

文章编号: 1000-0887(2004) 12-1211-09

# 自由射流不同速度剖面下界面 稳定性的伪谱分析

苏海容, 胡国辉, 周哲玮

(上海大学 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(本刊编委周哲玮来稿)

**摘要:** 建立了外围为气体, 内部为液体射流的双流体模型, 并用 Chebyshev 配点法研究了不同速度剖面自由射流的界面稳定性问题。利用非线性的坐标变换, 将物理空间变换到计算空间, 得到关于时间频率的广义特征值问题。通过对计算结果的分析与讨论, 得出射流稳定性的基本特征及其随各种参数的变化趋势。

**关键词:** 自由射流; Chebyshev 配点法; 界面稳定性

**中图分类号:** O358 **文献标识码:** A

## 引 言

射流稳定性问题与许多工程实际过程息息相关, 如内燃机中的喷射雾化, 工业冶金中的喷射成形、喷墨打印等。为了弄清射流破碎的物理机制, 人们对射流稳定性问题的研究已经有一个多世纪的历史了。19 世纪 70 年代, Plateau<sup>[1]</sup> 观察到在静止空气中的圆柱形液体射流会破碎成长度为半径 9 倍的液段 (segments), 由这些液段形成的球形液滴的表面能最小。此后又有许多学者进行了大量的理论研究<sup>[2-8]</sup>。以上这些文献研究了射流破碎的不同物理机制及各种参数变化对射流稳定性的影响, 得到了很多有意义的结果。但由于射流的演化和破碎机理相当复杂, 影响稳定性的参数较多, 因此对射流破碎的物理机制还有待更进一步的研究和认识。

由于不同实验测得的速度剖面往往有一定差异, 因此在数学模型中使用何种剖面进行稳定性分析是值得研究的问题。本文将用 Chebyshev 配点法研究外边界为无穷远的外围是气体, 内部是液体粘性射流的界面稳定性问题, 重点讨论不同速度剖面形状对射流稳定性的影响。目前用 Chebyshev 配点法研究气-液两相界面稳定性的文献尚不多见。Lin 等人<sup>[9]</sup> 曾用 Chebyshev 配点法研究了管道内粘性液体射流和粘性气体的界面剪切稳定性的物理机制。而对于本文涉及的无穷域中的界面问题, 作者还未见到用配点法求解的文献报道。

收稿日期: 2003\_06\_20; 修订日期: 2004\_06\_29

基金项目: 国家自然科学基金(钢铁联合研究)基金资助项目(50371049); 上海市博士点基金资助项目; 上海市重点学科基金资助项目

作者简介: 苏海蓉(1975), 女, 重庆人, 硕士;

周哲玮(1950), 男, 湖北人, 教授, 博士, 博士生导师(联系人, Tel: + 86\_21\_66134661; E-mail: zhwwzhou@yc.shu.edu.cn)

## 1 理论模型和基本流

考虑无穷域中轴对称的双流体模型,其中内部为圆柱形液体射流,周围是高速气体(如图1所示) 假设液体和气体均粘性不可压,则控制方程为:

$$\begin{cases} i \left[ \frac{V_i}{t} + V_i \cdot \nabla V_i \right] = \rho_i g z - \nabla P_i + \mu_i \nabla^2 V_i, \\ V_i = 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $i = 1, 2$  分别代表液体和气体;  $V_i$ 、 $\rho_i$ 、 $P_i$ 、 $\mu_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别代表液体和气体的速度矢量、密度、压力和动力学粘性系数;  $t$  表示时间;  $g$  表示重力加速度;  $z$  表示轴向单位矢量

边界条件为:

1)  $r = 0$  处, 满足轴对称条件:

$$V_{1r} = \frac{V_{1z}}{r} = \frac{P_1}{r} = 0 \quad (2)$$

2) 在  $r = \eta$  处的边界条件为:

相容条件:

$$\frac{1}{t} = V_{1r} - V_{1z} \frac{1}{z}; \quad (3)$$

切向速度连续:

$$V_{1z} = V_{2z}; \quad (4)$$

法向速度连续:

$$V_{1r} = V_{2r}; \quad (5)$$

动力学边界条件:

切向平衡:

$$1 \left[ \frac{V_{1r}}{z} + \frac{V_{1z}}{r} \right] = 2 \left[ \frac{V_{2r}}{z} + \frac{V_{2z}}{r} \right], \quad (6)$$

法向平衡:

$$P_1 - 2 \mu_1 \frac{V_{1r}}{r} - \left[ P_2 - 2 \mu_2 \frac{V_{2r}}{r} \right] - \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] = 0 \quad (7)$$

3) 在  $r = \eta$  处, 满足以下边界条件:

$$V_{2r} = \frac{V_{2z}}{r} = \frac{P_2}{r} = 0, \quad (8)$$

其中  $V_{ir}$ 、 $V_{iz}$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为液体和气体在径向、法向的速度分量;  $r$ 、 $z$  分别为径向、轴向坐标;  $\eta$  为运动界面的位置;  $\sigma$  为表面张力系数;  $R_1$ 、 $R_2$  为界面上的主曲率半径

令特征速度为  $W$ , 液体射流半径  $a$  为特征长度, 得到无量纲参数有,

$$Re = \frac{1 W a}{\mu_1}, \quad Fr = \frac{W^2}{g a}, \quad We = \frac{1 W^2 a}{\sigma}, \quad Q = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad R = \frac{Re}{Fr}, \quad N = \frac{\mu_2}{\mu_1},$$

其中  $Re$  为雷诺数,  $Fr$  为弗罗得数,  $We$  为韦伯数,  $Q$  为气液密度比,  $R$  为雷诺数与弗罗得数之比,  $N$  为气液动力学粘性系数比

根据线性稳定性理论, 我们可将流动变量写成基本流加小扰动的形式, 即

$$V_i = V_i + V, \quad P_i = P_i + P_i, \quad = +$$

假设基本流为定常、轴对称柱状流, 可表示为:

$$V_i = (0, 0, W_i(r)) \quad (9)$$

以前的文献大都选取 帽状 剖面 and 分段线性剖面作为基本速度型 本文为了研究不同形

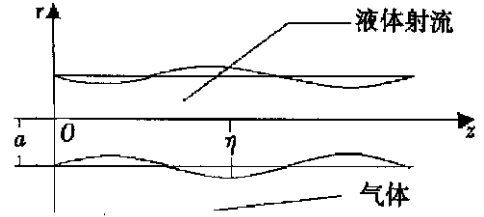


图1 物理模型示意图

式基本流对稳定性的影响,用不同的方法给出两个基本流速度剖面 剖面 A 是文献[9]中基本流的推广,它精确满足控制方程和边界条件 设基本流中气液流的压力梯度相等,且均为常数,在  $r = L$  处速度  $W_2(r)$  对径向坐标  $r$  的导数为零,即  $dW_2(r)/dr|_{r=L} = 0$ ,可以得到如下表达式:

$$\begin{cases} W_1(r) = \frac{R(1-Q)(L^2-1)}{4L^2}(r^2-1) + \frac{R(1-Q)(L^2-1)}{4L^2} + 1, \\ W_2(r) = \begin{cases} -\frac{R(1-Q)}{4NL^2}(r^2-L^2) - \frac{R(1-Q)}{2N} \ln\left[\frac{L}{r}\right] + D, & 1 \leq r \leq L, \\ D, & r \leq L, \end{cases} \end{cases} \quad (10)$$

其中  $L, D$  为常数 将液体在  $r = 0$  处的速度作为特征速度,即使得液体的速度在  $r = 0$  处为  $W = W_1(0) = 1$ , 求得

$$D = 1 + \frac{R(1-Q)(L^2-1)}{4L^2} - \frac{R(1-Q)(L^2-1)}{4NL^2} + \frac{R(1-Q)}{2N} \ln L$$

正切剖面作为基本流已经广泛地用于单相射流的稳定性研究中 本文将推广到气液两相流的情况,即剖面 B,

$$\begin{cases} W_1(r) = \frac{dV}{2}(1 + \tanh[C(r-1)]) + 1, \\ W_2(r) = \frac{dV}{2}\left[1 + \tanh\left[\frac{C}{N}(r-1)\right]\right] + 1, \end{cases} \quad (11)$$

其中  $dV$  表示气液速度差,  $C$  为控制气液剪切层厚度的常数

## 2 Chebyshev 谱配置方法

将无量纲化后轴对称形式的控制方程和边界条件(1)~(8)对于小扰动取线性项,然后用正则模(normal mode)方法,将扰动量写作:

$$\begin{aligned} & [V_{ir}(r, z, t), V_{\bar{k}}(r, z, t), P_i(r, z, t), (z, t)] = \\ & [u_i(r), v_i(r), p_i(r), ] e^{(ikz + \nu t)}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $u_i(r), v_i(r), p_i(r)$  是扰动的特征函数,  $k$  是轴向波数,  $\nu$  为扰动放大率,  $i$  为扰动频率 对于本文研究的时间模式问题,  $\nu$  是复数,  $k$  是实数,若特征值的实部  $\nu > 0$ ,说明扰动是不稳定的,反之是稳定的 将(12)式带入关于小扰动线性化后的控制方程和边界条件,得到以下的常微分方程组及边界条件:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{Re} \left[ \frac{d^2 u_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_1}{dr} - \left( k^2 + \frac{1}{r^2} + ikReW_1 \right) u_1 \right] - \frac{dp_1}{dr}, \\ v_1 = -\frac{dW_1}{dr} u_1 + \frac{1}{Re} \left[ \frac{d^2 v_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_1}{dr} - \left( k^2 + ikReW_1 \right) v_1 \right] - ikp_1, \\ 0 = \frac{du_1}{dr} + \frac{1}{r} u_1 + ikv_1; \\ u_2 = \frac{1}{Re} \frac{N}{Q} \left[ \frac{d^2 u_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_2}{dr} - \left( k^2 + \frac{1}{r^2} + ikReW_2 \right) u_2 \right] - \frac{1}{Q} \frac{dp_2}{dr}, \\ v_2 = -\frac{dW_2}{dr} u_2 + \frac{1}{Re} \frac{N}{Q} \left[ \frac{d^2 v_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_2}{dr} - \left( k^2 + ikReW_2 \right) v_2 \right] - \frac{1}{Q} ikp_2, \\ 0 = \frac{du_2}{dr} + \frac{1}{r} u_2 + ikv_2 \end{cases} \quad (13)$$

边界条件为:

1)  $r = 0$  处:

$$u_1 = \frac{dv_1}{dr} = \frac{dp_1}{dr} = 0; \quad (15)$$

2)  $r = 1$  处:

$$= u_1 - ikW_1, \quad (16)$$

$$u_1 - u_2 = 0, \quad (17)$$

$$v_1 - v_2 + \left[ \frac{dW_1}{dr} - \frac{dW_2}{dr} \right] = 0, \quad (18)$$

$$iku_1 + \frac{dv_1}{dr} - N \left[ iku_2 + \frac{dv_2}{dr} \right] + \left[ \frac{d^2W_1}{dr^2} - N \frac{d^2W_2}{dr^2} \right] = 0, \quad (19)$$

$$p_1 - \frac{2}{Re} \frac{du_1}{dr} - \left[ p_2 - \frac{2N}{Re} \frac{du_2}{dr} \right] + \frac{1}{We} (1 - k^2) = 0; \quad (20)$$

3) 在  $r =$  处

$$u_2 = v_2 = \frac{dp_2}{dr} = 0 \quad (21)$$

对于方程(13)~(21),我们用 Chebyshev 配点法来求解 为了方便计算,本文进行了坐标变换,将物理空间变换到计算空间 对于液体射流,我们用变换

$$r = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\tanh(\gamma)}{\tanh(\frac{\gamma}{2})} \right] \quad (22)$$

将  $r \in [0, 1]$  变换到  $y \in [-1, 1]$  其中  $\gamma$  为可调节参数,  $\gamma$  越小,越接近线性变换 这种变换的优点是,变换后配置点集中分布在  $r = 0$  和  $r = 1$  附近 因此它适用于剪切层比较薄的流动 对于外围气体,我们采用变换

$$r = 1 + \frac{A_1(\gamma - 1)}{A_2 - \gamma} \quad (23)$$

将  $r \in [1, R_{\max}]$  变换到  $y \in [-1, 1]$ , 其中  $R_{\max}$  是计算域的外边界,  $A_1$  为可调节参数,  $A_2 = -1 - 2A_1/(R_{\max} - 1)$  该变换使得配置点的分布更集中在界面  $r = 1$  处 因此如果界面剪切层较薄,该变换能够较好地捕捉到界面剪切层

将自变量作坐标变换后,再将未知量(速度  $u_i, v_i$  和压力  $p_i$ ) 展开为:

$$i(y) = \sum_{j=0}^{M_i} \bar{y}_j(y) i(y_{i,j}) \quad (i = 1, 2), \quad (24)$$

其中  $M_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别代表液体域和气体域的展开项数,  $\bar{y}_j(y)$  是 Lagrange 插值基函数,其表达式为

$$\bar{y}_j(y) = \frac{(-1)^{j+1}(1-y)^2 T_N(y)}{c_0 M_i^2 (y - y_{i,j})} \quad (j = 0, 1, \dots, M_i), \quad (25)$$

其中  $c_0 = c_{M_i} = 2, c_j = 1$  ( $1 \leq j < M_i$ ),  $y_{i,j} = \cos(j/M_i)$  ( $j = 0, 1, \dots, M_i$ ) 是 Gauss-Lobatto 配置点 对于函数的一阶导数和二阶导数在配置点上的值的求法可参见有关文献<sup>[10]</sup> 将展开式代入坐标变换后的方程,并在配置点上将方程离散化,用边界条件方程替代方程组中配置点  $y_{i,0}, y_{i,M_i}$  处的方程,最后我们得到含有  $3M_1 + 3M_2 + 7$  个未知量的方程,形成了形如

$$[A]x = [B]x$$

的广义特征值问题,其中  $[A], [B]$  均为  $3M_1 + 3M_2 + 7$  维常值方阵,  $x$  是  $3M_1 + 3M_2 + 7$  维列向量 这个特征值问题可以用普遍使用的 QZ 方法求解

在讨论计算结果前,我们选取不同的展开项数,进行了收敛性测试 表 1 是剖面 A 在  $L =$

8,  $N = 0.018$ ,  $Q = 0.0013$ ,  $D = 10$ ,  $Fr = 2000$ ,  $We = 10^5$ ,  $Re = 500$ ,  $k = 2$  下得到的增长率。从表中可以看出, 当  $M_1 = 20$ 、 $M_2 = 50$  时特征值已经收敛了。在本文中算例展开项数都选取  $M_1 = 30$ ,  $M_2 = 50$

表 1 对剖面 A 展开项数对数值收敛性的影响

$M_1$	$M_2$	r	i
20	40	0.065 501	2.014 828
20	50	0.065 499	2.014 829
25	50	0.065 499	2.014 829
30	50	0.065 499	2.014 829
20	60	0.065 499	2.014 829

$L = 8$ ,  $N = 0.018$ ,  $Q = 0.0013$ ,  $D = 10$ ,  $Fr = 2000$ ,  $We = 10^5$ ,  $Re = 500$ ,  $k = 2$

### 3 数值计算结果分析

#### 3.1 自由射流的稳定性特征

在气液两相射流中, 存在两种不同的失稳机制, 即由表面张力引起的和由剪切引起的不稳定, 即可能存在两个不稳定模态。图 2 显示了在某些参数下对于剖面 B 这两个不稳定模态的时间增长率随波数的变化情况。图中的实线表示表面张力不稳定模态, 虚线表示剪切不稳定模态。图 3 和图 4 分别是扰动的最大增长率和其对波数随  $We$  数的变化情况, 其中横坐标是  $We$  数取以 10 为底的对数。由图 3 我们看出, 当  $We$  数较小(即表面张力较大)时, 表面张力不稳定性占优, 随着  $We$  的增加(即表面张力逐渐减小), 剪切作用逐渐占优。图 4 显示由表面张力引起的不稳定波的波数始终小于由剪切作用引起的不稳定波的波数。通常人们把因表面张力引起的不稳定称为 Rayleigh 不稳定模态, 因剪切力引起的不稳定称为 Taylor 不稳定模态。

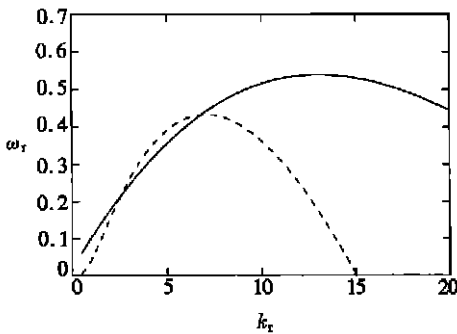


图 2 剖面 B 两种模态的时间增长率随波数的变化曲线

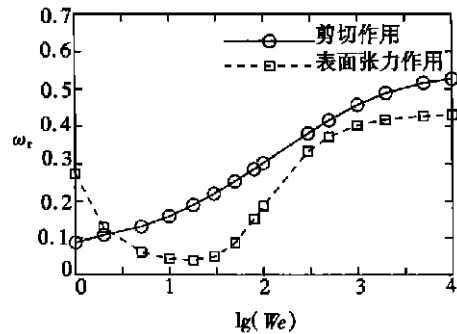
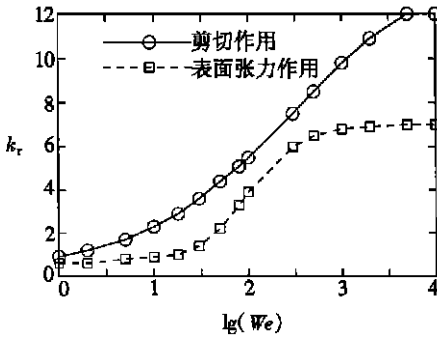


图 3 剖面 B 两种模态的最大时间增长率随  $We$  数的变化曲线

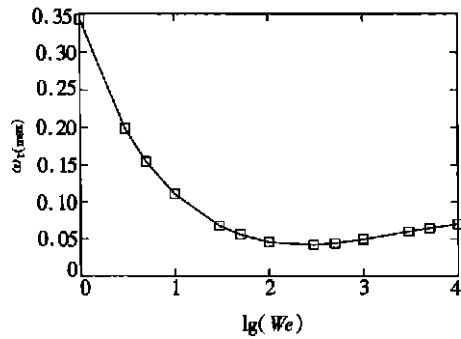
对于剖面 A, 本文也进行了类似的分析。图 5、图 6 分别是剖面 A 在参数  $L = 8$ ,  $Re = 500$ ,  $D = 10$ ,  $Fr = 2000$ ,  $Q = 0.0013$ ,  $N = 0.018$  下最大时间增长率和其对应的扰动波数随  $We$  数的变化曲线。由图 5 我们看到, 随着  $We$  数的增加, 即表面张力逐渐减小, 最大增长率也逐渐减小。当  $We$  数增加到大约 20 后, 增长率开始缓慢增加。对于波数, 当  $We$  数较小(即表面张力较大)时, 几乎没有什么变化, 而当  $We$  增加到大约 20 左右, 波数开始大幅度增加。以上

结果表明, 当  $We$  数较小时, 可能是由表面张力引起的长波不稳定占优; 而当  $We$  数较大时, 剪切的作用逐渐超过表面张力的作用, 流场表现为短波不稳定



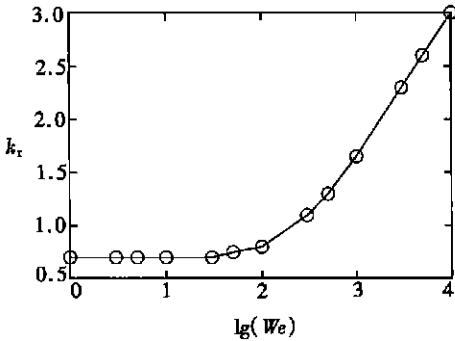
$Re = 400, N = 0.018, Q = 0.0013, C = 8, dV = 1, A_1 = 0.5, \quad = 0.1, R_{max} = 8$

图 4 剖面 B 两种模态的时间增长率对应波数随  $We$  数的变化曲线



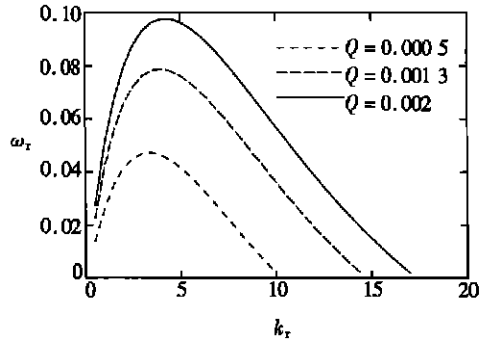
$L = 8, Re = 500, D = 10, Fr = 2000, Q = 0.0013, N = 0.018$

图 5 剖面 A 最大时间增长率随  $We$  数的变化曲线



$L = 8, Re = 500, D = 10, Fr = 2000, Q = 0.0013, N = 0.018$

图 6 剖面 A 最大时间增长率对应波数随  $We$  数的变化曲线



$L = 8, N = 0.018, Fr = 2000, We = 10^5, Re = 500$

图 7 对于剖面 A 当气液密度比改变时时间增长率随波数的变化曲线

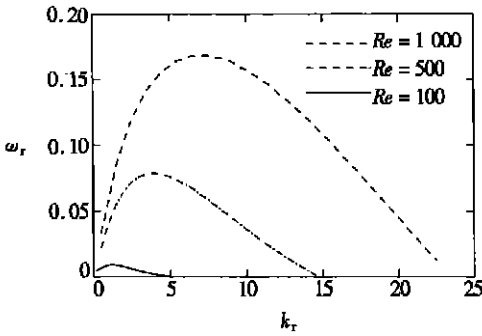
### 3.2 流动参数对稳定性的影响

对剖面 A, 我们讨论了气液密度比  $Q$ 、 $Re$  数、气液粘性比  $N$  等参数对射流稳定性的影响

图 7 是剖面 A 在参数  $L = 8, N = 0.018, Fr = 2000, We = 10^5, Re = 500$  下, 气液密度比  $Q$  不同时不稳定模态的时间增长率随对应波数的变化曲线。从图中可以看出, 随着气液密度比的增加, 气体对液体的作用增强了, 扰动的最大时间增长率增加, 最大增长率对应的波数也增加。这说明气液密度比越大, 射流越不稳定。

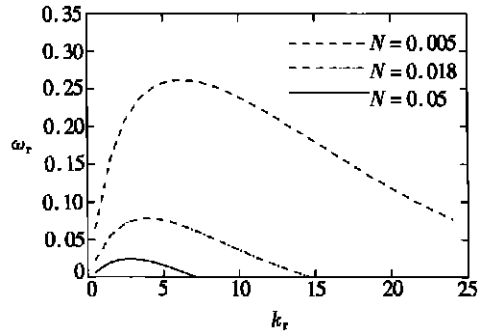
图 8 是剖面 A 在参数  $L = 8, N = 0.018, Fr = 2000, We = 10^5, Q = 0.0013$  下,  $Re$  数取不同的值时得到的不稳定模态时间增长率随波数的变化曲线。结果显示, 增加  $Re$  数, 即液体粘性减小, 扰动的最大时间增长率和它对应的波数都将增加, 这意味着液体粘性对射流起稳定作用。

图 9 是剖面 A 在参数  $L = 8, Fr = 2000, We = 10^5, Re = 500, Q = 0.0013$  下, 气液粘性比  $N$  不同时不稳定模态的时间增长率随波数的变化曲线。由图中可以看出, 固定其它参



$L = 8, N = 0.018, Fr = 2000,$   
 $We = 10^5, Q = 0.0013$

图 8 对于剖面 A 当  $Re$  数改变时  
时间增长率随波数的变化曲线

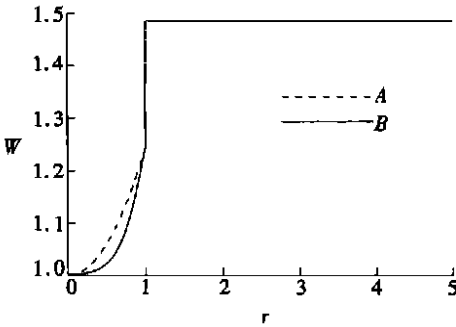


$L = 8, Re = 500, Fr = 2000,$   
 $We = 10^5, Q = 0.0013$

图 9 对于剖面 A 当粘性比  $N$  改变时时间  
增长率随扰动波数的变化曲线

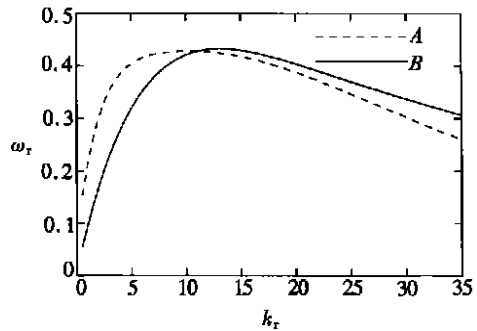
数,随着气液粘性比的增加,即增加气体的粘性作用,扰动的最大时间增长率和对应的波数将减小,这说明气体的粘性同样对射流起稳定作用

总的来说,本文得到的射流稳定性特征随流动参数的变化趋势与以前的结论是一致的进一步的结果可以参见文献[11]



$C = 3, dV = 0.48579, L = 1.01,$   
 $R_{\max} = 5, Re = 500, Fr = 10,$   
 $We = 10^5, Q = 0.013, N = 0.01$

图 10 相同参数相同速度差下  
剖面 A、B 的形状



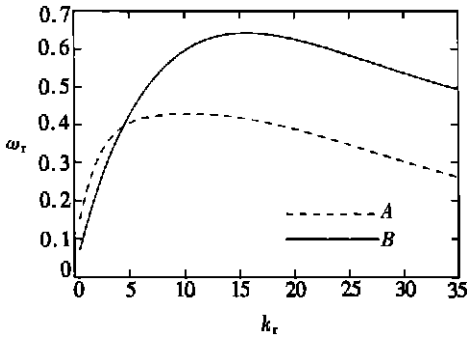
$C = 3, dV = 0.48579, L = 1.01,$   
 $R_{\max} = 5, Re = 500, Fr = 10,$   
 $We = 10^5, Q = 0.013, N = 0.01$

图 11 相同参数相同速度差下剖面 A、B  
时间增长率随波数的变化曲线

### 3.3 不同速度剖面的影响

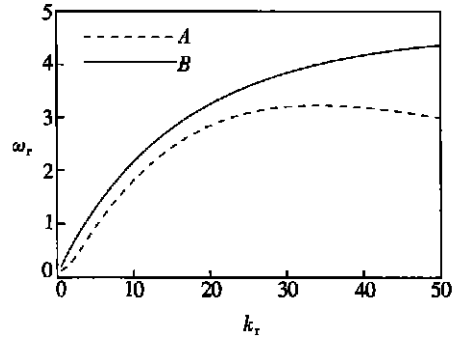
在工程实际中基本流动的速度剖面的具体形状往往并不相同,而速度剖面的形状对射流稳定性有较大的影响,这一点在以往的研究中常常被忽视。因此本节选取了两个速度剖面研究它们的差异。图 10 是在图示的参数下,具有相似剖面形状的速度剖面 A 与 B,其中虚线表示剖面 A,实线表示剖面 B。这时我们算出在这些参数下剖面的时间增长率随波数的变化曲线,如图 11 所示。对于 A 剖面,当  $k = 10.5$  时,最大增长率为  $\gamma_{(\max)} = 0.4286$ ;对剖面 B,当  $k = 13$  时,最大增长率为  $\gamma_{(\max)} = 0.4331$ 。说明当两种速度剖面形状很接近时,它们的不稳定模态也很接近。若保持其他参数不变,只改变控制速度剖面 B 剪切层厚度的参数  $C$ ,从而使得两种剖面形状的差别增大,这时我们算得两种剖面最大增长率随波数的变化如图 12 所示。对剖面 A,当  $k = 10.5$  时,最大增长率为  $\gamma_{(\max)} = 0.4286$ ;对剖面 B,当  $k = 15.5$  时,最

大时间增长率为  $r_{(\max)} = 0.6422$  这表明当两种速度剖面差别加大时, 它们的不稳定性差别也加大了 假如在图 10 中参数的基础上, 改变控制剖面  $A$  剪切层厚度和速度差的变量  $L$ , 保持其它参数不变, 使得两种剖面形状差别增大 由两种速度剖面算得的时间增长率随波数变化曲线如图 13 所示 对于剖面  $A$ , 当  $k = 34$  时, 最大增长率为  $r_{(\max)} = 3.2312$ ; 而对于剖面  $B$ , 最大增长率对应的波数大于 50 由以上的分析可知, 对于相同的流动参数, 特别是相同速度差下, 连接气液的速度剖面形状对射流的稳定性影响较大 通过改变描述速度剖面形状的参数, 得到的最大增长率和扰动波数, 可以基本上相同, 也可以相差很大 这个结论对工程实际和进行流动实验有一定的指导意义



$C = 5, dV = 0.48579, L = 1.01,$   
 $R_{\max} = 5, Re = 500, Fr = 10,$   
 $We = 10^5, Q = 0.013, N = 0.01$

图 12 相同参数相同速度差下增大可变参数  $C$  后剖面  $A$ 、 $B$  的时间增长率随波数变化曲线



$C = 3, dV = 2.82227, L = 1.03,$   
 $R_{\max} = 5, Re = 500, Fr = 10,$   
 $We = 10^5, Q = 0.013, N = 0.01$

图 13 增大可变参数  $L$  后, 相同参数和速度差下剖面  $A$ 、 $B$  的时间增长率随波数的变化曲线

## 4 结 论

本文主要用 Chebyshev 配点法研究不同速度剖面形状和各种参数变化对射流稳定性的影响 研究表明, 流动中存在两种不同的失稳机制, 即表面张力不稳定模态和剪切不稳定模态 前者相对应的扰动波数通常较小, 是长波不稳定; 而后者的失稳模态波数较高 为了使稳定性的结果更好地与实际情况相对照, 本文重点研究了不同的速度剖面对稳定性特征的影响 结果发现速度剖面形状对射流稳定性有重要影响 对于不同的速度剖面, 在相同的流动参数和相同速度差下, 当它们的形状接近时, 得到比较接近的不稳定模态; 而当速度剖面差别较大时, 即使所取参数和速度差相同, 不稳定模态的差别也会较大 这对工程实际和实验有一定的指导意义 我们还分析了各种流动参数对自由射流稳定性的影响 结果表明气液密度比  $Q$  越大, 射流越不稳定;  $Re$  数越大, 射流越不稳定; 粘性比  $N$  越大, 射流越稳定 这些结论与前人的研究是相符的

### [参 考 文 献]

- [1] Plateau J. Statique experimentale et theorique des liquids soumise aux seules forces [J]. Moleculaire Gauthier Villars, 1873, 1(1): 2-10.
- [2] Reynolds A.J. Observation of a liquid-into-liquid jet [J]. J Fluid Mechanics, 1962, 14: 552-556.
- [3] Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability [M]. Oxford England: Oxford Uni-



- versity Press, 1961.
- [4] Taylor G I. Generation of Ripples by Wind Blowing Over Viscous Fluid [M]. the Scientific Papers of G I Taylor. Cambridge England: Cambridge University Press, 1965.
- [5] Shen J, Li X. Instability of cylindrical compressible gas jets in viscous liquid streams [J]. Acta Mechanica, 1998, **130**(1/2): 95–110.
- [6] Lin S P, Lian Z W. Absolute instability of a liquid jet in a gas [J]. Physics of Fluids A, 1989, **1**(3): 490–493.
- [7] Zhou Z W, Lin S P. Absolute and convective instability of a compressible jet [J]. Physics of Fluids A, 1992, **4**(1): 277–282.
- [8] Sevilla A, Gordillo J M. The effect of the diameter ratio on the absolute and convective instability of free coflowing jets [J]. Physics of Fluids, 2002, **14**(9): 3028–3038.
- [9] Lin S P, Chen J N. Role played by the interfacial shear in the instability mechanism of a viscous liquid jet surrounded by a viscous gas in a pipe [J]. J Fluid Mechanics, 1998, **376**: 37–51.
- [10] Boyd J P. Chebyshev and Fourier Spectral Method [M]. Germany: Springer-Verlag, 1989.
- [11] 苏海蓉. 自由射流界面稳定性的伪谱分析 [D]. 硕士学位论文. 上海: 上海大学, 2003.

## Pseudospectral Analysis of the Interfacial Stability of Free Jets With Different Velocity Profiles

SU Hai\_rong, HU Guo\_hui, ZHOU Zhe\_wei  
(Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics,  
Shanghai University, Shanghai 200072, P. R. China)

**Abstract:** A double fluid model for a liquid jet surrounded by a coaxial gas stream was constructed. The interfacial stability of the model was studied by Chebyshev pseudospectral method for different basic velocity profiles. The physical variables were mapped into computational space using a nonlinear coordinates transformation. The general eigenvalues of the dispersion relation obtained are solved by QR method, and the basic characteristics and their dependence on the flow parameters are analyzed.

**Key words:** free jet; Chebyshev pseudospectral method; interfacial stability