应用数学和力学，第3卷第5期（1982年9月）
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
四川人民出版社出版

连续型线性定常系统的Riccati代数方程的小摄动问题*

黄 琳 朱伟灵

（北京大学力学系，1982年1月21日收到）

摘 要

本文讨论了连续型线性定常系统摄动的 Riccati 代数方程所对应的稳定性问题.通过矩阵范数分析建立了摄动的Riccati代数方程的解的摄动界估计（以系统参数摄动界表出），从而提供了一种方便的实用计算方法.

一、引 言

众所周知，在讨论诸如线性系统的最优控制、卡尔曼滤波等问题时经常会遇到一类Riccati代数方程.从实际观点看，系统很难维持其固定参数值或使之不变，在外界干扰下系统参数会遭受扰动的现象是屡见不鲜的.因此，下列问题的讨论将是有意义且是有趣的：

（1） 在考虑线性系统的最优控制问题时，系统参数的任何小偏差都会对最优反馈控制律产生影响.若系统参数的摄动界为已知，人们将要问，最优反馈控制律的系数矩阵中的参数将会在多大范围内变化？是否可能建立关于系统参数摄动界与最优控制问题对应的最优反馈控制律的系数矩阵参数的相应摄动界之间的估计关系？

（2） 在考虑卡尔曼滤波问题时，系统参数的摄动会影响到误差估计精度.当存在系统参数摄动的情况下，系统的稳定性及误差估计的摄动界就成了主要关心的问题.

通过讨论摄动的Riccati代数方程的稳定性问题及估计系统参数的摄动界与摄动的Riccati代数方程解的摄动界之间的关系，以上诸问题便可得到明确的答案.

二、ЛЯПУНОВ方程

为下面分析所需，先引入两类矩阵范数：

（1） 矩阵$G\in R^{n\times n}$的算子2范数（记为$\|G\|_2$）.按定义有：

* 朱照宣推荐.

$\|G\|_2=\sup\limits_{x\neq 0}\dfrac{\|Gx\|_2}{\|x\|_2}$，其中$x\in R^n$，$\|x\|_2=(x^Tx)^{\frac{1}{2}}$，$x^T$为向量$x$的转置。

（2） 矩阵$G\in R^{n\times n}$的Frobenius范数（记为$\|G\|_F$）。按定义有：

$\|G\|_F^2=\mathrm{trace}G^TG=\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}g_{ij}^2$，其中$G=(g_{ij})$。

首先研究矩阵Ляпунов方程

$$P_1A+A^TP_1=-Q_1 \tag{2.1}$$

其中，$A\in R^{n\times n}$；P_1，$Q_1\in R^{n\times n}$是正定实对称矩阵。稳定性理论已给出

定理2.1 $A\in R^{n\times n}$的特征值均具负实部（A为稳定矩阵）当且仅当对任何正定矩阵Q_1，方程(2.1)存在唯一的正定矩阵解P_1。

如果A经摄动而成为$A+H$，则（2.1）可以改写成

$$P_1(A+H)+(A+H)^TP_1=-Q_1+P_1H+H^TP_1 \tag{2.2}$$

设Q_1之最小特征值为μ_0，则立即可证明有

定理2.2 设A,P_1,Q_1满足(2.1)，其中P_1,Q_1均为正定实对称矩阵。若H满足范数不等式

$$\|H\|_2<\frac{\mu_0}{2\|P_1\|_2} \tag{2.3}$$

其中μ_0为Q_1之最小特征值，则$A+H$的全部特征值均具有负实部。

证：因A，H，P_1，Q_1满足(2.2)，H满足(2.3)，若$Q_1-(H^TP_1+P_1H)$为正定阵，则由定理2.1即可推得定理2.2，故只须证$Q_1-(H^TP_1+P_1H)$为正定对称阵。

对任意$x\in R^n$，显然有

$x^TQ_1x>\mu_0x^Tx\geqslant 2\|H\|_2\|P_1\|_2x^Tx\geqslant\|H^TP_1+P_1H\|_2x^Tx\geqslant x^T(H^TP_1+P_1H)x$

由此即可知$Q_1-(H^TP_1+P_1H)$为正定对称阵。

为了得到$A+H$的衰减特征，常需估计出$A+H$的特征值距离虚轴的最近距离。为了得到这一距离的近似估计，首先引入一个引理。

引理2.1 设P_1，Q_1均正定矩阵，A，P_1，Q_1满足(2.1)，π_1，π_2，…，π_n是正则矩阵束$\langle Q_1, P_1\rangle_{n\times n}$按升序排的特征值[1]，即$\pi_i$是广义特征值问题

$$Q_1x=\pi P_1x \tag{2.4}$$

的特征值，则A的特征值α_i满足

$$\frac{1}{2}\pi_1\leqslant-\mathrm{Re}\alpha_i\leqslant\frac{1}{2}\pi_n \tag{2.5}$$

证：文献[6]中已证明，若P_0，Q_0正定，S_0为斜实对称矩阵，则$B=P_0[S_0-Q_0]$的全部特征值β_i满足

$$\eta_1\leqslant\mathrm{Re}\beta_i\leqslant\eta_n \tag{2.6}$$

其中η_i是$(-P_0Q_0)$的按升序排的特征值。现在令$Q_0=\frac{1}{2}Q_1$，$P_0=P_1^{-1}$，$S_0=P_1A+\frac{1}{2}Q_1$，显然$S_0=-S_0^T$，其中S_0^T是S_0的转置。方程(2.1)可改写为

$$A=P_1^{-1}[S_0-\frac{1}{2}Q_1] \tag{2.7}$$

而$P_1^{-1}Q_1$的特征值即正则矩阵束$\langle Q_1, P_1\rangle_{n\times n}$的特征值，于是引用（2.6）立即可以得到（2.5）.

现设A经摄动而成为$A+H$，在H满足（2.3）条件下，对矩阵$A+H$特征值实部的估计归结为对相应于（2.2）的正则矩阵束$\langle Q_1-P_1H-H^TP_1, P_1\rangle_{n\times n}$的特征值估计，以下记$\tilde{Q}_1=Q_1-P_1H-H^TP_1$.

利用对广义特征值的摄动界估计[7]，容易得到正则矩阵束$\langle Q_1, P_1\rangle_{n\times n}$与$\langle\tilde{Q}_1, P_1\rangle_{n\times n}$的按升序排的特征值$\pi_i$与$\tilde{\pi}_i$之间满足下列关系

$$\pi_i-2K_2(P_1)\|H\|_2\leqslant\tilde{\pi}_i\leqslant\pi_i+2K_2(P_1)\|H\|_2$$

其中$K_2(P_1)=\|P_1\|_2\cdot\|P_1^{-1}\|_2$是$P_1$对应算子2范数的条件数.

利用（2.5）来估计矩阵$A+H$的特征值，则有

定理2.3 设A，P_1，Q_1满足（2.1），H满足范数不等式

$$\|H\|_2<\frac{\pi_1}{2K_2(P_1)} \tag{2.8}$$

则$A+H$的特征值$\tilde{\alpha}_i$均具负实部，它满足不等式

$$\mathrm{Re}\tilde{\alpha}_i\leqslant-\frac{1}{2}\tilde{\pi}_1\leqslant-\frac{1}{2}\pi_1+K_2(P_1)\|H\|_2 \tag{2.9}$$

不等式（2.9）的右端依赖于π_1，$K_2(P_1)$.在A给定时，π_1，$K_2(P_1)$可由Ляпунов函数矩阵P_1确定.

三、Riccati方程

矩阵Riccati代数方程是与线性控制系统的二次型最优问题相联系的.设线性控制系统的数学描述为

$$\dot{x}=Ax+Bu\qquad x(0)=x_0 \tag{3.1}$$

其中$x\in R^n$，$u\in R^m$，A，B为相应维数的矩阵.

二次型最优问题一般表述为使下述性能指标取极值：

$$J[x_0, u]=\int_0^{+\infty}(x^TQx+u^TRu)dt=\min \tag{3.2}$$

其中R为正定阵，Q为半正定阵.设Q可分解为$Q=C^TC$，而矩阵对（A，C）为完全可观；（A，B）为可镇定.二次型最优问题（3.1）与（3.2）归结为解矩阵Riccati代数方程

$$A^TP+PA-PBR^{-1}B^TP+Q=0 \tag{3.3}$$

及

$$u^*=-R^{-1}B^TPx \tag{3.4}$$

为方便计，又不失一般性，可假定矩阵Q为正定阵.若记$W=BR^{-1}B^T$，W至少为半正定阵，则(3.3)可改写为

$$A^TP+PA-PWP+Q=0 \tag{3.5}$$

如果A，P，Q，W满足（3.5），则对任何H均有

$$(A+H)^TP+P(A+H)-PWP+Q-(H^TP+PH)=0 \tag{3.6}$$

为了使得$Q-(H^TP+PH)$保持正定，仅需约定H满足(2.3)，这时我们以Q，P代替了原式中的Q_1与P_1.以下均设此条件已为小扰动矩阵H所满足.

现设摄动的Riccati代数方程形式上表为

$$(A+H)^T(P+E)+(P+E)(A+H)-(P+E)W(P+E)+Q=0 \tag{3.7}$$

相应于系统矩阵A的小扰动阵H，上式中的E表Riccati方程(3.3)之解的摄动．摄动阵E形式上满足下面的方程

$$(A+H-WP)^TE+E(A+H-WP)-EWE=-(H^TP+PH) \tag{3.8}$$

引理3.2 若H满足条件(2.3)，则$(A+H-WP)$为稳定阵．

证：方程（3.5）可改写为

$$(A-WP)^TP+P(A-WP)=-Q-PWP \tag{3.9}$$

立即可知，$(Q+PWP)$为正定阵，因此$(A-WP)$为稳定阵．又因H满足(2.3)，$(Q+PWP+H^TP+PH)$必为正定阵，所以直接意味着$(A+H-WP)$为稳定阵．

我们引进矩阵$F\in R^{m\times n}$与矩阵$G\in R^{l\times k}$的Kronecker乘积（参见[1]）．按定义有：

$$F\otimes G=\begin{bmatrix} f_{11}G & f_{12}G\cdots f_{1n}G \\ f_{21}G & f_{22}G\cdots f_{2n}G \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{m1}G & f_{m2}G\cdots f_{mn}G \end{bmatrix}\in R^{ml\times nk}$$

它是由空间$R^{m\times n}\times R^{l\times k}$到空间$R^{ml\times nk}$的一种特殊的映射．

为将m行n列矩阵集合（$R^{m\times n}$）中的一元变换为mn维向量空间R^{mn}中的一元，我们再引入映射σ：$R^{m\times n}\to R^{mn}$．如果矩阵

$$F=\begin{bmatrix} f_1^T \\ f_2^T \\ \vdots \\ f_m^T \end{bmatrix}\in R^{m\times n} \quad 其中f_i\in R^n,$$

则F在σ作用下的像$\sigma(F)$是空间R^{mn}中的一个向量，表为

$$\sigma(F)=f=\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix}\in R^{mn}$$

为下面讨论所需，在此仅列举Kronecker乘积的两条性质便够了，更多的性质可参见[1]．

性质1 如果A，B，C，$D\in R^{m\times n}$，则有

$$(A\otimes B)\cdot(C\otimes D)=(A\cdot C)\otimes(B\cdot D)$$

性质2 如果A，X，B，$Q\in R^{m\times n}$满足矩阵方程

$$AXB=Q$$

则有

$$(A\otimes B^T)\cdot x=q$$

其中$x=\sigma(X)$，$q=\sigma(Q)$．

引理3.3 令

$$\mathscr{A}=(A-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A-WP)^T,$$

$$\mathscr{P}=P\otimes I_n+I_n\otimes P$$

则$\mathscr{A}$为非奇异阵且$\mathscr{P}$为正定阵．

证：设矩阵$(A-WP)^T$的Jordan标准型为J_1．因此存在非奇异阵S_1，使得

$$S_1(A-WP)^TS_1^{-1}=J_1$$

由此可得：

$$(S_1\otimes S_1^{-1})[(A-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A-WP)^T](S_1^{-1}\otimes S_1)=J_1\otimes I_n+I_n\otimes J_1 \tag{3.10}$$

因$(A-WP)^T$为稳定阵，即$(A-WP)^T$的所有特征值λ_i位于左半平面，那么$\lambda_i+\lambda_j\neq 0$.这意味着式（3.10）右边矩阵的对角元非零，也就是矩阵$\mathscr{A}$的所有特征值非零，故$\mathscr{A}$非奇异.相应可证$\mathscr{P}$非奇异而且正定.

定理3.1 若H，E足够小，则非线性矩阵方程(3.8)必将E确定为H的单值连续函数：$E=T(H)$，且存在下列极限：

$$\lim_{\|H\|_F\to 0}\|E\|_F=0 \tag{3.11}$$

证：可将方程(3.8)改写为

$$(A+H-WP)^TE+E(A+H-WP)-EWE+H^TP+PH=0 \tag{3.12}$$

在映射σ作用下方程(3.12)两边的像将分别满足下述方程：

$$\sigma[(A+H-WP)^TE+E(A+H-WP)-EWE+H^TP+PH]=0$$

或：

$$\begin{aligned}&[(A+H-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A+H-WP)^T-EW\otimes I_n]e\\&+(I_n\otimes P)h'+(P\otimes I_n)h=0\end{aligned} \tag{3.13}$$

其中$e=\sigma(E)$，$h'=\sigma(H^T)$，$h=\sigma(H)$.

易见$h'=\sigma(H^T)=G\cdot\sigma(H)=Gh$，其中$\mathrm{Det}G\neq 0$. 因而显然有

（1）函数 $f(e,\ h)=[(A+H-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A+H-WP)^T-EW\otimes I_n]e$
$+[(I_n\otimes P)\cdot G+(P\otimes I_n)]\cdot h$

在（e，h）空间坐标原点的小邻域内是有定义的，且分别对e和h可微；

（2） $f(0,\ 0)=0$；

（3） $\mathrm{Det}\left(\dfrac{\partial f}{\partial e}\right)_{e=h=0}=\mathrm{Det}[(A-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A-WP)^T]\neq 0$

（见引理3.3）

故必存在一正数$\delta>0$，使当$\|H\|_F<\delta$及$\|E\|_F<\delta$时方程(3.13)将e确定为h的隐函数：$e=T'(h)$或$E=T(H)$，且在坐标原点的邻域内E是H的单值连续函数，即有

$$\lim_{\|H\|_F\to 0}\|E\|_F=0$$

引理3.4 令$\xi>0$，$\gamma>0$均为足够小量，$\tau>0$.

如果

$$\xi\leqslant\gamma+\tau\xi^2 \tag{3.14}$$

则

$$\xi\leqslant\frac{1}{2\tau}\left[1-(-4\tau\gamma)^{\frac{1}{2}}\right]=\xi_0 \tag{3.15}$$

证：因（3.14）等价于不等方程

$$\tau\xi^2-\xi+\gamma\geqslant 0 \tag{3.16}$$

满足（3.16）的ξ的可能存在区间为$[0,\ \xi_0]$及$\left[\dfrac{1}{2\tau}[1+(1-4\tau K)^{\frac{1}{2}}],\infty\right]$. 注意到$\xi$是小量，故(3.15)式成立.

当$\|H\|_F$为足够小量时定理3.1保证了方程(3.8)之解E的存在性及E对H的连续依赖性.

现在我们来估计H与E的摄动界之间的关系.我们有下面的定理.

定理3.2 如果H满足(2.8)，则矩阵范数$\|H\|_F$与$\|E\|_F$满足下面的估计式：

$$\|E\|_F \leqslant \frac{1-2\alpha\|H\|_F}{2\alpha\beta}\left\{1-\left[1-\frac{8\alpha^2\beta\|P\|_2\|H\|_F}{(1-2\alpha\|H\|_F)^2}\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{3.17}$$

其中$\alpha=\|\mathscr{A}^{-1}\|_2$，$\mathscr{A}=(A-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A-WP)^T$，$\beta=\|W\|_2$，即$W$的最大特征值.

证：方程（3.8）可改写为

$$(A-WP)^TE+E(A-WP)=-H^TE-EH-H^TP-PH+EWE \tag{3.18}$$

令$\mathscr{A}=(A-WP)^T\otimes I_n+I_n\otimes(A-WP)^T$.因（$A-WP$)为稳定阵，则$\mathscr{A}$为非奇异，即$\mathscr{A}^{-1}$存在.再令

$Y=-H^TE-EH-H^TP-PH+EWE$，$e=\sigma(E)$，$y=\sigma(Y)$，那么方程（3.18）等价于方程

$$\mathscr{A}\cdot e=y \tag{3.19}$$

或

$$e=\mathscr{A}^{-1}y \tag{3.20}$$

显然有

$$\|e\|_2\leqslant\|\mathscr{A}^{-1}\|_2\cdot\|y\|_2$$

或

$$\|E\|_F\leqslant\|\mathscr{A}^{-1}\|_2\cdot\|Y\|_F \tag{3.21}$$

即

$$\|E\|_F\leqslant\alpha[2\|H\|_F\cdot\|E\|_F+2\|H\|_F\cdot\|P\|_2+\beta\|E\|_F^2] \tag{3.22}$$

$$\alpha=\|\mathscr{A}^{-1}\|_2,\quad \beta=\|W\|_2$$

因$\|H\|_F$和$\|E\|_F$足够小，利用引理3.4我们就得到（3.17）式.

现在来考虑矩阵W摄动的情形.令矩阵W摄动后变为$W+V$，还令 Riccati 方程(3.5)之解的摄动为E，则E与V形式上满足方程

$$A^T(P+E)+(P+E)A-(P+E)(W+V)(P+E)+Q=0 \tag{3.23}$$

或

$$(A-WP)^TE+E(A-WP)-E(W+V)E=PVE+EVP+PVP \tag{3.24}$$

与定理3.1平行，我们有下面类似的定理.

定理3.3 如果V，E足够小，则非线性矩阵方程（3.24）必将E确定为V的单值连续函数：$E=T_1(V)$，且存在下述极限：

$$\lim_{\|V\|_F\to 0}\|E\|_F=0 \tag{3.25}$$

证：完全类似于定理3.1的证明，故略.

定理3.4 令$\alpha=\|\mathscr{A}^{-1}\|_2$，$\varepsilon=\|W+V\|_2$，$\delta=\|P\|_2$.如果$\|V\|_F<(2\alpha\delta)^{-1}$，则矩阵范数$\|E\|_F$与$\|V\|_F$满足下面的估计式：

$$\|E\|_F\leqslant\frac{1-2\alpha\delta\|V\|_F-[(2\alpha\delta\|V\|_F-1)^2-4\alpha^2\varepsilon\delta^2\|V\|_F]^{\frac{1}{2}}}{2\alpha\varepsilon} \tag{3.26}$$

证：与定理3.2的证明方法相似，易证有

$$\|E\|_F\leqslant\alpha[\varepsilon\|E\|_F^2+2\delta\|V\|_F\cdot\|E\|_F+\delta^2\|V\|_F] \tag{3.27}$$

因$\|V\|_F$，$\|E\|_F$是足够小量，且$\|V\|_F<(2\alpha\delta)^{-1}$，利用引理3.3，可由（3.27）式直接得到（3.26）式.

回顾到$W=BR^{-1}B^T$，可知矩阵W的摄动V代表了矩阵B的摄动B_1，且V与B_1之间的关系为

$$V=BR^{-1}B_1^T+B_1R^{-1}B^T+B_1R^{-1}B_1^T \tag{3.28}$$

由此得到

$$\|V\|_F \leqslant 2\|B\|_F\|R^{-1}\|_2 \cdot \|B_1\|_F + \|R^{-1}\|_2 \cdot \|B_1\|_F^2 \tag{3.29}$$

如此，我们又有

定理3.5 令$r=\|R^{-1}\|_2, b=\|B\|_F, \alpha, \varepsilon, \delta$如定理3.4.如果$\|B_1\|_F \leqslant -b+[b^2+(2\alpha\delta r)^{-1}]^{\frac{1}{2}}$，则不等式（3.26）仍成立.

证：易证

$$0<\|B_1\|_F \leqslant -b+[b^2+(2\alpha\delta r)^{-1}]^{\frac{1}{2}}$$

当且仅当
$$r\|B_1\|_F^2+2br\|B_1\|_F-\frac{1}{2\alpha\delta} \leqslant 0$$

即意味着
$$\|V\|_F \leqslant (2\alpha\delta)^{-1}$$

依定理3.4，直接知（3.26）式必成立.

最后我们来考虑系统（3.1）的参数A，B均有摄动的情况，或等价地考虑Riccati方程（3.5）中矩阵A与W均有摄动的情况.令矩阵A的摄动为H，矩阵W的摄动为V.方程（3.5）之解的摄动为E. H，V，E形式上满足方程

$$(A+H)^T(P+E)+(P+E)(A+H)-(P+E)(W+V)(P+E)+Q=0 \tag{3.30}$$

或方程

$$\begin{aligned}&(A-WP)^TE+E(A-WP)+(H'-PV)E+E(H-VP)\\&+H^TP+PH-PVP-EWE-EVE=0\end{aligned} \tag{3.31}$$

类似于定理3.1，定理3.3，我们有如下定理：

定理3.6 如果H，V，E足够小，则非线性矩阵方程（3.31）必将E确定为H，V的单值连续函数：$E=T_2(H, V)$，且存在下述极限：

$$\lim_{\substack{\|H\|_F\to 0\\ \|V\|_F\to 0}} \|E\|_F=0 \tag{3.32}$$

证：完全类似于定理3.1的证明，故略.

定理3.7 令$\eta=2\|H\|_F+2\|P\|_F\|V\|_F$，$\alpha$，$\delta$如定理3.4所示，如果$H$满足(3.8)，$V$满足条件：$\|V\|_F<(2\alpha\delta)^{-1}$且$\eta$满足条件：

$$\eta<\min\{[2\alpha+4\alpha^2\|P\|_2(\|W\|_2+\|P\|_2\|V\|_F)]^{-1},\ \alpha^{-1}\}$$

则矩阵范数$\|H\|_F$，$\|V\|_F$，$\|E\|_F$满足下面的不等式：

$$\|E\|_F \leqslant \frac{(1-\alpha\eta)-\{(1-\alpha\eta)^2-4\alpha^2(\|W\|_2+\|V\|_F)[2\|H\|_F\|P\|_2+\|P\|_2^2\|V\|_F]\}^{\frac{1}{2}}}{2\alpha(\|W\|_2+\|V\|_F)} \tag{3.33}$$

证：与定理3.2的证明相似，易证有

$$\begin{aligned}\|E\|_F \leqslant \alpha[&\eta\|E\|_F+2\|H\|_F^T \cdot \|P\|_2+\|P\|_2^2\|V\|_F+\\&+\|E\|_F^2\cdot\|W\|_2+\|E\|_F^2\|V\|_F]\end{aligned} \tag{3.34}$$

若令
$$a=\alpha(\|W\|_2+\|V\|_F),\quad b=(\alpha\eta-1)$$
$$c=\alpha[2\|H\|_F\cdot\|P\|_2+\|P\|_2^2\cdot\|V\|_F]$$

则不等式（3.34）等价于不等式

$$a\|E\|_F^2+b\|E\|_F+c\geqslant 0$$

由此得到

$$\|E\|_F \leqslant \frac{-b-[b^2-4ac]^{\frac{1}{2}}}{2a}$$

此即 (3.33) 式.

参 考 文 献

1. 黄琳,《系统与控制理论中的线性代数》, 即将出版, 科学出版社, 北京.
2. Zhu Wei-ling and Hwang Ling, Some problems concerning the hyperstability theory in design of adaptive control, *Proceedings of Bilateral Meeting on Control Systems*, Shanghai, (1981).
3. 黄琳, 郑应平, 李亚普诺夫第二方法与多变量线性系统,《控制理论及应用学术会议文集》, 厦门, 科学出版社, (1979).
4. Stewart, G. W., *Introduction to Matrix Computations*.
5. Barnett, S., *Matrices in Control Theory*.
6. Barnett, S. and Storey, C., Analysis and synthesis of stability matrices, *J. Diff. Eqns*. 3 (1967).
7. 黄琳, 广义特征值的摄动定理, 北京大学学报, 4 (1978).

The Small Disturbance Problems Associated with the Algebraic Riccati Equation of Continuous Linear Time-Invariant Systems

Hwang Ling and Zhu Wei-ling

(*Mechanics Department, Beijing University, Beijing*)

Abstract

The stability problem of the disturbed algebraic Riccati equation of continuous linear time-invariant systems is discussed in this paper. Through matrix norm analysis the estimation (expressed in terms of the disturbance range of the system parameters) of the disturbance range in the solution of the disturbed algebraic Riccati equation is established. This method appears quite convenient for the practical computational purposes.