

复合材料破坏准则的唯象理论*

周承侗

(大连工学院, 1983年3月16日收到)

摘 要

本文研究了复合材料的二阶型和三阶型张量多项式破坏准则的几种主要理论. 提出了用非线性优化方法来确定准则中的影响系数, 并将优化结果与几种典型的复合材料实验数据及各种理论的计算结果进行了讨论和比较. 结果表明系数优化的方法是有效的.

一、二阶张量多项式破坏准则

目前主要的二阶型破坏准则有: Tsai-Hill 理论⁽¹⁾, Hoffman 理论⁽²⁾, 以及 Tsai-Wu 理论^(3,4). Hill 理论是由 Tsai 引用 Hill 的各向异性材料的屈服条件而得出的. Hoffman 理论是在 Hill 理论的基础上加以考虑材料的拉压不同抗力的条件而得出的. Tsai-Wu 理论则将所有现存的唯象理论破坏准则都归结为高阶张量多项式破坏准则的各种特殊情况, 并以二阶型多项式作为主要计算准则. 虽然二阶型准则目前已获得广泛应用, 但是理论值与实验值之间仍存在较大的差异. 例如, 玻璃环氧在单向偏轴拉压试验中, 理论值与实验值的相差在某些偏轴角区段达到20%~30%, 偏离是比较大的⁽⁵⁾.

近年来, Wu^(3,4)和 Tennyson^(7,8)等提出三阶型破坏准则. Tennyson 的研究结果表明, 三阶型准则的理论值要比二阶型的更符合于实验结果. 但是用以确定三阶型准则中各系数的双向复合应力实验比较复杂, 投资较大, 这就影响了三阶型准则的推广使用. 目前三阶型张量多项式准则仍处于研究阶段.

高阶张量多项式破坏准则的一般形式为^(3,9):

$$f(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k + F_{ijkl} \sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l + \dots = 1 \quad (1.1)$$

其中下标 $i, j, k, l = 1, 2, \dots, 6$. 三阶型准则为

$$f(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k = 1 \quad (1.2)$$

二阶张量多项式破坏准则的一般形式为

$$f(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (1.3)$$

二阶型准则中的五个系数: $F_1, F_2, F_{11}, F_{22}, F_{66}$, 称为基本强度系数, 将由五个基本实验确定. 它们是顺着材料的两个主方向的拉压实验以及一个平面内的剪切实验. 剩下一个影响系数 F_{12} , 按 Tsai-Wu 理论将由双向应力试验确定, 但按 Tsai-Hill 和 Hoffman 理论, 则 F_{12} 是

* 本文曾于1982年8月在全国第二届复合材料学术会议上宣读.

依赖于其他5个基本系数的非独立系数。在应用三阶型准则时，除5个基本系数外，所有其他的系数 F_{ij} 和 F_{ijk} 都要由试验确定^[3,7,8]。

1. Hoffman 理论^[2]

$$f(\sigma) = C_1(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + C_2(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + C_3(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + C_4\sigma_1 + C_5\sigma_2 + C_6\sigma_3 + C_7\sigma_1^2 + C_8\sigma_2^2 + C_9\sigma_3^2 = 1 \quad (1.4)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= [(Y_t \cdot Y_c)^{-1} + (Z_t \cdot Z_c)^{-1} - (X_t \cdot X_c)^{-1}] / 2, & C_4 &= (X_t^{-1} - X_c^{-1}), & C_7 &= S_{yz}^{-2} \\ C_2 &= [(X_t \cdot X_c)^{-1} + (Z_t \cdot Z_c)^{-1} - (Y_t \cdot Y_c)^{-1}] / 2, & C_5 &= (Y_t^{-1} - Y_c^{-1}), & C_8 &= S_{zx}^{-2} \\ C_3 &= [(X_t \cdot X_c)^{-1} + (Y_t \cdot Y_c)^{-1} - (Z_t \cdot Z_c)^{-1}] / 2, & C_6 &= (Z_t^{-1} - Z_c^{-1}), & C_9 &= S_{xy}^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

其中 $X_t, X_c, Y_t, Y_c, Z_t, Z_c$ 分别是沿着坐标轴 x, y, z 方向的抗拉和抗压强度； S_{yz}, S_{zx} 和 S_{xy} 是材料的剪切强度。对于横观各向同性材料，例如取 $y-z$ 平面，则有 $Y_c = Z_c, Y_t = Z_t, S_{zx} = S_{xy}$ ，即 $C_2 = C_3, C_5 = C_6, C_8 = C_9$ 。

Hoffman 准则可以写成

$$f(\sigma) = (C_2 + C_3)\sigma_1^2 + (C_3 + C_1)\sigma_2^2 + (C_1 + C_2)\sigma_3^2 - 2C_1\sigma_2\sigma_3 - 2C_2\sigma_3\sigma_1 - 2C_3\sigma_1\sigma_2 + C_4\sigma_1 + C_5\sigma_2 + C_6\sigma_3 + C_7\sigma_1^2 + C_8\sigma_2^2 + C_9\sigma_3^2 = 1 \quad (1.6)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_{ij} = \begin{bmatrix} (C_2 + C_3) & -C_3 & -C_1 & 0 & 0 & 0 \\ & (C_1 + C_3) & -C_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & (C_1 + C_2) & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_7 & 0 & 0 \\ & & & & C_8 & 0 \\ & & & & & C_9 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

对 称

2. Tsai-Hill 理论^[1,10]

$$f(\sigma) = F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\sigma_1^2 + 2M\sigma_2^2 + 2N\sigma_3^2 = 1 \quad (1.8)$$

$$\left. \begin{aligned} 2H &= X_t^{-2} + Y_t^{-2} - Z_t^{-2}, & 2G &= X_t^{-2} + Z_t^{-2} - Y_t^{-2}, & 2F &= Y_t^{-2} + Z_t^{-2} - X_t^{-2} \\ 2L &= S_{yz}^{-2}, & 2M &= S_{zx}^{-2}, & 2N &= S_{xy}^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

其中下标 $i=t$ (拉伸)， $i=c$ (压缩)。对于横观各向同性材料在平面应力状态， $H=G=X_t^{-2}/2, F=(2Y_t^{-2}-X_t^{-2})/2$ 。

Tsai-Hill 准则可以写成：

$$f(\sigma) = (G+H)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (G+F)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\sigma_1^2 + 2M\sigma_2^2 + 2N\sigma_3^2 = 1 \quad (1.10)$$

$$F_i = 0, \quad F_{ij} = \begin{bmatrix} (G+H) & -H & -F & 0 & 0 & 0 \\ & (F+H) & -G & 0 & 0 & 0 \\ & & (F+G) & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2L & 0 & 0 \\ & & & & 2M & 0 \\ & & & & & 2N \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

对 称

3. Tsai-Wu 理论^[8,9]

$$f(\sigma) = F_i\sigma_i + F_{ij}\sigma_i\sigma_j = 1 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (1.12)$$

Tsai-Wu 理论所考虑的材料具有对称性, 即 $F_{ij} = F_{ji}$. 对于平面应力状态 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)$, 有

$$F_i = \begin{bmatrix} X_7^{-1} - X_c^{-1} \\ Y_7^{-1} - Y_c^{-1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_7^{-1} - S_c^{-1} \end{bmatrix}, \quad F_{ij} = \begin{bmatrix} (X_t X_c)^{-1} & F_{12} & 0 & 0 & 0 & F_{16} \\ & (Y_t Y_c)^{-1} & 0 & 0 & 0 & F_{26} \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & & (S_t S_c)^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

对 称

对于正交各向异性材料, $S_t = S_c$, 得 $F_6 = 0$. 其他影响系数 F_{12}, F_{16}, F_{26} 由双向应力实验确定^[8,41]. 在应力空间中, 复合材料的破坏曲面应该满足闭合性条件:

$$\sigma_6 = 0, F_{11}F_{22} - F_{12}^2 \geq 0; \quad \sigma_2 = 0, F_{11}F_{66} - F_{16}^2 \geq 0; \quad \sigma_1 = 0, F_{22}F_{66} - F_{26}^2 \geq 0 \quad (1.14)$$

在平面应力 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)$ 状态下, 基本系数为: $F_1 = X_7^{-1} - X_c^{-1}$, $F_2 = Y_7^{-1} - Y_c^{-1}$, $F_{11} = (X_t X_c)^{-1}$, $F_{22} = (Y_t Y_c)^{-1}$, $F_{66} = S^{-2}$. 对于正交各向异性材料更有剪应力 σ_6 的奇函数项的系数都等于零, 这样, 方程(1.13)中系数 $F_{16} = F_{26} = 0$, 只剩下 6 个系数: $F_1, F_2, F_{11}, F_{22}, F_{66}, F_{12}$. 这时二阶型破坏准则成为:

$$f(\sigma) = F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 = 1 \quad (1.15)$$

在实际应用中, Tsai-Wu 理论通常取 $F_{12} = 0$ ^[8]. 本文对三种材料: 玻璃环氧, 石墨环氧 AS/3501 和硼环氧 AVCO 5505 的计算结果表明系数 F_{12} 是不应忽略的, 而当取 $F_{12} = 0$ 时, Tsai-Wu 理论的结果实际上与 Hoffman 理论结果十分接近.

二、二阶型破坏准则的优化

设已经有一组单向偏轴拉伸(压缩)实验数据 $T(\theta)$, 用二阶型破坏准则预测的理论值为 $\sigma(\theta)$. 定义误差函数 $E(\theta)$ 为目标函数. $E(\theta)$ 可以是均方误差也可以是绝对误差函数, 本文选取后者:

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^N |\sigma(\theta) - T(\theta)| \quad (2.1)$$

其中 N 是实验数据数目. 优化过程只在 $\sigma(\theta)$ 和 θ 角(偏轴角)之间进行, 即可行区域如图 1

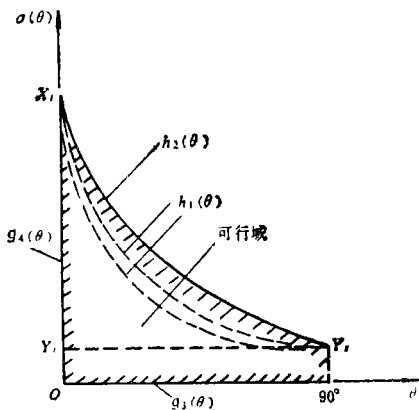


图1 约束优化的可行区域

所示. 在优化中, 因为 5 个基本系数已经由基本试验确定, 只有影响系数 F_{12} 是可变的. 在寻求目标函数 $E(\theta)$ 的极小值的过程中应服从以下约束条件:

$$\left. \begin{aligned} h_1(\theta) &= F_{11}F_{22} - F_{12}^2 > 0 \\ h_2(\theta) &= F_{11}F_{66} - F_{16}^2 = 0 \\ g_3(\theta) &= \theta \geq 0 \\ g_4(\theta) &= \sigma(\theta) \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

以上方程构成一个非线性规划问题. 计算表明目标函数 $E(\theta)_{\min}$ 可能在可行区域内也可能在可行区域之外. 对于前者可得系数 F_{12} 的可行约束优化值, 对于后者则为非可行约束优化

值。

用单向偏轴实验数据进行优化有时对结果影响不大.这是因为可行区域被约束条件(2.2)限制在一个狭小的可行区域内.当 F_{12} 优化值为非可行约束优化值时,这时应该取 F_{12} 小于它的边界值的某一个值(例如取 $|F_{12}| = \frac{3}{4}\sqrt{F_{11}\cdot F_{22}}$)就可以得到比取接近于零的其他可行值(包括 $F_{12}=0$)要好的结果.玻璃环氧和硼环氧就是这种情况.本文计算结果表明,对于玻璃环氧,取 F_{12} 接近并小于边界值($|F_{12}| < \sqrt{F_{11}\cdot F_{22}}$)所得到的结果,要比Tsai-Wu理论取 $F_{12}=0$ 约得到6%左右的改进.当然,对于 F_{12} 是可行约束优化值情况就可以获得比较显著的改进.但是某些复合材料(例如玻璃环氧)即使取 F_{12} 接近边界值(表中最后一列示出这种极限情况)也不能与实验有较好的符合.因此就发展了三阶型准则.

所有的计算全部用非线性规划的电算程序进行.计算结果列出在表1, 2, 3中.从表中可以看出 Tsai-Wu 理论取 $F_{12}=0$ 时所得到的结果与 Hoffman 理论十分接近.取 $F_{12} < \sqrt{F_{11}\cdot F_{22}}$ 时,可以获得普遍优于 $F_{12}=0$ 的结果.

三、三阶型破坏准则

三阶张量多项式破坏准则的一般形式为(1.2),其中三次项系数 F_{ijk} 共计27个.当考虑到材料的对称性,加载途径与破坏无关等因素后,这些系数最终可以简化到4个独立系数.设破坏只依赖于应力状态而与加载途径无关,则方程(1.2)是一个势函数,即存在

$$\left. \begin{aligned} F_{ijk} &= \frac{\partial^3 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j \partial \sigma_k} = \frac{\partial^3 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_k \partial \sigma_j} = F_{ikj} \\ F_{ijk} &= \frac{\partial^3 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j \partial \sigma_k} = \frac{\partial^3 f}{\partial \sigma_k \partial \sigma_j \partial \sigma_i} = F_{kji} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

$$\therefore F_{ijk} = F_{ikj} = F_{jki} = F_{jih} = F_{kij} = F_{kji} \quad (3.2)$$

利用(3.2),对于这种对称性性质的材料,27个系数可被简化到10个系数.再设材料具有主轴1和2的对称性(例如正交各向异性材料),则剪应力 σ_6 的奇函数项的系数都等于零.最后剩下6个系数: $F_{112}, F_{122}, F_{166}, F_{266}, F_{111}, F_{222}$.可以证明其中 F_{111} 和 F_{222} 是赘余的非独立系数.

设 σ_x 是沿 x 轴的单向应力, σ_1 是沿纤维方向的应力, θ 是 σ_1 与 x 轴的夹角,则有

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta, \quad \sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta, \quad \sigma_6 = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta \quad (3.3)$$

代入三阶型方程(1.2)得到三次方程:

$$a\sigma_x^3 + b\sigma_x^2 + c\sigma_x = 1 \quad (3.4)$$

$$a = 3[(F_{112} + F_{166})\cos^2\theta + (F_{221} + F_{266})\sin^2\theta]\sin^2\theta \cos^2\theta + F_{111}\cos^6\theta + F_{222}\sin^6\theta$$

$$b = F_{11}\cos^4\theta + F_{22}\sin^4\theta + F_{66}\sin^2\theta \cos^2\theta + 2F_{12}\sin^2\theta \cos^2\theta$$

$$c = F_1\cos^2\theta + F_2\sin^2\theta$$

显然,当 $\theta_0=0$ 时,有 $a(\theta_0)=F_{111}$, $b(\theta_0)=F_{11}$, $c(\theta_0)=F_1$,于是方程(3.4)成为

$$F_{111}\sigma_x^3 + F_{11}\sigma_x^2 + F_1\sigma_x = 1 \quad (3.5)$$

但是单向拉(压)试验只能确定两个基本强度参数,即 X_t 和 X_c .所以方程(3.5)中只有两个系数是独立的.文献[4]中导出下列关系式:

$$F_{11} = 2X_t^{-1} - (X_c')^{-1}, \quad F_{111} = 2(X_t X_c')^{-1} - X_c'^{-2}, \quad F_{111} = -(X_c')^{-1} (X_t')^{-2}$$

其中 $i=1,2$; $X_1=X_t$, $X'_1=X_c$; $X_2=Y_t$, $X'_2=Y_c$. 对于 F_2 , F_{22} , F_{222} 也可同样考虑. 在文献[5]中, 我们证明了三次方程(3.4)只可能有三个实数根, 其中一对是重根. 由此条件确定 F_{111} 将由 F_1 和 F_{11} 确定. 按文献[5], 将(3.4)进行正则化处理, 得到

$$z^3 + Dz - D = 0, \quad D = \frac{[3(3\beta - \alpha^2)]^3}{(2\alpha^3 - 9\alpha\beta + 27\gamma)^2} \quad (3.6)$$

其中 $\alpha=b/a$, $\beta=c/a$, $\gamma=a^{-1}$, $p=(\beta-\alpha^2/3)$, $q=(2\alpha^3/27-\alpha\beta/3+\gamma)$, $\sigma_x=y-a/3$, $y=-qz/p$, 并且 $D=p^3/q^2$. 对于(3.6), 只当 $D=-27/4$ 时, 方程(3.6)具有三个实根, 其中有一对重根. 所以 $D=-27/4$ 建立了一个判别式, 它也是优化过程中的约束条件. 从这个条件可以解出对于系数 a 的二次方程, 由此得出 $a(\theta_0)=F_{111}$, 即

$$F_{111} = -\left(\frac{1}{3} F_{11} F_1 + \frac{2}{27} F_1^3\right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2}{3} F_{11} F_1 + \frac{4}{27} F_1^3\right)^2 + \frac{4}{27} (4F_{11}^3 + F_{11}^2 F_1^2)} \quad (3.7)$$

其中拉伸时取“+”号.

表 1

玻璃环氧的各种理论比较

$X_t=150$ ksi, $X_c=150$ ksi, $Y_t=4.00$ ksi, $Y_c=20$ ksi, $S=6.0$ ksi

θ	拉伸实验 σ_x (ksi)	Tsai-Hill 理 论	Hoffman 理 论	Tsai-Wu 理 论	
				$F_{12}=0$	$F_{12} \leq -\sqrt{F_{11} \cdot F_{22}}$
0	150.0	150.00	150.00	150.00	150.00
5	68.8	62.42	59.88	59.84	61.14
10	40.0	33.16	30.71	30.69	31.40
15	27.4	22.07	20.01	20.00	20.44
20	20.0	16.32	14.63	14.63	14.93
25	14.4	12.81	11.46	11.45	11.67
30	10.8	10.46	9.40	9.39	9.55
45	6.9	6.66	6.17	6.17	6.23
60	5.0	4.98	4.79	4.79	4.82
75	4.0	4.22	4.18	4.17	4.18
90	4.0	4.00	4.00	4.00	4.00
	压缩实验				
0	150.0	150.00	150.00	150.00	150.00
5	68.8	62.87	65.87	65.82	67.40
15	31.9	23.68	27.34	27.31	28.15
30	20.5	13.63	17.72	17.70	18.26
45	16.2	11.49	16.10	16.09	16.53
60	17.3	12.30	17.05	17.04	17.36
75	17.1	15.99	18.97	18.97	19.08
90	20.0	20.00	20.00	20.00	20.00

表 2

石墨环氧AS/3501的各种理论比较

$$X_t=210\text{ksi}, X_c=210\text{ksi}, Y_t=7.5\text{ksi}, Y_c=30.1\text{ksi}, S=13.5\text{ksi}$$

θ	拉伸实验 $\sigma_x(\text{ksi})$	Tsai-Hill 理 论	Hoffman 理 论	Tsai-Wu 理 论	
				$F_{12}=0$	$F_{12} \leq -\sqrt{F_{11} \cdot F_{22}}$
0	210	210.00	210.00	210.00	210.00
5	110.17	124.47	119.40	119.24	115.22
10	62.13	71.19	65.79	65.88	62.96
15	46.74	47.62	43.18	43.11	41.37
20	30.38	34.81	31.37	31.33	30.17
30	19.87	21.57	19.66	19.64	19.07
45	13.26	13.11	12.38	12.38	12.16
60	10.47	9.52	9.28	9.28	9.21
75	8.84	7.95	7.90	7.90	7.88
90	7.50	7.50	7.50	7.50	7.50
	压缩实验				
0	210	210.00	210.00	210.00	210.00
10	72.90	74.10	82.09	81.93	77.73
15	60.95	52.26	60.77	60.64	57.26
20	45.49	40.92	49.59	49.48	46.65
30	34.81	30.07	38.70	38.62	36.48
45	36.23	24.64	32.57	32.52	31.10
60	31.84	24.64	30.63	30.60	29.83
75	28.87	27.71	30.15	30.14	29.92
90	30.10	30.10	30.10	30.10	30.10

表 3

硼环氧AVCO 5505的各种理论比较

$$X_t=188\text{ksi}, X_c=361\text{ksi}, Y_t=9\text{ksi}, Y_c=45\text{ksi}, S=10\text{ksi}$$

θ	拉伸实验 $\sigma_x(\text{ksi})$	Tsai-Hill 理 论	Hoffman 理 论	Tsai-Wu 理 论	
				$F_{12}=0$	$F_{12} \leq -\sqrt{F_{11} \cdot F_{22}}$
0	188	188.00	188.00	188.00	188.00
15	33.546	37.71	33.38	33.36	33.88
30	17.875	19.40	17.02	17.01	17.24
45	12.312	13.38	12.02	12.02	12.13
60	9.276	10.65	10.01	10.00	10.06
90	9.0	9.00	9.00	9.00	9.00

现在,在三阶型多项式准则中只有 10 个独立系数,即 $F_1, F_2, F_{11}, F_{22}, F_{66}, F_{12}, F_{122}, F_{112}, F_{166}, F_{266}$, 其中前五个是基本强度系数,由基本实验确定,后五个是影响系

数。按文献[3, 7, 8]对后5个系数要用一系列的各种比值的双轴向复合应力实验确定, 因此三阶型准则的应用比较麻烦。工作[5]提出的影响系数确定的优化方法可以减少实验数量和投资, 从获得的结果来看, 单从单轴向偏轴拉(压)实验数据进行优化后也可获得较显著改进, 再配合以少量的双轴向复合应力实验, 将可对系数 F_{12} , F_{122} , F_{112} , F_{166} , F_{266} 获得更为合理的结果。无疑, 三阶型破坏准则的进一步研究和应用是目前唯象理论破坏准则的一个重要研究方向。

参 考 文 献

- [1] Hill, R., *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford, (1950).
- [2] Hoffman, O., The brittle strength of orthotropic materials, *JCM*, 1 (1967) 200—206.
- [3] Wu, E. M., Phenomenological anisotropic failure criterion, *Mech. of Comp. Mat.*, 2 (1974).
- [4] Wu, E. M. and J. K. Scheublein, Laminate strength — a direct characterization procedure, *Composite Materials: Testing and Design (3rd. Conf.)*, ASTM STP 546, (1974), 188—206.
- [5] Zhou Cheng-ti and R. M. Jones, Effective application and optimization of the cubic polynomial failure criterion, *Tech. Paper of ESM*, VPI & SU, USA, (1982)
- [6] Jones, R. M., *Mechanics of Composite Materials*, McGraw-Hill, (1975).
- [7] Tennyson, R. C., D. MacDonald and A. P. Nanyaro, Evaluation of the tensor polynomial failure criterion for composite materials, *JCM*, 12, Jan. (1978), 63.
- [8] Tennyson, R. C., A. P. Nanyaro and G. E. Wharram, Application of the cubic polynomial strength criterion to the failure analysis of composite materials, *JCM*, 14, Supplement, (1980).
- [9] Tsai, S. W. and E. M. Wu, A general theory of strength for anisotropic materials, *JCM*, 5 (1971), 58.
- [10] Azzi, V. D. and S. W. Tsai, Anisotropic strength of composites, *Experimental Mech.*, 5, (1965), 283—288.

Phenomenological Theory of Failure Criterion for Composite Materials

Zhou Cheng-ti

(Dalian Institute of Technology, Dalian)

Abstract

In this paper, some current anisotropic failure criteria in the forms of tensor polynomials are investigated. In order to determine the interaction coefficients of the failure criteria, a nonlinear optimization method is proposed. The results obtained by different theories as well as the optimization are compared with the test data of some composite materials. The comparison shows that the optimization method for the materials considered in this paper is effective.