 r_y 分别用式 (2.14), (1.2) 及 (2.15) 计算

$$\begin{aligned} \sqrt{a_1} &= \sqrt{a + r_y} = \sqrt{(\lambda^2 + \sqrt{1-\lambda^2}) a} \\ \frac{\sigma'_1}{\sigma_1} &= 1 + \frac{r_y^2}{a^2 \lambda} = 1 + \frac{(\lambda^2 - 1 + \sqrt{1-\lambda^2})^2}{\lambda} \end{aligned}$$

于是式 (2.9) 成为

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_1 a \lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} - \sigma_s (r_0 + R) &= \sigma_1 \left\{ \left[1 + \frac{(\lambda^2 - 1 + \sqrt{1-\lambda^2})^2}{\lambda} \right] \sqrt{\lambda^2 + \sqrt{1-\lambda^2}} \right. \\ &\quad \left. - 1 \right\} \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \right) a - (1 - \sqrt{1-\lambda^2}) a \sigma_1 \end{aligned}$$

故得

$$\begin{aligned} R &= -\lambda a \left\{ \left[1 + \frac{(\lambda^2 - 1 + \sqrt{1-\lambda^2})^2}{\lambda} \right] \sqrt{\lambda^2 + \sqrt{1-\lambda^2}} - 1 \right\} \\ &\quad \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \right) + a(1 + \lambda) (1 - \sqrt{1-\lambda^2}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

如图3, 塑性区尺寸为 $R_1 = FB_2$, 即

$$R_1 = r_0 + R \quad (2.17)$$

式中 r_0 及 R 分别由式 (2.8) 及式 (2.16) 决定.

而按 D-M 模型 (Dugdale) 则为^[1]

$$R_{1D} = a (\sec \frac{\pi}{2} \lambda - 1) \quad (2.18)$$

如果按照通常的有效裂纹长度法 (Irwin 法) 计算^[1], 则得

$$R_{1I} = a \lambda^2 \quad (2.19)$$

对于不同的 λ 值, 按照式 (2.17), (2.18) 及 (2.19) 算得的塑性区尺寸列入表1, 以兹比较.

尽管按照 D-M 模型式 (2.18) 计算得到的塑性区尺寸总是比实验值大些 [5], 但人们公认为 Dugdale 的公式 (2.18) 比 Irwin 的公式 (2.19) 更准确些.

表 1

比 外 加 应 力 $\lambda = \frac{\sigma_1}{\sigma_s}$	塑 性 区 尺 寸 R_1		
	D-M模型 式(2.18)	本 文 式(2.17)	通用公式 式(2.19)
0.2	0.0515a	0.0427a	0.04a
0.3	0.1223a	0.1013a	0.09a
0.4	0.2361a	0.1936a	0.16a
0.5	0.4142a	0.3328a	0.25a
0.6	0.7013a	0.5429a	0.36a
0.7	1.2027a	0.8706a	0.49a

由表1可见,按照本文公式(2.17)算得的塑性区尺寸 R_1 ,比按通用公式(2.19)算得的更接近于Dugdale的公式(2.18)的结果,而且 R_1 总是比 R_{1D} 小。

三、应力强度因子的塑性区修正

首先,我们指出,推导式(2.16)时,只是在式(2.9)的右边用到了近似式(1.2),而式(2.9)的右边为微量。故式(2.16)具有比式(2.13)更高级的精确度。准确至 $O(\lambda^4)$,我们由式(2.13)及(2.16)求 r_y 的数值。

$$\text{由于} \quad \sqrt{1-\lambda^2} = 1 - \lambda^2/2 - \lambda^4/8$$

故有

$$r_y = \sqrt{1-\lambda^2} (-\lambda) \left\{ \left[1 + \frac{(\lambda^2/2 - \lambda^4/8)^2}{\lambda} \right] \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} - 1} \right\} \\ \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \right) a + a(1+\lambda) \left(\frac{\lambda^2}{2} + \frac{1}{8} \lambda^4 \right) \sqrt{1-\lambda^2}$$

因

$$(1-\lambda^2)^{-\frac{1}{2}} \lambda = \lambda(1 + \lambda^2/2)$$

故

$$r_y = \sqrt{1-\lambda^2} \left\{ \left[-\lambda \left(1 + \frac{\lambda^3}{4} \right) \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} - 1} \right] \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\lambda}{\sqrt{1-\lambda^2}} \right) a + \frac{a}{2} (\lambda^2 + \lambda^3 + \lambda^4/4) \right\} \\ = \sqrt{1-\lambda^2} \left\{ -\lambda \left[\left(1 + \frac{\lambda^3}{4} \right) (1 + \lambda^2/4 - \lambda^4/16) - 1 \right] \right. \\ \left. \cdot \left(\sqrt{5}/2 - \lambda - \lambda^3/2 \right) a + \frac{a}{2} \left(\lambda^2 + \lambda^3 + \frac{1}{4} \lambda^4 \right) \right\} \\ = \sqrt{1-\lambda^2} \left[-\left(\frac{1}{8} \sqrt{5} \lambda^3 - \frac{1}{4} \lambda^4 + \frac{\sqrt{5}}{8} \lambda^4 \right) a + \frac{a}{2} \left(\lambda^2 + \lambda^3 + \frac{1}{4} \lambda^4 \right) \right] \\ = \left(1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{1}{8} \lambda^4 \right) \left[\frac{\lambda^2}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{8} \right) \lambda^3 + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{5}}{8} \right) \lambda^4 \right] a$$

$$= \left[\frac{\lambda^2}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{8} \right) \lambda^3 + \left(\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{5}}{8} \right) \lambda^4 \right] a$$

即

$$r_y = a(0.5\lambda^2 + 0.2205\lambda^3 - 0.1545\lambda^4) \quad (3.1)$$

在此基础上, 我们对应力强度因子进行塑性区修正。考虑到裂纹尖端附近的一部分材料已经发生塑性变形, 如果仍按线弹性理论来处理, 则在裂纹延长线上, 距裂纹尖端极近的地方, 应力分布为

$$\sigma_y = \sigma'_1 \sqrt{\pi a_1} / \sqrt{2\pi r'}$$

按照传统的方法, 引入应力强度因子的概念, 上式变为

$$\sigma_y = \kappa'_1 / \sqrt{2\pi r'}$$

式中 κ'_1 为应力强度因子, 且

$$\kappa'_1 = \sigma'_1 \sqrt{\pi a_1}$$

将式 (1.2) 代入上式得

$$\kappa'_1 = \sigma_1 \left(1 + \frac{r_y^2}{a^2 \lambda} \right) \sqrt{\pi(a+r_y)} = \sigma_1 \sqrt{\pi a} \left(1 + \frac{r_y^2}{a^2 \lambda} \right) \sqrt{1 + \frac{r_y}{a}} \quad (3.2)$$

增大系数为

$$k = \left(1 + \frac{r_y^2}{a^2 \lambda} \right) \sqrt{1 + \frac{r_y}{a}} \quad (3.3)$$

式中 r_y 由式 (3.1) 决定。由式 (3.1) 及 (3.3) 得到的增大系数 k 准确至 $O(\lambda^4)$ 。

按照通常地有效裂纹长度法 (Irwin 法) 进行塑性区修正时, 则得应力强度因子的计算公式为^[2]

$$\kappa'_{1i} = \sigma_1 \sqrt{\pi a} / \sqrt{1 - \lambda^2/2} \quad (3.4)$$

增大系数为

$$k_i = 1 / \sqrt{1 - \lambda^2/2} \quad (3.5)$$

Duffy 等以 D-M 模型作为塑性区修正的理论基础, 提出了应力强度因子的计算公式^[4]

$$\kappa'_{1D} = \sigma_1 \sqrt{\pi a} / \sqrt{\cos^2 \frac{\pi \sigma_1}{2\sigma_o}} \quad (3.6)$$

式中 $a \sec \frac{\pi \sigma_1}{2\sigma_o} = a + R_{1D}$

$$\sigma_o = (\sigma_s + \sigma_b) / 2 \quad (3.7)$$

式中 σ_b 为强度极限。增大系数为

$$k_D = \sqrt{\sec^2 \frac{\pi \sigma_1}{2\sigma_o}} \quad (3.8)$$

Duffy 的公式 (3.8) 虽然有 D-M 模型 (Dugdale) 作为理论基础, 但毕竟只能算是一个经验公式。因为 $2(a + R_{1D})$, 式中 R_{1D} 为塑性区尺寸, 不能算是有效裂纹长度, σ_1 也不能算是有效外加应力。

但是, 公式 (3.8) 与实验符合得很好^[4], 因此, 我们把它作为准确公式, 并把它和式 (3.3) 及 (3.5) 作比较, 列入表 2。表 2 中, 应力 σ_1 , σ_s 及 σ_b 的数值均是取自文献 [4]。

从表 2 可见, 和准确式 (3.8) 相比较, $\lambda = 0.7160$ 时, 本文公式 (3.3) 的误差为 5.54%。 $\lambda = 0.7986$ 时, 误差为 6.22%。故当 $\lambda \leq 0.7$ 时, 本文公式 (3.3) 的精确度是相当高的, 是可用的。

至于本文公式 (3.3) 和通用公式 (3.5) 相比较, 则一直到 $\lambda=0.8$, 前者均较后者为优。

表 2

σ_1 (psi)	σ_s (psi)	σ_b (psi)	$\lambda = \frac{\sigma_1}{\sigma_s}$	增 大 系 数 k		
				Duffy 式(3.8)	本 文 式(3.3)	Irwin 式(3.5)
16450	68600	85200	0.2398	1.0292	1.0197	1.0147
27600	63900	80200	0.4319	1.1014	1.0787	1.0502
31600	68600	85200	0.4606	1.1189	1.0921	1.0577
38800	64700	80000	0.5997	1.2257	1.1776	1.1042
42600	59500	75200	0.7160	1.3537	1.2787	1.1598
46800	58600	77300	0.7986	1.4592	1.3685	1.2117

参 考 文 献

- [1] 褚武扬编著《断裂力学基础》，科学出版社，(1979)，38，326。
 [2] 浙江大学等九院校合编，刘鸿文主编，《材料力学》，人民教育出版社，(1979)，下册，319。
 [3] 齐景泰、蔡树棠，中国科学，2 (1980) 199—210。
 [4] Liebowitz, H. (Ed.), An advanced treatise, *Fracture*, Vol. V, Chap. 3, Academic Press, New York and London(1969), 159—232。
 [5] Theocaris, P. S. 等，《力学译丛》，4(1976)，67—76。

Stress Intensity Factor Considering the Material Plasticity Limited in Scope

(The Central-South Institute of Mining and Metallurgy, Changsha)

Abstract

This paper discusses the correction for stress intensity factor due to material plasticity. The author considers that both the crack length and the stress at infinity change are due to plasticity. The author's corrective formula for stress intensity factor due to plasticity is formula(3.2) which is in good agreement with Duffy's formula(3.6) and is better than Irwin's formula(3.4).