

# 纵筋加强圆柱壳在轴压下 失稳后强度分析\*

邵文蛟

(交通部上海船舶运输科学研究所, 1983年11月23日收到)

## 摘 要

本文介绍了纵筋加强圆柱壳在轴压下失稳后的强度分析。本文用的是塑性分析法,它是 Murray 分析加筋板在轴压和弯曲下失稳后行为的一种推广。按失稳后试件变形描绘纵筋屈曲和壳板皱折的机构。

最后对理论分析和钢试件的试验结果进行了比较。理论结果和试验数据吻合度良好,故它可用于分析纵筋加强圆柱壳失稳后的强度和估算与碰撞研究有关的能量吸收能力。

## 符 号

$A_t$	块壳截面的总面积	$L$	圆柱壳的长度
$a_m$	$=1 - \frac{M_n}{M_y}$ (附录E)	$L_1$	纵筋屈曲处的距离
$C_{or}, C_{ori}, C_{ork}$	系数	$M_0$ 和 $N_0$	刚塑性圆柱壳单位长度的全塑性弯矩和薄膜力
$c$	$=e/T_0$	$M_D$	在变形位置 $X=L_1$ 处壳板上由 $F_x$ 引起的力矩
$c_w$	$=4\left(w+c+\frac{M_y}{\sigma_y A_t T_0} + \frac{1}{2}\right)$	$M_n$	全塑性薄膜力对于通过O点水平轴的力矩 $\left(=\left(\frac{T_0 H^2}{2} - T_0^2 s\right)\sigma_y\right)$
$D, D_1, D_2, D_3$ 和 $D_4$	在壳板中拉伸或压缩屈服区域的高度	$M_x$	不考虑变形在 $x=L_1$ 处壳板中力矩
$d, d_1, d_2, d_3$ 和 $d_4$	在壳板中拉伸或压缩屈服区域的无因次高度, 即 $d_i=D_i/T_0$	$M_Q$	由基础弹簧力 $Q_0$ 引起的力矩
$E$	杨氏模量	$M_s$	在纵筋上的力矩
$e$	偏心距	$M_x$ 和 $M_\theta$	平行于 $\theta$ 和 $X$ 轴的边上由 $\sigma_x$ 和 $\sigma_\theta$ 引起单位长度的力矩
$F_x$	在壳板中的总轴向力	$M_y$	当 $n_x=0$ 时的塑性力矩
$F_s$	在纵筋上的总轴向力	$m_e$	$=M_e/M_y$
$f_1, f_2, f_3$ 和 $f_4$	轴向或周向弯矩函数	$m_s$	$=M_s/2M_0R\theta_1$
$G_0, G_1, G_2$ 和 $G_4$	在方程(2.31)中的系数	$m_x$	$=M_x/M_0$
$H$	纵筋的高度	$m_\theta$	$=M_\theta/M_0$
$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$ 和 $I_6$	附录B中的积分	$n$	纵筋数
$I_{11}$ 和 $I_{22}$	方程(2.17)的积分		
$k$	$=1 + \sec^2\beta_1$		

\* 钟万铨推荐。

$N_x, N_\theta$	平行于 $\theta$ 和 $X$ 轴的边上单位长度的轴向和周向力	$\alpha_1$	加强块壳的挠曲角度(图11)
$n_x$	$=N_x/N_0$	$\beta_1$	塑性铰对推出方向的倾角(图7)
$n_\theta$	$=N_\theta/N_0$	$\Gamma$	$=\Gamma_1+\Gamma_2$
$P$	轴向外力	$\Gamma_1$ 和 $\Gamma_2$	斜铰线的轴向距离(图8)
$Q_i$ 和 $Q_r$	$Q_\theta$ 的两个部分	$\gamma$	$=\Gamma/T_r$
$Q_R$	块壳在左端上反力	$\Delta$	纵筋的局部最大挠度
$Q_{r11}, Q_{r12}, Q_r$	$Q_r$ 的组成部分	$\delta$	加筋块壳的径向挠度(图11)
$Q_{r14}, Q_{r21}, Q_{r22}$	$Q_r$ 的组成部分	$\epsilon_c$	计算应变值(乘屈服应变)
$Q_\theta$	单位长度基础弹簧力	$\epsilon_{max}$	一个试件在计算时所用的最大 $\epsilon_c$
$R$	壳的平均半径	$\epsilon_y$	材料的压缩屈服应变( $=\sigma_y/E$ )
$R_0$	纵筋面积与块壳的壳板面积之比	$\xi$	$=\theta/\theta_1$
$R_{a1h}$ 和 $R_{a1s}$	系数	$\eta$	$=\xi/\Gamma$
$R_0$	$=\frac{(1-\mu)^2}{1-2\mu}$	$\theta$	周向坐标
$s$	纵筋间距离之半	$\theta_1$	斜铰线的周向角度
$T_p$	壳板厚度	$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ 和 $\lambda_4$	方程(2.19)中系数
$T_s$	纵筋厚度	$\mu$	Poisson 比
$V_0, V_1, V_2$ 和 $V_4$	方程(2.29)中系数	$\xi$	局部轴向坐标
$w$	$=\delta/T_p$	$\xi_1$	$=\xi/\Gamma_1$
$X$	轴向坐标	$\xi_2$	$=\xi/\Gamma_2$
$X_p$	由于径向挠度 $Z$ 引起的壳板的轴向缩短	$\rho_0, \rho_1, \rho_2$ 和 $\rho_4$	方程(2.23)中的系数
$X_s$	由于侧向挠度 $\Delta$ 引起的纵筋端边的轴向缩短	$\sigma_{Hi}$ 和 $\sigma_c$	考虑和不考虑材料强化的轴向应力
$Z$	对 $\theta_1 \leq \theta \leq \pi/n$ , 壳板的挠度	$\sigma_r^*$ 和 $\sigma_\theta^*$	相当于简支块壳的局部失稳应力和壳体的总体失稳应力 <sup>[9]</sup>
$z$	$=Z/T_p$	$\sigma_x$ 和 $\sigma_\theta$	轴向和周向应力
$Z_0$	壳板的最大挠度	$\sigma_{xx}$ 和 $\sigma_{\theta\theta}^*$	当周向应变 $\epsilon_{\theta\theta}=0$ 时, 分别为平面应变状态和平面应力状态的应力
$z_0$	$=Z_0/T_p$	$\sigma_y$	材料的单向屈服应力
$\alpha$ 和 $\beta$	积分下限, 积分下限和上限之差	$\tau$	$=1-\Gamma/2\Gamma_2$
		$\Delta\sigma$	极限应力和屈服应力间的应力差

## 一、引 言

在海洋和其他工程结构中广泛使用着受轴压的纵筋加强圆柱壳。从不同观点研究这类圆柱壳的强度和稳定性是有意义的。特别如要了解超载时结构反应、碰撞时能量的吸收等, 就有必要作失稳后的强度计算。一个行之有效且不太复杂的方法是用刚塑性理论。

Murray<sup>[1]</sup>讨论了具有扁钢加强薄钢板的失稳后强度。在[2]中研究了L形受压杆的问题。根据实验室试件的变形Murray<sup>[11]</sup>进一步提出八个基本机构和三种全塑性区的类型, 导出了它们的特征方程。利用它们可进行薄壁结构的失稳后分析。

纵向加筋圆柱壳模型的失稳后变形模式表明纵向加强筋与Murray<sup>[1]</sup>描绘的加强筋屈曲样子一样。壳板被皱折(见图1)。本文用Murray方法和塑性铰线理论列出了具有内部扁钢加强的圆柱壳的简化的刚塑性机构的公式。

## 二、失稳后理论分析

现讨论由  $n$  个相同块壳组成的纵向加强圆柱壳。加筋之间距离以  $2s$  表示，每一块壳包含一根加强筋和宽度为  $2s$  的壳板。假定不同块壳的失稳形状是相同的，这样我们只要讨论一块块壳。它可看作是一根表示壳体曲率影响的塑性 Winkler 基础梁。众所周知，梁结构有很多可能塑性铰机构和板结构有很多可能塑性铰线机构，且如果它们的材料是刚塑性的，则它们

变成可动机构。同样，当壳体结构在塑性破坏时，发生塑性区。本文将加强筋和壳板分别处理，加强筋的屈曲形式和 Murray<sup>[1]</sup> 在讨论扁钢加强的薄钢板时所取的形式一样，认为壳板处于平面应力状态。再假定壳板的皱折部分进入塑性，且仅仅在皱折部分的周向力起块壳的基础反力作用，以减少它的挠度。

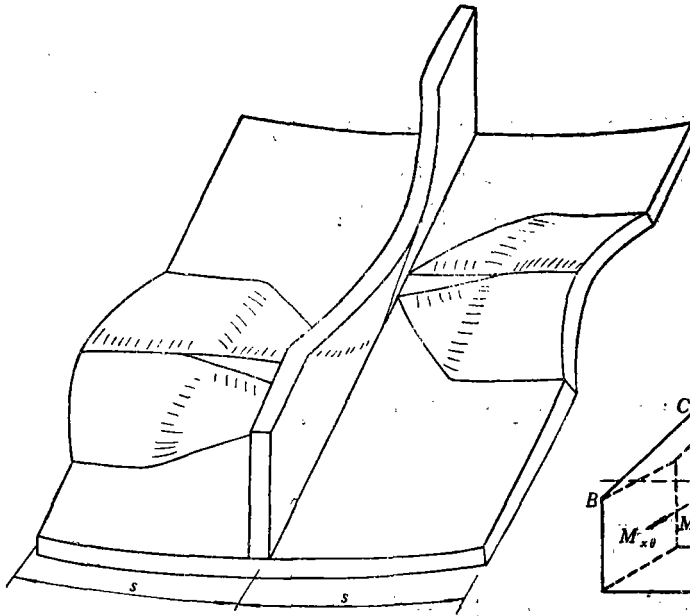


图 1

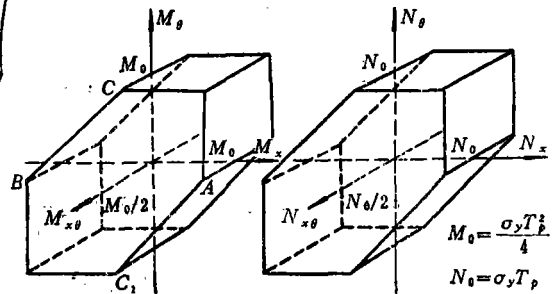


图2 极限交互作用屈服面

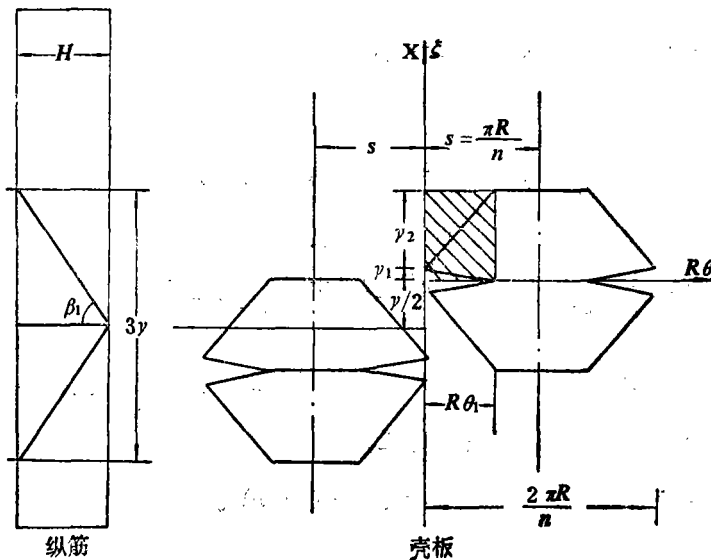


图3 在纵筋和在壳板中塑性铰线的形状

其材料满足 Tresca 屈服条件。采用极限交互作用屈服曲面<sup>[8]</sup>(见图 2)。

按纵筋加强圆柱壳的失稳后形状的铰系统(见图3), 在阴影部分无量纲弯矩为,

对  $0 \leq \theta \leq \theta_1$ ,  $0 \leq \xi_1 \leq 1$ ,

$$m_x = (1 - \xi_1)(1 - |\zeta + \xi_1 - 1|) = f_1, \quad m_\theta = -(1 - \zeta)(1 - |\zeta + \xi_1 - 1|) = -f_2 \quad (2.1)$$

对  $0 \leq \theta \leq \theta_1$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 1$ ,

$$m_x = -\xi_2(1 - |\zeta - \xi_2|) = -f_3, \quad m_\theta = (1 - \zeta)(1 - |\zeta - \xi_2|) = f_4 \quad (2.2)$$

当  $\xi_1 = 1$  和  $\xi_2 = 0$  时,  $m_x$  连续且等于零, 但  $m_\theta$  不连续。容易证明:

$$|m_x| \leq 1, \quad |m_\theta| \leq 1, \quad |m_x - m_\theta| \leq 1 \quad (2.3)$$

当且仅当

$$\text{对 } 0 \leq \xi_1 \leq 1, \quad \zeta + \xi_1 = 1 \quad (2.4)$$

$$\text{对 } 0 \leq \xi_2 \leq 1, \quad \zeta = \xi_2 \quad (2.5)$$

时, 这些不等式变成等式。这意味着除了在直线  $\zeta + \xi_1 = 1$  和  $\zeta = \xi_2$  上的弯矩外, 所有弯矩  $m_x$  和  $m_\theta$  均在弯矩的极限交互屈服曲面内。而这些塑性铰线在屈服曲面上。从应力观点, 可能的轴向和周向应力分布见图 4<sup>[4]</sup>。以无量纲参数  $d_i$  表示的无量纲内力为:

对  $0 \leq \theta \leq \theta_1$ ,  $0 \leq \xi_1 \leq 1$ ,

$$\left. \begin{aligned} n_x &= \frac{1}{2} - d_1 + d, \quad n_\theta = \frac{1}{2} - d_2 - d \\ m_x &= 2 \left( \frac{1}{4} + d_1 - d_1^2 - d^2 \right), \quad m_\theta = -2 \left( \frac{1}{4} + d_2 - d_2^2 - d^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

对  $0 \leq \theta \leq \theta_1$ ,  $0 \leq \xi_2 \leq 1$ ,

$$\left. \begin{aligned} n_x &= \frac{1}{2} - d_3 + d, \quad n_\theta = \frac{1}{2} - d_4 - d \\ m_x &= -2 \left( \frac{1}{4} + d_3 - d_3^2 - d^2 \right), \quad m_\theta = 2 \left( \frac{1}{4} + d_4 - d_4^2 - d^2 \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

结合方程(2.6)和(2.1), 因为  $d_1$  不能大于  $1/2$ , 我们得

$$d_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - 2d^2 - f_1} \quad (2.8)$$

类似地有,

$$d_i = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - 2d^2 - f_i}, \quad (i=1, 2, 3 \text{ 或 } 4) \quad (2.8)'$$

为了便于以后积分, 我们将方程(2.8)' 近似展开为:

$$d_i = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 - d^2 - \frac{d^4}{2} - \left( \frac{1+d^2}{2} \right) f_i - \frac{f_i^2}{8} \right) \quad (2.9)$$

对  $\theta_1 \leq \theta \leq \frac{\pi}{n}$ , 可能的应力分布见图5。当形成塑性铰线时, 无量纲周向内力  $n_\theta$  和壳板无量纲挠度  $z_0$  之间关系由下列表达式给出(见附录A)。

$$n_\theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{4z_0^2(1-\eta)^2 + 1} - (1-\eta)z_0 \quad (2.10)$$

其中  $z_0 = \frac{Z_0}{T}$ ,  $Z_0$  是  $\theta_1 \leq \theta \leq \frac{\pi}{n}$  段中壳板的最大挠度(见图6)。由于径向挠度引起的轴向缩

短  $X$ , 为

$$X_s = 2(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - Z_0^2}) \approx Z_0^2 / \Gamma \quad (2.11)$$

在加强筋自由边, 由于侧向挠度  $\Delta$  (图 7) 引起的轴向缩短为

$$X_s = \Delta^2 / H \operatorname{tg} \beta_1 \quad (2.12)$$

假定壳板的轴向缩短和加强筋自由边的缩短相同, 即  $X_s = X_s$ , 我们得

$$Z_0 = \Delta \sqrt{\Gamma / H \operatorname{tg} \beta_1} \quad (2.13)$$

从上面讨论可知, 周向内力不仅与轴向外力  $P$  和轴向坐标  $X$  有关, 而且与周向坐标  $\theta$  有关。将

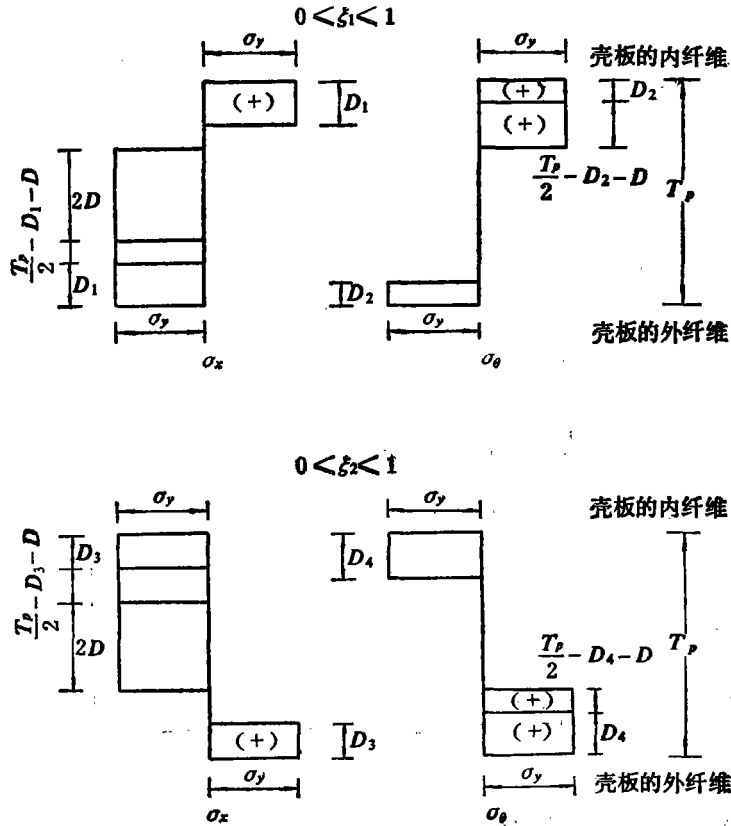


图4 对于区域  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  应力的可能分布

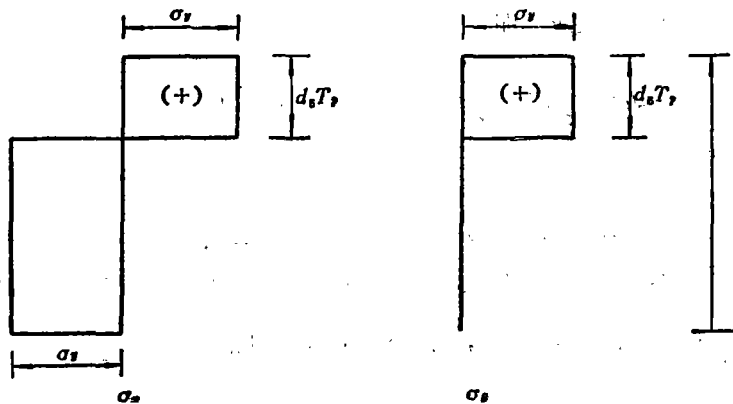


图5 对于区域  $\theta_1 \leq \theta \leq \pi/n$  应力的可能分布

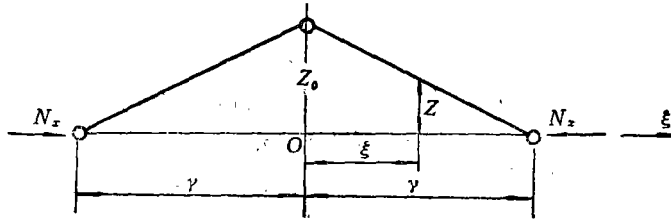


图6 塑性铰线一旦形成, 在  $\theta_1 \leq \theta \leq \pi/n$  的壳板变形

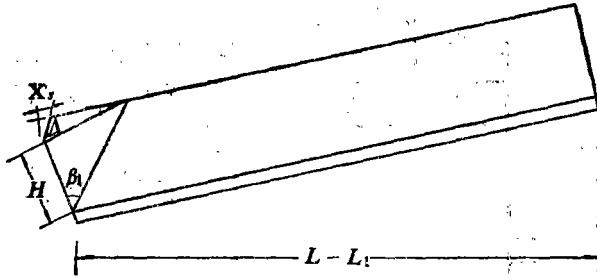


图 7

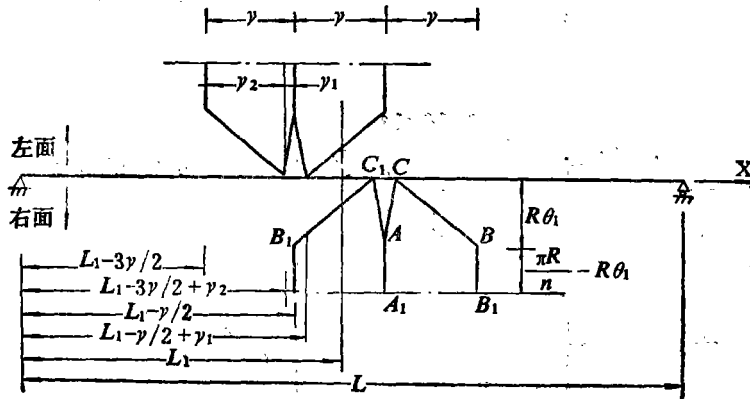


图 8

纵向加强圆柱壳看作孤立的柱, 我们可以取平均周向内力  $N_\theta$  在径向投影作为单位长度基础弹簧力  $Q_\theta$ . 由纵筋加强圆柱壳模型的失稳后形状, 可以看到在纵筋两旁的塑性铰线是不对称的. 因此  $Q_\theta$  由  $Q_i$  和  $Q_r$  两部分组成, 即

$$Q_\theta = \frac{1}{2\pi R} \int_{-\pi/n}^{\pi/n} N_\theta \frac{|\theta| R}{R} R d\theta = Q_i + Q_r \quad (2.14)$$

$Q_r$  包含下列组成部分

$$Q_r = Q_{r11} + Q_{r12} + Q_{r13} + Q_{r14} + Q_{r21} + Q_{r22} \quad (2.15)$$

其中  $Q_{r11}$  是在区域  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  和  $L_1 - \Gamma/2 \leq X \leq L_1 - \Gamma/2 + \Gamma_2$  中由  $N_\theta$  产生的基础弹簧力,  $Q_{r21}$  是在区域  $\theta_1 \leq \theta \leq \frac{\pi}{n}$  和  $L_1 - \Gamma/2 \leq X \leq L_1 + \Gamma/2$ , ... 例如, 用局部坐标, 我们有

$$Q_{r14} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{\theta_1} N_\theta \theta d\theta = \frac{n}{2\pi} \int_0^1 \theta_1^2 N_\theta n_\theta \xi d\xi$$

$$= \frac{n\theta_1^2 N_0}{2\pi} \int_0^1 \left( \frac{1}{2} - d - d_1 \right) \xi d\xi \quad (2.16)$$

将方程(2.9)和(2.2)代入方程(2.16), 得

$$Q_{r14} = \frac{n\theta_1^2 N_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{2\sqrt{2}} (1 - \sqrt{2}d - d^2 - d^4/2) - \frac{1+d^2}{2\sqrt{2}} I_{21} - \frac{1}{8\sqrt{2}} I_{22} \right] \quad (2.16)'$$

其中

$$\left. \begin{aligned} I_{21} &= \int_0^{\xi_2} (1-\xi)(1+\xi-\xi_2)\xi d\xi + \int_{\xi_2}^1 (1-\xi)(1-\xi+\xi_2)\xi d\xi \\ &= \frac{1}{12} + \frac{\xi_2}{6} - \frac{\xi_2^3}{3} + \frac{\xi_2^4}{6} \\ I_{22} &= \int_0^{\xi_2} (1-\xi)^2(1+\xi-\xi_2)^2 \xi d\xi + \int_{\xi_2}^1 (1-\xi)^2(1-\xi+\xi_2)^2 \xi d\xi \\ &= \frac{1}{30} + \frac{\xi_2}{10} + \frac{\xi_2^2}{12} - \frac{2\xi_2^3}{3} + \frac{2\xi_2^4}{3} - \frac{\xi_2^5}{5} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

在方程(2.17)中以 $(1-\xi_2)$ 代替 $\xi_2$ , 得 $Q_{r11}$ 。再在方程(2.17)中以 $\xi_1$ 代替 $\xi_2$ , 可构成 $Q_{r12}$ 。在局部坐标中这意味着

$$\begin{aligned} Q_{r21} &= \frac{n}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} N_0 \theta d\theta = \frac{n}{4\pi} N_0 n_0 \left( \left( \frac{\pi}{n} \right)^2 - \theta_1^2 \right) \\ &= \frac{n\theta_1^2 N_0}{4\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{n\theta_1} \right)^2 - 1 \right] \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{4z_0^2 \eta^2 + 1} + \eta z_0 \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

在方程(2.18)中以 $(1-\eta)$ 取代 $\eta$ 可得 $Q_{r22}$ 。在局部坐标中的 $Q_i$ 我们能够利用相应铰线的 $Q_0$ 的表达式, 从物理角度讲, 同样类型的铰线具有同样周向内力。这也可以从数学上证明之。 $Q_r$ 和 $Q_i$ 之间的差别意味着它们有不同的 $X$ 坐标。现在不难得到 $Q_0$ 和由基础弹簧力 $Q_0$ 引起的 $M_0$ 。对具有铰端的块壳, 在 $X=L_1$ 处的 $M_0$ 为(见附录B):

$$M_0 = \frac{nN_0 \Gamma \theta_1^2}{2\pi} (\lambda_0 + \lambda_1 d + \lambda_2 d^2 + \lambda_4 d^4) \quad (2.19)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{1}{R} \left\{ \frac{157}{90\sqrt{2}} \frac{(L-L_1)L_1}{L} - \frac{21991\Gamma}{40320\sqrt{2}} + \frac{11\Gamma_1}{40320\sqrt{2}} + \left[ \left( \frac{\pi}{n\theta_1} \right)^2 - 1 \right] \right. \\ &\quad \cdot \left[ \frac{(L-L_1)L_1}{L} \left( 1 + z_0 - \frac{1}{2} \sqrt{4z_0^2 + 1} - \frac{1}{4z_0} \ln(2z_0 + \sqrt{4z_0^2 + 1}) \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{5}{8} + \frac{13z_0}{24} - \frac{7}{16} \sqrt{4z_0^2 + 1} - \frac{7}{32z_0} \ln(2z_0 + \sqrt{4z_0^2 + 1}) \right) \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{24z_0^2} (\sqrt{(4z_0^2 + 1)^3} - 1) \right] \right\} \\ \lambda_1 &= \frac{1}{R} \left( \frac{5\Gamma}{8} - \frac{2(L-L_1)L_1}{L} \right) \\ \lambda_2 &= \frac{1}{R} \left( \frac{67\Gamma}{96\sqrt{2}} - \frac{67}{30\sqrt{2}} \frac{(L-L_1)L_1}{L} \right) \\ \lambda_4 &= \frac{1}{R} \left( \frac{5\Gamma}{16\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(L-L_1)L_1}{L} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

对于加筋块壳的左面部分在X方向的力的平衡为(图9),

$$P = F_s + F_s \quad (2.21)$$

对于过O点轴的它的力矩平衡为,

$$P(\delta + e) = M_s + M_D - \frac{T_s}{2} F_s + M_s + M_Q + M_s \quad (2.22)$$

其中

$$F_s = 2N_0 R \theta_1 (\rho_0 + \rho_1 d + \rho_2 d^2 + \rho_4 d^4) \quad (\text{见附录C}) \quad (2.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{\tau}{4} - \frac{13\tau^2}{24} + \frac{3\tau^3}{8} + \frac{\tau^4}{8} \right) + \left( \frac{\pi}{n} - 1 \right) (\sqrt{z_0^2 + 1} - z_0) \\ \rho_1 &= 1, \quad \rho_2 = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \left( 2 + \frac{\tau}{2} + \tau^2 - \tau^3 \right), \quad \rho_4 = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \tau &= 1 - \frac{\Gamma}{2\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

$$F_s = \frac{\sigma_y T_s H}{2} \left[ \sqrt{\left( \frac{2\Delta}{kT_s} \right)^2 + 1} - \frac{2\Delta}{kT_s} + \frac{kT_s}{2\Delta} \ln \left( \sqrt{\left( \frac{2\Delta}{kT_s} \right)^2 + 1} + \frac{2\Delta}{kT_s} \right) \right] \quad (2.25)$$

$$M_s = \frac{\sigma_y T_s^2 H^2 k^2}{12\Delta^2} \left[ \left( \left( \frac{2\Delta}{kT_s} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}} - 1 - \left( \frac{2\Delta}{kT_s} \right)^3 \right] \quad (2.26)$$

$$M_s = 2M_0 R \theta_1 m_s, \quad m_s = \frac{\tau}{2} - \tau^2 - \tau^3 \quad (2.27)$$

$$M_D = 2M_0 R \theta_1 m_D, \quad m_D = z_0 (V_0 + V_1 d + V_2 d^2 + V_4 d^4) \quad (2.28)$$

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= 0.7071 - 0.8248\tau - 0.1326\tau^2 + 0.2210\tau^3 - 0.0147\tau^4 \\ &\quad + 0.0443\tau^5 + 2 \left( \frac{\pi}{n\theta_1} - 1 \right) (\sqrt{z_0^2 + 1} - z_0) \\ V_1 &= 1 - \tau \\ V_2 &= -0.7071 + 0.5892\tau - 0.1178\tau^2 + 0.2357\tau^3 \\ V_4 &= 0.3535(\tau - 1) \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

$$\left. \begin{aligned} M_s &= \left( 1 - a_m \frac{P}{\sigma_y A_s} \right) M_s, \quad a_m = 1 - \left( \frac{T_s H^2}{2} - T_s^2 s \right) \frac{\sigma_y}{M_s} \\ M_s &= \sigma_y \left[ \frac{T_s H (H + T_s)}{2} + \frac{T_s^2 s}{2} - \frac{T_s^2 H^2}{8s} \right], \quad A_s = HT_s + 2sT_s \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

在加强筋上的总的力 $F_s$ 和 $F_s$ 关于过O点轴的总的力矩 $M_s$ 和在[1]中一样。在附录D和E给出

$M_s$ ,  $M_D$ 和 $M_s$ 的推导。

用来和理论结果进行比较的试验数据,其试件边界开始是刚固的。在试验中当加载到一定阶段加强筋在端部发生屈服,这实际上将边界条件降为简单支持<sup>(9)</sup>。为此,在计算基础弹簧力 $Q_s$ 和它的力矩 $M_Q$ 时用简支边条件,而在力矩平衡方程(2.22)中加上了塑性铰力矩。

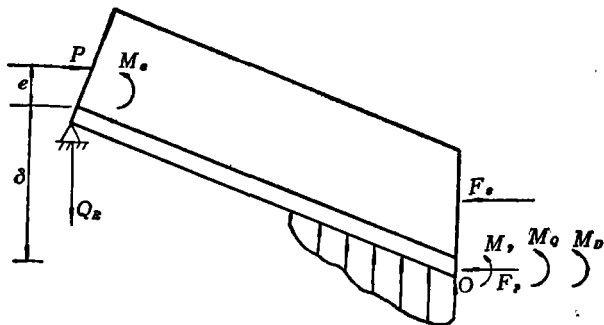


图 9



将方程(2.23)、(2.25)、(2.26)、(2.27)、(2.28)、(2.29)和(2.19)代入方程(2.21)和(2.22), 最后得

$$G_4 d^4 + G_2 d^2 + G_1 d + G_0 = 0 \tag{2.31}$$

其中

$$\left. \begin{aligned} G_4 &= c_w \rho_4 - \frac{n\theta_1 \gamma}{\pi} \lambda_4 - z_0 V_4, \quad i=4, 2 \text{ 和 } 1 \\ G_0 &= c_w \rho_0 - \frac{n\theta_1 \gamma}{\pi} \lambda_0 + 4 \left( w + c + \frac{b_m M_y}{\sigma_y A_1 T_r} \right) f_s - m_r \\ &\quad - \left( m_s + \frac{a_m M_y}{2 M_0 R \theta_1} \right) - z_0 V_0 \\ w &= \delta / T_r, \quad c = e / T_r, \quad \gamma = \Gamma / T_r \\ c_w &= 4 \left( w + c + \frac{M_y}{\sigma_y A_1 T_r} + \frac{1}{2} \right) \\ m_s &= \frac{M_s}{2 M_0 R \theta_1}, \quad f_s = \frac{F_s}{2 N_0 R \theta_1} \\ \delta &= \alpha_1 (L_1 - 1.5 \Gamma) / T_r, \quad \alpha_1 = \frac{\Delta_1^2}{2 H^2 \operatorname{tg} \beta_1} \end{aligned} \right\} \tag{2.32}$$

假定,  $\delta$  (图11) 由两部分组成:  $\alpha_1 L_1 / T_r$  由加强筋屈曲引起;  $1.5 \alpha_1 \Gamma / T_r$  由壳板皱折产生. 它们的方向是不同的.

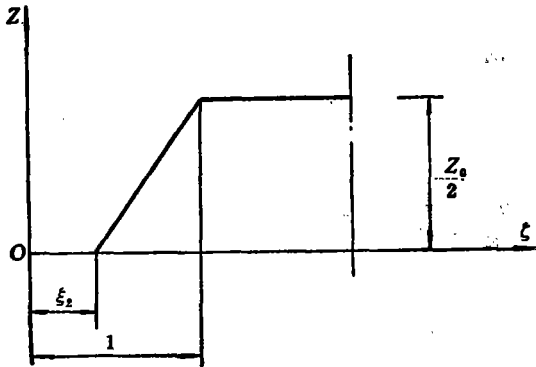


图 10

系数  $G_i$  是加筋块壳的轴向缩短函数或是径向挠度  $\delta$  的函数. 这就是说对给定轴向缩短可找到这些系数. 然后, 从方程(2.31) 计算相应于给定轴向缩短的 4 次代数方程的根. 利用方

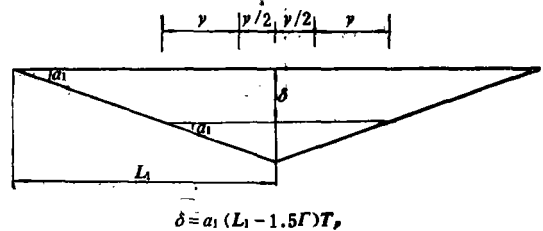


图 11

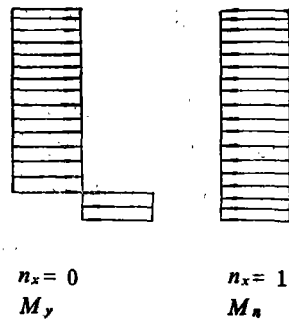
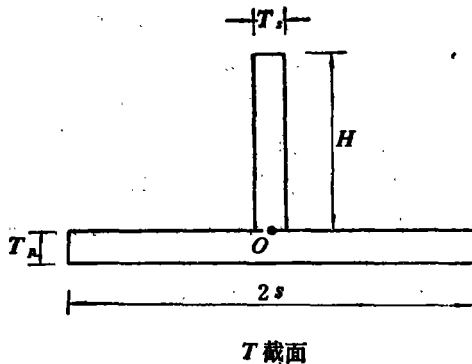


图 12

程(2.23)和(2.21)得到 $P$ 和 $X_s$  (或 $\delta$ ) 之间的关系式。

值得指出的是在[1], [7], [11]中, 推导 $F_s$ 和 $M_s$ 时用的是以一对平行平面割出来的条元, 这些条元处于平面应力状态。事实上, 加强筋深度 $H$ 与厚度 $T_s$ 之比通常不是小的。如果这比值相当大, 则应力处于平面应变状态。平面应力和平面应变状态之间的差别是如果要得到同样大小的应变, 则平面应变状态比平面应力状态所需的外力大。例如, 单向应力时, 如应变相同, 平面应变状态与平面应力状态的应力之比为

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^*} = \frac{(1-\mu)^2}{1-2\mu} \quad (2.33)$$

随着挠度增加, 塑性变形的部分在扩大和Poisson比从0.3增加到0.5。这是明显的,  $\mu$ 越大,  $R_\sigma$ 变得越大。考虑到平面应变的影响, 对加强筋中轴向力和力矩, 我们用下列修正系数

$$C_{orb} = 1 + 2.025R_{orb}C_{orf} \quad (2.34)$$

其中

$$R_{orb} = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{H}{100T_s}} \\ 1.0 \end{cases}, \text{ 对 } H > 100T_s, \quad (2.35)$$

$$C_{orf} = \varepsilon_t/4$$

当 $H \geq 100T_s$ , 即 $R_{orb} = 1.0$ 和轴向应变等于 $4\varepsilon_y$ , 即 $\varepsilon_t = 4.0$ 时,  $C_{orb} = 3.025$ 。将Poisson比 $\mu = 0.45$ 代入方程(2.33), 我们得 $R_\sigma = 3.025$ 。这就是修正系数 $C_{orb}$ 的物理意义。

同样, 对区域 $\theta_1 \leq \theta \leq \pi/n$ , 壳板也有类似加强筋的情况。对于区域 $\theta_1 \leq \theta \leq \pi/n$ 的壳板修正系数 $C_{or}$ 是

$$C_{or} = 1 + 2.025R_{ors}C_{orf} \quad (2.36)$$

其中

$$R_{ors} = \begin{cases} \sqrt[4]{\frac{\left(1 - \frac{\theta_1 n}{\pi}\right) \pi R}{50T_s \cdot n}} \\ 1.0 \end{cases}, \text{ 对 } \left(1 - \frac{\theta_1 n}{\pi}\right) \frac{2\pi R}{nT_s} \geq 100 \quad (2.37)$$

### 三、理论和试验结果比较

现在将上述理论分析进行理论和试验结果比较。这里介绍的塑性分析方法是一个简单方法。它可用来讨论纵筋加强圆柱壳失稳后的强度。这样一个相当复杂的问题。因此, 在推导方程时有些不确定的系数, 例如斜铰线的轴向距离 $\Gamma_1$ 和 $\Gamma_2$  (或 $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$ ), 斜铰线的周向角 $\theta_1$ 和塑性铰对推出方向的倾角 $\beta_1$ 。为了求得在数学上精确的相应于给定的不同挠度的轴向压力 $P$ 的可能值, 我们必须这样来调整参数 $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\theta_1$ 和 $\beta_1$ , 以致使轴向压力 $P$ 为最小值。在我们的情况这是很麻烦的。一个容易办法是参照试件变形的形式来选择 $\Gamma$ 和 $\theta_1$ 的函数。

$\Gamma$ 与加强筋面积 $H \cdot T_s$ 和壳板面积 $2s \cdot T_s$ 之比有关。在下面计算中用了下列关系式:

$$\Gamma = \begin{cases} [0.8542 + R_a(3.5303R_a - 0.30)] \frac{R\pi}{n}, & \text{对 } R_a < 0.3841 \\ 1.26 \frac{R\pi}{n}, & \text{对 } R_a \geq 0.3841 \end{cases} \quad (3.1)$$

其中

$$R_a = \frac{HT_s}{2\pi RT_s/n} \quad (3.2)$$

公式(3.1)表示对于用来进行理论分析和试验结果比较的模型尺寸,  $\Gamma$ 在 $(0.8824 \sim 1.26)R\pi/n$

范围变化. 假定, 当块壳的端边轴向缩短(或径向挠度)增加时, 斜铰线周向角度  $\theta_1$  减少,  $\theta_1$  在  $(1 \sim 0.5)\pi/n$  间变化, 它相应于在计算中所取的轴向缩短为零和最大, 即

$$\theta_1 = \frac{\pi}{n} \left( 1.0 - 0.5 \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{max}} \right) \quad (3.3)$$

关于塑性铰对推出方向的倾角  $\beta_1$ , 对  $n$  个  $\beta_1$  ( $\beta_1 = 10^\circ, 15^\circ, \dots, 60^\circ$ ) 求得了所计算的  $\sigma/\sigma_y \sim e/e_y$  关系. 最低曲线发生在  $\beta_1 = 40^\circ$  (见图13).

用上述方法计算了四个小尺度焊接的钢材料的加筋圆柱壳.

试验数据( $\sigma/\sigma_y \sim e/e_y$ 关系)取自[9,10]. 试件的几何和材料特性列于表1. 试件受轴向压.

考虑到材料的硬化, 我们用下列修正

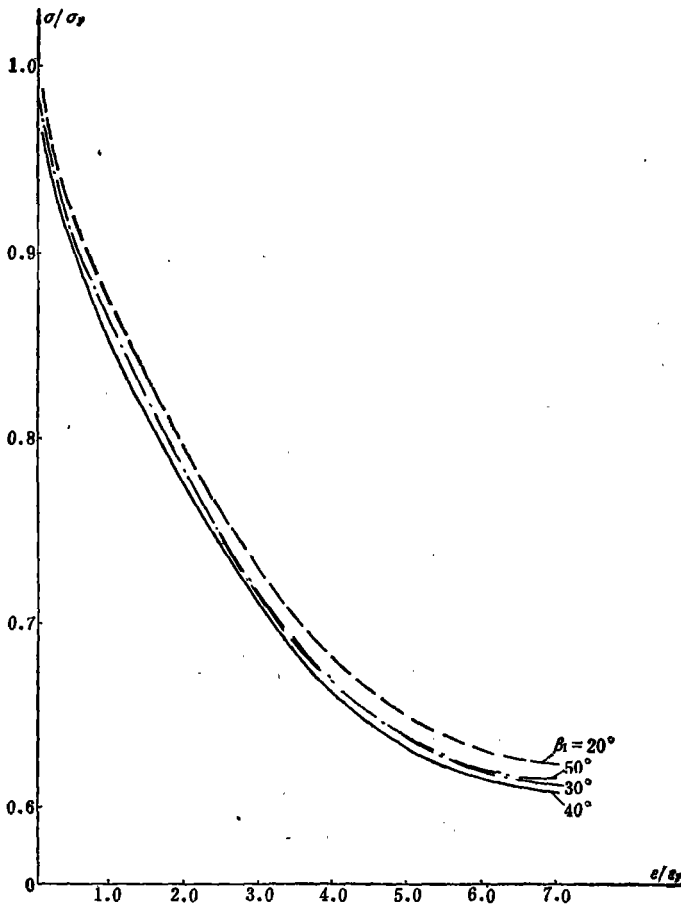


图13 试件UC3的理论  $\sigma/\sigma_y \sim e/e_y$  曲线

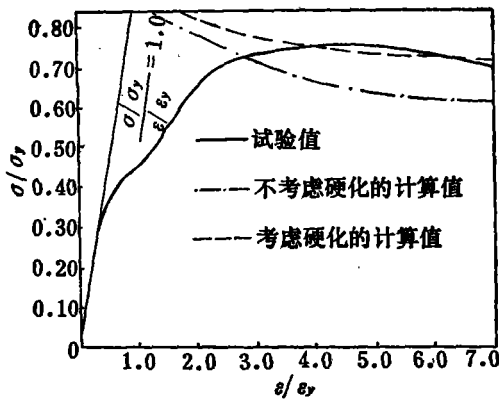


图14 试件UC3的平均应力-应变关系

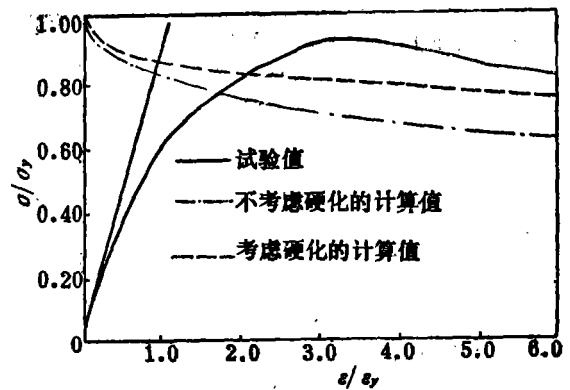


图15 试件UC4的平均应力-应变关系

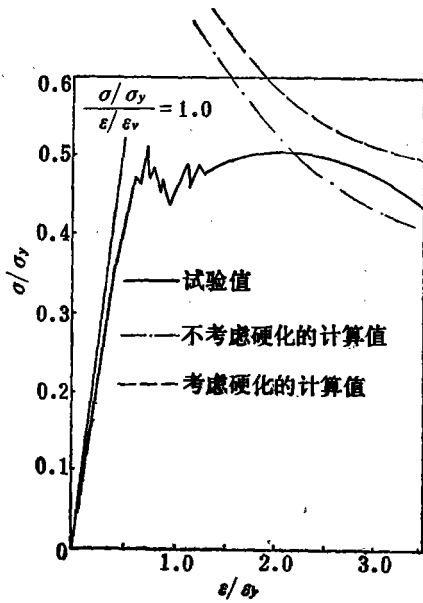


图16 试件UC3的平均应力-应变关系

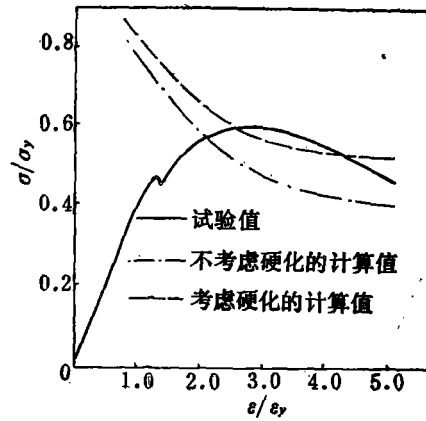


图17 试件B2的平均应力-应变关系

表1 试件的几何和材料特性

试件	UC3	UC4	UC8	B2
R 圆柱壳的平均半径(mm)	162.0	162.0	291.6	228.6
T <sub>s</sub> 壳板的厚度(mm)	0.81	0.81	0.81	0.81
H 纵筋的高度(mm)	12.96	12.96	12.96	12.7
T <sub>r</sub> 纵筋的厚度(mm)	0.81	0.81	0.81	0.81
L 刚固端之间的圆柱壳长度(mm)	179.82	179.82	323.676	355.6
n 纵筋数目	20	30	20	20
σ <sub>y</sub> 材料单向屈服应力(N/mm <sup>2</sup> )	322.0	320.0	309.0	294.9*
E 扬氏模量(N/mm <sup>2</sup> )	210000.0	213000.0	201000.0	210000.0
Δσ 考虑硬化的应力增量	75.0	90.0	74.0	90.0
ε <sub>max</sub> 在计算中用的最大轴向应变	7ε <sub>y</sub>	6ε <sub>y</sub>	4ε <sub>y</sub>	5ε <sub>y</sub>
局部缺陷的最大值(mm)	0.90	0.30	0.80	1.10
挪威船级社关于缺陷的允许值(R/200, mm)	0.81	0.81	1.46	1.14
$\frac{L}{2R/n}$	3.53	5.30	3.53	4.95

\* 在[9]中σ<sub>y</sub>=324.0 N/mm<sup>2</sup>

$$\sigma_{Hk} = \sigma_k \left( 1 + \Delta\sigma \frac{\epsilon_k}{\epsilon_{max}} \right), \quad \sigma_{Hk} < \sigma_{Hk-1} \tag{3.4}$$

$$\sigma_{Hj} = \sigma_j F_{Hj}, \quad \sigma_{Hj} \geq \sigma_{Hj-1} \tag{3.5}$$

其中

$$F_{Hk} = 1 + \Delta\sigma \frac{\epsilon_k - 1}{\epsilon_{max}}$$

为了保证不超过σ<sub>Hk</sub>, k是方程(3.4)中最大脚标。

为了与试验数据比较, 不计和计及材料硬化的两种理论结果在图14~17给出。在计算中对于试件UC3和UC8用L<sub>1</sub>=L/2.0, 对试件UC4和B2用L<sub>1</sub>=L/2.5。

### 四、讨 论

分析纵筋加强圆柱壳的失稳后强度是一个有意义但不简单的问题。本文所介绍的方法是用于加强板失稳后强度分析的Murray方法的推广，它是基于塑性理论。加筋的屈曲和壳板的皱折的描述是根据试件在失稳后的变形。要选择一个同一变形形状分析具有不同几何参数的纵筋加强圆柱壳的失稳后强度是困难的，因为有很多随机因素，例如初挠度、残余应力等等，它们均影响失稳时和失稳后壳体的变形形状。

在一个简化的近似分析中，本文所用的塑性变形形状描绘了纵筋加强圆柱壳失稳形状的最重要特性。这已被理论结果和试验数据的比较所证实。这意味着在不同块壳中有不同的变形形状，但它们中有一个是主要地与壳体失稳后强度有关。有时，在两个纵筋之间有两个向内屈曲波而在其他纵筋间没有明显的内凹形状。它们使块壳的轴向缩短和应变能相应地增加和减少。失稳后壳体的变形形状可看作是一个“平均的形状”。

对一铰端支杆，我们用刚塑性理论得到了一边界曲线（见图18<sup>[11]</sup>）。计及材料硬化，在图14、16得类似的边界曲线。注意下列事实是有意义的，虽然在前面分析中未引进初始缺陷的影响。

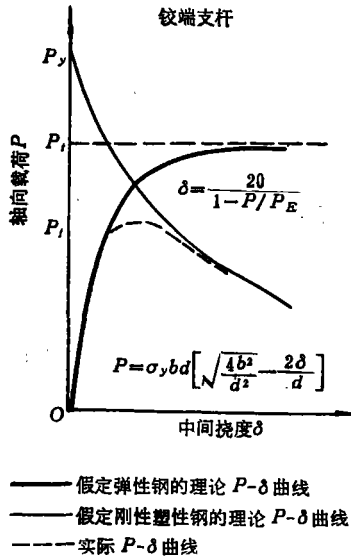


图18 用于建立支杆边界曲线的弹性理论和刚塑性理论

从图15将看到对试件UC4,理论曲线略低于试验值。在一组试件中其局部失稳破坏的值，以试件UC4为最低( $\sigma^*/\sigma^*_t = 2.522$ )，这也许是试件UC4的理论曲线略低之原因。

在试验中这试件有一些总体失稳破坏和占优势的局部失稳破坏交叉的痕迹<sup>[9]</sup>，此外，试件UC4有较小的初始缺陷。如果在圆柱壳中的初始缺陷小于  $D_{AV}$  (挪威船级社)关于缺陷的允许值，与试验比较，分析值是偏于保守的。

对于其他试件，例UC1和A1,  $L/\frac{2\pi R}{u}$ 值太小。它们分别为1.27和1.70。看来，对于这样的结构尺度，用基于梁理论的方法是不能得到满意的结果的。

本研究是挪威船级社的联合工业研究课题：“钢质海洋工程预防结构失稳的合理设计”的一部分。同时对得到挪威政府机构的资助表示感谢。

作者对S. Valsgård博士的有益讨论和阅读初稿表示诚挚的谢意。

### 附 录 A

按应力分布我们有

$$N_x = \sigma_y T_p (1 - 2d_s), \quad M_x = \sigma_y T_p^2 d_s (1 - d_s), \quad N_\theta = \sigma_y T_p d_s \tag{A.1}$$

对于壳中面的力矩平衡式用无量纲参数（见图6）

$$m_x = n_x z = -\frac{1}{4} (1 - n_x^2) \tag{A.2}$$

由方程(A.2)，我们得  $n_x$  和  $z$  之间的关系式：

$$n_x = \sqrt{4z^2 + 1} - 2z \tag{A.3}$$

这与在[5]中的结果一样,

将方程(A.3)代入方程(A.1)的无量纲形式,再考虑到 $z=(1-\eta)z_0$ ,有

$$n_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{4z_0^2(1-\eta)^2 + 1} + (1-\eta)z_0 \quad (2.10)$$

其中

$$z = \frac{Z}{T_p}, \quad \eta = \frac{\xi}{T} \quad (A.4)$$

## 附 录 B

如果块壳的端部为铰接,在 $X=L_1$ 处,由基础力 $Q_0$ 产生的弯矩 $M_Q$ 是

$$M_Q = L_1 \cdot Q_R - \int_0^{L_1} Q_0[L_1 - X]dX \quad (B.1)$$

其中

$$Q_R = \frac{1}{L} \int_0^L Q_0[L - X]dX \quad (B.2)$$

为了简单起见,首先我们对积分 $I_{21}$ 和 $I_{22}$ 用局部坐标,对于进一步讨论,求积下面形式积分

$$\begin{aligned} I_i &= \int_\alpha^{\alpha+\beta} I_{2i}(\xi_2)[L - X]dX \\ &= \beta \int_0^1 I_{2i}(\xi_2)[L - \alpha - \xi_2\beta]d\xi_2 \quad (i=1,2) \end{aligned} \quad (B.3)$$

是有用的,在积分中用了 $\xi_2 = (X - \alpha)/\beta$ .积分后,得

$$I_1 = \frac{7\beta}{60} (L - \alpha - \frac{\beta}{2}), \quad I_2 = \frac{2\beta}{45} (L - \alpha - \frac{101}{224}\beta) \quad (B.4)$$

将 $(1-\xi_2)$ 代替方程(B.3)中的 $\xi_2$ ,我们有

$$\left. \begin{aligned} I_3 &= \int_\alpha^{\alpha+\beta} I_{21}(1-\xi_2)[L - X]dX = I_1 \\ I_4 &= \int_\alpha^{\alpha+\beta} I_{22}(1-\xi_2)[L - X]dX = \frac{2\beta}{45} (L - \alpha - \frac{123}{224}\beta) \end{aligned} \right\} \quad (B.5)$$

在区域 $\theta_1 \leq |\theta| \leq \pi/n$ ,由周向应力引起的弹簧力的积分为

$$\begin{aligned} I_5 &= \int_\alpha^{\alpha+\beta} Q_{r21}[L - X]dX \\ &= \frac{n\theta_1^2 N_0 \beta}{4\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{n\theta_1} \right)^2 - 1 \right] \left\{ \frac{1}{2} (L - \alpha)(1 + z_0) - \frac{\beta}{4} - \frac{z_0 \beta}{3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{L - \alpha}{4} \left[ \sqrt{4z_0^2 + 1} + \frac{1}{2z_0} \ln(2z_0 + \sqrt{4z_0^2 + 1}) \right] + \frac{\beta}{24z_0^2} (\sqrt{(4z_0^2 + 1)^3} - 1) \right\} \end{aligned} \quad (B.6)$$

$$\begin{aligned} I_6 &= \int_\alpha^{\alpha+\beta} Q_{r22}[L - X]dX \\ &= \frac{n\theta_1^2 N_0 \beta}{4\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{n\theta_1} \right)^2 - 1 \right] \left\{ \frac{1}{2} (L - \alpha)(1 + z_0) - \frac{\beta}{4} - \frac{z_0 \beta}{6} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4\alpha\beta}{4} \left[ \sqrt{4z_0^2 + 1} + \frac{1}{2z_0} \ln(2z_0 + \sqrt{4z_0^2 + 1}) \right] + \frac{\beta}{24z_0^2} (\sqrt{(4z_0^2 + 1)^3} - 1) \right\} \end{aligned} \quad (B.7)$$

在铰线所在处放上相应坐标,我们有(图8)

$$Q_R = \frac{1}{L} \left\{ \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1 - \frac{r}{2} + r_2} Q_{r11}[L - X]dX + \int_{L_1 - \frac{r}{2} + r_2}^{L_1 + \frac{r}{2}} Q_{r12}[L - X]dX \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{L_1 + \frac{r}{2}}^{L_1 + \frac{r}{2} + r_1} Q_{r13}[L-X]dX + \int_{L_1 + \frac{r}{2} + r_1}^{L_1 + \frac{3r}{2}} Q_{r14}[L-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{3r}{2}}^{L_1 - \frac{3r}{2} + r_2} Q_{l13}[L-X]dX + \int_{L_1 - \frac{3r}{2} + r_2}^{L_1 - \frac{r}{2}} Q_{l12}[L-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1 - \frac{r}{2} + r_1} Q_{l13}[L-X]dX + \int_{L_1 - \frac{r}{2} + r_1}^{L_1 + \frac{r}{2}} Q_{l14}[L-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1 + \frac{r}{2}} (Q_{r21} + Q_{l22})[L-X]dX + \int_{L_1 + \frac{r}{2}}^{L_1 + \frac{3r}{2}} Q_{r22}[L-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{3r}{2}}^{L_1 - \frac{r}{2}} Q_{l21}[L-X]dX \\
& = \frac{n\theta_1^2 N_0 \Gamma (L-L_1)}{2\pi L} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{157}{90} - 2\sqrt{2}d - \frac{67}{30}d^2 - d^4 \right] \right. \\
& \left. + \left[ \left( \frac{\pi}{n\theta_1} \right)^2 - 1 \right] \left[ 1 + z_0 - \frac{1}{2}\sqrt{4z_0^2 + 1} - \frac{1}{4z_0} \ln(2z_0 + \sqrt{4z_0^2 + 1}) \right] \right\} \quad (B.8)
\end{aligned}$$

方程(B.1)的第二项为

$$\begin{aligned}
\int_0^{L_1} Q_\theta[L_1-X]dX & = \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1} Q_{r13}[L_1-X]dX + \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1} Q_{r21}[L_1-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{3r}{2}}^{L_1 - \frac{3r}{2} + r_2} Q_{l13}[L_1-X]dX + \int_{L_1 - \frac{3r}{2} + r_2}^{L_1 - \frac{r}{2}} Q_{l12}[L_1-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1 - \frac{r}{2} + r_1} Q_{l13}[L_1-X]dX + \int_{L_1 - \frac{r}{2} + r_1}^{L_1} Q_{l14}[L_1-X]dX \\
& + \int_{L_1 - \frac{3r}{2}}^{L_1 - \frac{r}{2}} Q_{l21}[L_1-X]dX + \int_{L_1 - \frac{r}{2}}^{L_1} Q_{l22}[L_1-X]dX \\
& = \frac{n\theta_1^2 N_0 \Gamma^2}{4\pi} \left\{ \frac{5}{4\sqrt{2}} \left( 1 - \sqrt{2}d - d^2 - \frac{d^4}{2} \right) + \frac{7}{48\sqrt{2}} (1 + d^2) \right. \\
& + \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{1}{112.45} \left( 269 + 11 \frac{\Gamma - \Gamma_2}{\gamma} - \left[ \left( \frac{\pi}{n\theta_1} \right)^2 - 1 \right] \left[ \frac{5}{8} + \frac{13}{24}z_0 \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{7}{16}\sqrt{4z_0^2 + 1} - \frac{7}{32z_0} \ln(2z_0 + \sqrt{4z_0^2 + 1}) \right] \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{24z_0^3} (\sqrt{(4z_0^2 + 1)^3} - 1) \right\} \quad (B.9)
\end{aligned}$$

将方程(B.8)和(B.9)代入方程(B.1),再合并同类项,就出现方程(2.19)。

## 附录 C

根据方程(2.7)和(A.3), 在截面 $X=L_1$ , 壳板内总的力 $F_p$ 为

$$F_p = N_0 \int_{-\pi/n}^{\pi/n} n_x R d\theta = N_0 R (I_{F_1} + I_{F_2} + I_{F_3} + I_{F_4}) \quad (C.1)$$

其中

$$I_{F_1} = I_{F_4} = N_0 R \int_{\theta_1}^{\pi/n} n_x d\theta = N_0 R \left( \frac{\pi}{n} - \theta_1 \right) (\sqrt{z_0^2 + 1} - z_0) \quad (C.2)$$

因为 $z = z_0/2$ ;

$$I_{F_2} = I_{F_3} = N_0 R \int_0^{\theta_1} \left( \frac{1}{2} - d_3 + d \right) d\theta = N_0 R \theta_1 \int_0^1 \left( \frac{1}{2} - d_3 + d \right) d\xi \quad (C.3)$$

将方程(2.9)和(2.2)代入方程(C.3), 积分后, 方程(C.3)变成

$$I_{F_2} = I_{F_3} = N_0 R \theta_1 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + \sqrt{2} d - d^2 - \frac{d^4}{2} \right) - \frac{1+d^2}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\xi_2}{2} + \xi_2^2 - \xi_2^3 \right) - \frac{\xi_2^2}{8\sqrt{2}} \left( \frac{1}{3} + \xi_2 - \xi_2^2 \right) \right\} \quad (C.3)'$$

基于纵筋加强圆柱壳失稳后形状(见图8),

$$\xi_2 = 1 - \frac{\Gamma}{2I_2} = \tau \quad (C.4)$$

利用方程(C.2)和(C.3)', 我们得方程(2.23).

## 附录 D

在 $X=L_1$ 处, 对板中面的壳板上的弯矩由两部分组成: 弯矩 $M_p$ 和 $M_D$ . 弯矩 $M_p$ 是不计变形的, 由所假定的轴向应力引起,

$$\begin{aligned} M_p &= 2M_0 R \theta_1 \int_0^1 m_x d\xi \\ &= 2M_0 R \theta_1 \left( \int_0^{\xi_2} \xi_2 (1 + \xi - \xi_2) d\xi + \int_{\xi_2}^1 \xi_2 (1 - \xi - \xi_2) d\xi \right) \\ &= 2M_0 R \theta_1 \left( \frac{\tau}{2} + \tau^2 - \tau^3 \right) \end{aligned} \quad (D.1)$$

板中面弯矩 $M_D$ 是由变形位置的轴向力 $F_p$ 引起的, 由图10我们有

$$\begin{aligned} M_D &= 2N_0 R \theta_1 \int_{\xi_2}^1 \left( \frac{1}{2} - d_3 + d \right) \frac{z_0 T_p}{2} \left( \frac{\xi - \xi_2}{1 - \xi_2} \right) d\xi \\ &\quad + 2N_0 R \left( \frac{\pi}{n} - \theta_1 \right) (\sqrt{z_0^2 + 1} - z_0) \frac{z_0 T_p}{2} \end{aligned} \quad (D.2)$$

用在附录C中一样的程序, 方程(D.2)变成

$$M_D = 2M_0 R \theta_1 m_D$$

其中

$$m_D = z_0 \{ V_0 + V_1 d + V_2 d^2 + V_3 d^4 \}.$$

## 附录 E

对于T形截面, 存在轴向力的情况下, 塑性弯矩可表达为

$$m_x = a_0 + a_1 n_x + a_2 n_x^{(6)} \quad (E.1)$$

其中 $a_i$  ( $i=0, 1, 2$ )是系数, 它们与截面尺寸以及弯矩所作用的有关轴的位置有关.

因为我们感兴趣的圆柱壳的半径相当大, 简单地取T形截面作为块壳的截面. 当方程(E.1)的塑性弯矩



$m_x$  作为方程(2.22)的  $m_e = M_e/M_y$ , 最后必须解 8 阶代数方程。为了避免这样求解, 替代方程(E.1)我们用下列方程

$$m_x = 1 - a_m n_x \quad (\text{E.2})$$

其中

$$a_m = 1 - \frac{M_n}{M_y} \quad (\text{E.3})$$

$$M_n = \left( \frac{T_s H^2}{2} - T_p^2 s \right) \sigma_y, \quad M_y = \left[ \frac{T_s H (H + T_p)}{2} + \frac{T_p^2 s}{2} - \frac{T_s^2 H^2}{8s} \right] \sigma_y$$

可以看到, 对于由纵筋  $T_s H$  和壳板  $2sT_p$  (图12) 组成的 T 形截面, 当  $n_x = 1$  和  $n_x = 0$  时, 弯矩  $M_y$  和  $M_n$  分别为塑性弯矩。如前所述, 塑性弯矩  $M_n$  是对于通过 O 点的水平轴的矩。

### 参 考 文 献

- [1] Murray, N. W., Buckling of stiffened panels loaded axially and in bending, *The Structural Engineer*, 51, 8 (1973), 285—301.
- [2] Carlsen, C. A., W. J. Shao and S. Fredheim, Experimental and theoretical analysis of post buckling strength of flat bar stiffeners subject to tripping, Det. norske veritas, Report №80—149 (1980).
- [3] Hodge, P. G., Jr., Yield conditions for rotationally symmetric shells under axisymmetric loading, *J. of Applied Mechanics*, 27, *Trans. ASME*, 82, Series E, June (1960), 323—331.
- [4] Hodge, P. G., Jr., *Plastic Analysis of Structures*, McGraw-Hill book Company, New York (1959).
- [5] Matheson, J. A. L., *Hyperstatic Structures*, Vol. 1, London, Butterworth (1959), 382.
- [6] Horne, M. R., *Plastic Theory of Structures*, 2nd Ed., Pergamon Press (1979).
- [7] Murray, N. W., Das aufnehmbare Moment in einem zur Richtung der Normalkraft schräg liegenden plastischen Gelenk, *die Bautechnik*, 2 (1973), 57—58.
- [8] Sokolnikoff, I. S., *Mathematical Theory of Elasticity*, McGraw-Hill (1956).
- [9] Sridharan, S. and A. C. Walker, Experimental investigation of the buckling behaviour of stiffened cylindrical shells, Department of Energy Report №. OT-R7835, Department of Civil and Municipal Engineering, University College, London, Feb. (1980).
- [10] Walker, A. C. and P. Davies, The Collapse of Stiffened Cylinders Steel Plated Structures, An International Conference, Ed. Dowling et al, Crosby Lockwood Staples (1976), 791—901.
- [11] Murray, N. W. and P. S. Khoo, Some basic plastic mechanisms in the local buckling of thin-walled steel structures, *Int. J. Mech. Sci.*, 23, 12 (1981), 703—713.

## Analysis of Postbuckling Strength of Stringer Stiffened Cylindrical Shells under Axial Compression

Shao Wen-jiao

*(Shanghai Research Institute of Ships and Shipping, Shanghai)*

### Abstract

An analysis of the postbuckling strength of stringer stiffened cylindrical shells, subject to axial compression is described. The method used in this paper is based on plastic analysis extending Murray's method which was used to analyse postbuckling behaviour of stiffened plates loaded axially and in bending. The mechanism tripping of stringer and crumpling of shell plates is described based on how the test specimens are deformed after buckling.

Finally the theoretical analyses are compared with the experimental results of steel specimens. The theoretical results coincide quite well with the experimental data. It should therefore be possible to use the method described here to analyse postbuckling strength of stringer stiffened cylindrical shells and to estimate energy absorption capabilities in relation to collision studies.