应用数学和力学,第 25 卷 第 3 期(2004 年 3 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2004) 03_0291_06

Lur' e 系统稳定与同步的脉冲控制*

孙继涛[1], 吴启迪[2]

(1. 同济大学 应用数学系, 上海 200092;
2. 同济大学 CIMS 研究中心, 上海 200092)

(戴世强推荐)

摘要: 提出了 Lur' e 系统的脉冲控制系统· 利用关于脉冲系统稳定的几个定理, 得到了具变化的脉冲区间的 Lur' e 系统镇定的充分条件; 并且给出了 Lur' e 系统的适当参数与脉冲控制律, 使得两个 Lur' e 系统脉冲同步· 最后, 给出数值例子说明本文结论的有效性·

关 键 词: 脉冲控制; 稳定; 同步; Lur' e 系统

中图分类号: O175.12 文献标识码: A

引 言

在实际中, 存在许多脉冲控制系统(见[1~ 3])· 近年来, 脉冲控制被广泛应用于混沌系统的稳定与同步(见[4~ 15])· 例预测 Poincare 控制[4] 和适时比例反馈控制[5] 是二个具变化脉冲区间的脉冲控制系统, Yang 等在[7, 11] 中, 分别研究了 Lorenz 系统的稳定与同步, Yang 和 Chua 在[13] 中给出了具脉冲控制的 Chua 氏振子稳定与同步的充分条件· Xie 等在[14] 中用[15] 的结论研究了 Lorenz 系统· 脉冲控制得到关注是因为它用很小的控制脉冲即能镇定混沌系统, 在混沌载波信号扩展谱的应用上提供了模式数字信息的直接方法· 然而, 脉冲微分方程稳定性的研究与相对应的微分方程相比是比较困难的·

Lur' e 控制系统是一类重要的非线性控制系统· 许多研究者对它的绝对稳定性进行了研究(见[16~ 17])· 近年来, 许多作者对 Lur' e 系统的鲁棒稳定性进行了研究并得到了系统鲁棒绝对稳定的不少充分条件(见[18~ 26])·

Lur' e 系统的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}f(\sigma), \\ \sigma = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \cdot \end{cases} \tag{1}$$

当 $\sigma = (0 \quad 0 \quad 1)\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 15 \\ 1 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & -0.5 \end{pmatrix}$, $f(\sigma) = -(K/3)\sigma^3$, $K = 2.48$, $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}} = (66.25 \quad 3 \quad 1)$

* 收稿日期: 2002_10_26; 修订日期: 2003_11_20
基金项目: 973 项目(2002CB312200); 国家自然科学基金资助项目(79970030; 60104004); 上海市自然科学基金资助项目(03ZR14095)
作者简介: 孙继涛(1963—), 男, 江苏张家港人, 教授, 博士(联系人. Tel: 86_21_51030747; E_mail: sunjt@sh163.net).

和 $x_1(0)=0.8, x_2(0)=-1.5, x_3(0)=0.6$ 时, 系统(1) 是混沌的•

本文中, 我们首先考虑具脉冲控制和变化脉冲区间的 Lur' e 系统的稳定性, 得到了脉冲控制的 Lur' e 系统是渐近稳定的条件, 尔后, 研究了两个 Lur' e 系统的脉冲同步问题, 给出了其渐近稳定的判据, 最后, 给出数值例子说明结论的有效性•

本文的构造如下, 在第 1 节中, 我们介绍一些基本定义及结论; 在第 2 节和第 3 节里分别讨论了 Lur' e 系统的稳定性与同步; 在第 4 节中给出了一个数值例子说明结论的有效性; 在第 5 节里给出了本文的结论•

1 辅 助 结 果

一个脉冲微分系统如下描述[1]

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t)=f(t,\boldsymbol{x}(t)) & (t\neq\tau_i), \\ \Delta\boldsymbol{x}(t)\overset{\Delta}{=}\boldsymbol{x}(t^+)-\boldsymbol{x}(t^-)=U_i(\boldsymbol{x}) & (t=\tau_i;\ i=1,2,\cdots), \end{cases} \tag{2}$$

这里 $\boldsymbol{x}\in R^n$ 是状态变量, $f:\mathbf{R}_+\times R^n\to R^n$ 连续, $U_i: R^n\to R^n$ 是状态变量在时间瞬时 τ_i 的改变, $\tau_i^+=\lim\limits_{\varepsilon\to0^+}(\tau_i+\varepsilon)$, $\tau_i^-=\lim\limits_{\varepsilon\to0^+}(\tau_i-\varepsilon)$• 换言之, τ_i^+ 和 τ_i^- 分别定义为 τ_i 前后的瞬时• $\{\tau_i: i=1,2,\cdots,\infty\}$ 满足 $0<\tau_1<\tau_2<\cdots<\tau_i<\tau_{i+1}<\cdots$, $\tau_i\to\infty$ 当 $i\to\infty$ 时•

为得到系统(2) 稳定的充分条件, 我们首先介绍下列定义和结果

定义 1[1] 设 $V:\mathbf{R}_+\times R^n\to\mathbf{R}_+$, 则称 V 属于 V_0 类, 如果

1) V 在 $(\tau_{i-1},\tau_i]\times R^n$ 连续, 且对每个 $\boldsymbol{x}\in R^n$, $(i=1,2,\cdots)$

$$\lim_{(t,\boldsymbol{y})\to(\tau_i^+,\boldsymbol{x})} V(t,\boldsymbol{y})=V(\tau_i^+,\boldsymbol{x}) \text{ 存在;} \tag{3}$$

2) V 在 $\boldsymbol{x}$ 是局部 Lipschitz 的•

定义 2[1] 对 $(t,\boldsymbol{x})\in(\tau_{i-1},\tau_i]\times R^n$ 我们定义

$$D^+V(t,\boldsymbol{x})\overset{\Delta}{=}\limsup_{h\to0}\frac{1}{h}[V(t+h,\boldsymbol{x}+hf(t,\boldsymbol{x}))-V(t,\boldsymbol{x})]• \tag{4}$$

我们下面介绍在脉冲微分系统的稳定性分析中有重要作用的比较系统:

定义 3[1] 设 $V\in V_0$, 且

$$D^+V(t,\boldsymbol{x})\leqslant g(t,V(t,\boldsymbol{x}))\qquad(t\neq\tau_i) \tag{5}$$

$$V(t,\boldsymbol{x}+U_i(\boldsymbol{x}))\leqslant\Psi_i(V(t,\boldsymbol{x}))\qquad(t=\tau_i) \tag{6}$$

这里 $g:\mathbf{R}_+\times\mathbf{R}_+\in\mathbf{R}$ 连续, $\Psi_i:\mathbf{R}_+\in\mathbf{R}_+$ 非降, 则下列系统

$$\begin{cases} \dot{\omega}=g(t,\omega) & (t\neq\tau_i), \\ \omega(\tau_i^+)=\Psi_i(\omega(\tau_i)), \\ \omega(t_0^+)=\omega_0\geqslant0 \end{cases} \tag{7}$$

称作(2) 的比较系统•

定理 1[1] 如果下列三个条件满足

1) $V:\mathbf{R}_+\times S_\rho\to\mathbf{R}_+$, $\rho>0$, $V\in V_0$, $D^+V(t,\boldsymbol{x})\leqslant g(t,V(t,\boldsymbol{x}))\qquad(t\neq\tau_i)$;

2) 存在 $\rho_0>0$ 使得 $\boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$ 时, 对所有的 i 有 $\boldsymbol{x}+U_i(\boldsymbol{x})\in S_{\rho_0}$ 和对 $\boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$, $t=\tau_i$ 有 $V(t,\boldsymbol{x}+U_i(\boldsymbol{x}))\leqslant\Psi_i(V(t,\boldsymbol{x}))$;

3) 存在 $\alpha(\cdot),\beta(\cdot)\in\mathscr{N}$, 在 $\mathbf{R}_+\times S_\rho$ 上有 $\beta(\|\boldsymbol{x}\|)\leqslant V(t,\boldsymbol{x})\leqslant\alpha(\|\boldsymbol{x}\|)$, 则比较系统(7) 的平凡解的稳定性性质蕴含系统(2) 的平凡解的对应的稳定性性质• 这里 $\mathscr{N}=\{\alpha(\boldsymbol{x}):\alpha\in C[\mathbf{R}_+,\mathbf{R}_+],\ \alpha(0)=0,\ \alpha(\boldsymbol{x})$ 是严格单调增加的$\}$, $S_\rho=\{\boldsymbol{x}\in R^n\mid\|\boldsymbol{x}\|<\rho$, $\|\cdot\|$ 为欧

几里德模}•

定理 2[15] 设 $g(t,\omega)=\dot{\lambda}(t)\omega$, $\lambda\in C^1[\mathbf{R}_+,\mathbf{R}_+]$, $\Psi_i(\omega)=d_i\omega$, $d_i\geqslant 0$, 则系统(2)的平凡解是渐近稳定的, 如果下列条件成立

1) $\sup_i\{d_i\exp[\lambda(\tau_{i+1})-\lambda(\tau_i)]\}=\varepsilon_0<\infty$;

2) 存在 $r>0$ 使得 $\lambda(\tau_{2k+3})+\ln(rd_{2k+2}d_{2k+1})\leqslant\lambda(\tau_{2k+1})$ 对 $d_{2k+2}d_{2k+1}\neq 0$ 成立 $(k=0,1,\cdots)$;

3) $\lambda(t)$ 满足 $\dot{\lambda}(t)\geqslant 0$;

4) 存在 $\alpha(\cdot)\in\mathcal{N}$和 $\beta(\cdot)\in\mathcal{N}$, 使得 $\beta(\|\boldsymbol{x}\|)\leqslant V(t,\boldsymbol{x})\leqslant\alpha(\|\boldsymbol{x}\|)$•

2 Lur' e 系统的脉冲稳定性

我们现在介绍如下 Lur' e 系统的脉冲控制

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}f(\sigma) & (t\neq\tau_i),\\ \sigma=\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}, & \\ \Delta\boldsymbol{x}\mid_{t=\tau_i}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{x} & (t=\tau_i,\ i=1,2,\cdots),\end{cases}\tag{8}$$

这里 $\boldsymbol{B}$ 是对称矩阵且满足 $\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})\leqslant 1$, $f(\sigma)\in K[0,k]=\{f(0)=0,\ 0<\sigma f(\sigma)<k\sigma^2,(\sigma\neq 0)\}$, $\{\tau_i: i=1,2,\cdots\}$ 满足

$$\Delta_1=\sup_j\{\tau_{2j+1}-\tau_{2j}\}<\infty,\tag{9}$$

$$\Delta_2=\sup_j\{\tau_{2j}-\tau_{2j-1}\}<\infty•\tag{10}$$

和对给定的常数 $\varepsilon>0$

$$\tau_{2j+1}-\tau_{2j}\leqslant\varepsilon(\tau_{2j}-\tau_{2j-1})\qquad(\forall j\in\{1,2,\cdots\})•\tag{11}$$

注 1 条件(9)与(10)表明开关数是无穷的, 条件(11)表明脉冲区间是不相等的•

脉冲控制的 Lur' e 系统(8)的稳定性结果能得到:

定理 3 系统(8)的原点是渐近稳定的, 如果存在一个 $\xi>1$ 使得

$$0\leqslant q+2k\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|\leqslant-(\ln(\xi d^2))/((1+\varepsilon)\Delta_2),\tag{12}$$

这里 q 是$(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A})$ 的最大特征值, $d=\rho^2(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})$, $\rho(\boldsymbol{A})$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的谱半径, $\boldsymbol{I}$ 是单位矩阵•

证明 构造 Liapunov 函数 $V(t,\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$, 对 $t\neq\tau_i$, 我们有

$$\begin{aligned}D^+V(t,\boldsymbol{x})={}&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}f(\sigma)+\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}f(\sigma)\leqslant\\ &q\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+2\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{x}f(\sigma)\|\leqslant\\ &q\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+2\|\boldsymbol{b}\|k\|\boldsymbol{c}\|\|\boldsymbol{x}\|^2=\\ &(q+2k\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=(q+2k\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|)V•\end{aligned}$$

因此, 取 $g(t,\omega)=(q+2k\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|)\omega$ 可知定理 1 的条件 1 满足•

因为 $\boldsymbol{B}$ 是对称的, 故$(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})$ 也是对称阵, 用欧几里德模, 我们有 $\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})=\|\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}\|$• 任给 $\rho_0>0$ 和 $\boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$, 我们有 $\|\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}\|\leqslant\|\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B}\|\|\boldsymbol{x}\|=\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})\|\boldsymbol{x}\|\leqslant\|\boldsymbol{x}\|$• 上面最后一个不等式是由于 $\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})\leqslant 1$, 因此有 $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}\in S_{\rho_0}$•

对 $t=\tau_i$, 我们有

$$V(\tau_i,\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x})=(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})\boldsymbol{x}\leqslant dV(\tau_i,\boldsymbol{x})$$

故取 $\Psi_i(\omega)=d\omega$ 时, 定理 1 的条件 2 也满足• 定理 1 的条件 3 是显然满足的• 由定理 1 可知脉冲控制的 Lur' e 系统(8)是渐近稳定的, 只要下列比较系统

$$\begin{cases} \dot{\omega} = (q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|)\omega, \ t \neq \tau_i, \\ \omega(\tau_i^+) = d\omega(\tau_i), \\ \omega(\tau_0^+) = \omega_0 \geqslant 0 \end{cases}$$

是渐近稳定的•

我们现在考虑定理 2 的条件• 因为

$$\sup_i \{ d \exp(q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|)(\tau_{i+1} - \tau_i) \} =$$
$$d \exp((q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|) \max\{\Delta_1, \Delta_2\}) < \infty,$$

则定理 2 的条件 1 成立• 另外

$$(q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|)(\tau_{2i+1} - \tau_{2i-1}) =$$
$$(q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|)(\tau_{2i+1} - \tau_{2i} + \tau_{2i} - \tau_{2i-1}) \leqslant$$
$$(q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|)(\Delta_1 + \Delta_2) \leqslant$$
$$(q + 2k \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\|)(1 + \varepsilon)\Delta_2 \leqslant -\ln(\xi d^2)•$$

上面最后一个不等式是由于(12)成立• 故定理 2 的条件 2 也满足• 其它条件的满足是显然的, 故系统(8)的平凡解是渐近稳定的• 证毕•

注 2　条件(12)蕴含 $V(t, \boldsymbol{x})$ 仅要求沿开关序列的奇子序列非增, 而没有要求在整个开关序列上非增•

3　Lur' e 系统的脉冲同步

本节中, 我们研究 Lur' e 系统的脉冲同步• 一个脉冲同步构形中, 驱动系统由(1)给出, 被驱动系统为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}f(\sigma), \ \sigma = c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}, \ f(\sigma) \in K[0, k], \tag{13}$$

这里 $\boldsymbol{x}$ 是被驱动系统的状态变量, $f(\boldsymbol{x})$ 满足 Lipschitz 条件 $\|f(\boldsymbol{x}) - f(\boldsymbol{y})\| \leqslant L \|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}\|$•

在离散瞬时 τ_i, $i = 1, 2, \cdots$, 驱动系统的状态变量被传递到被驱动系统且被驱动系统的状态变量与这些瞬时的跳跃有关, 在这种情况下, 被驱动系统的模型是下列脉冲方程

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}f(\sigma) \qquad (t \neq \tau_i), \\ \sigma = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}, \ f(\sigma) \in K[0, k], \\ \Delta\boldsymbol{x}|_{t=\tau_i} = -\boldsymbol{B}\boldsymbol{e} \qquad (i = 1, 2, \cdots), \end{cases} \tag{14}$$

这里 $\{\tau_i: i = 1, 2, \cdots\}$ 满足(9) ~ (11), $\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}$ 是同步误差• 设

$$\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{b}f(\sigma) - \boldsymbol{b}f(\sigma) = \boldsymbol{b}(f(\sigma) - f(\sigma))•$$

则脉冲同步的误差系统为

$$\dot{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{e} + \Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) \qquad (t \neq \tau_i); \ \Delta\boldsymbol{e}|_{t=\tau_i} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{e} \qquad (i = 1, 2, \cdots)• \tag{15}$$

下面定理保证脉冲同步是渐近稳定的:

定理 4　两个 Lur' e 系统的脉冲同步是渐近稳定的, 如果存在 $\xi > 1$ 使得

$$0 \leqslant q + 2kL \|\boldsymbol{b}\| \|\boldsymbol{c}\| \leqslant -(\ln(\xi d^2))/((1 + \varepsilon)\Delta_2), \tag{16}$$

这里 q 是 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}$ 的最大特征值, $d = \rho(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{B})$•

证明　注意到除了 $\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x})$, 误差系统(15)与(8)一样• 取 Liapunov 函数 $V(t, \boldsymbol{e}) = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}$, 则对 $t \neq \tau_i$, 我们有

$$D^+ V(t, \boldsymbol{e}) = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\Psi(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) + \Psi^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x})\boldsymbol{e} \leqslant$$
$$q\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + 2\|\boldsymbol{b}\| \|k\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}[f(\sigma) - f(\sigma)]\| \leqslant$$

$$(q+2kL\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|)\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}=(q+2kL\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|)V,$$

故取 $g(t,\omega)=(q+2kL\|\boldsymbol{b}\|\|\boldsymbol{c}\|)\omega$ 时, 可知定理 1 的条件 1 满足• 余下的同定理 3 的证明• 证毕•

4 数 值 例 子

在系统(8)中取 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-10 & 10 & 0\\ 28 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -8/3\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\lambda & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{c}=(0\quad 0\quad 1)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{b}=(0\quad 0\quad 1/2)^{\mathrm{T}}$, $k=1$, 则易知 $q=28.051$, $d=(\lambda+1)^2$, 当 $\lambda\in(-2,0)$ 时 $\rho(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})\leqslant 1$•

对满足 $0<\xi d<1$ 的 $\xi>1$, 我们取 $\varepsilon=0.5$ 且对所有的 $j=1,2,\cdots$,

$$\tau_{2j+1}-\tau_{2j}=\Delta_1=-\ln(\xi d)/(1.5(q+1)),\quad \tau_{2j}-\tau_{2j-1}=\Delta_2=-2\ln(\xi d)/(1.5(q+1))•$$

则由定理 3 知, 在上述参数下系统(8)的平凡解是渐近稳定的•

5 结 束 语

本文介绍了混沌动力系统的脉冲控制理论, 得到了脉冲区间 Δ 的上界估计, 并应用这些理论研究 Lur' e 系统的脉冲控制与同步• 不确定非线性系统的脉冲控制还很少见到报道, 等待进一步的研究•

[参 考 文 献]

[1] Lakshmikantham V, Bainov D D, Simeonov P S. *Theory of Impulsive Differential Equations* [M]. Singapore: World Scientific, 1989.

[2] Samoilenko A M, Perestyuk N A. *Impulsive Differential Equations* [M]. Singapore: World Scientific, 1995.

[3] Yang T. Impulsive control[J]. *IEEE Trans Automat Contr*, 1999, **44**(5): 1081—1083.

[4] Schweizer J, Kennedy M P. Predictive Poincare control: A control theory for chaotic systems[J]. *Phys Rev E*, 1995, **52**(5): 4865—4867.

[5] Hunt E R, Johnson G. Keeping chaos at bay[J]. *IEEE Spectrum*, 1993, **30**(11): 32—36.

[6] Stojanovski T, Kocarev L, Parlitz U. Driving and synchronizing by chaotic impulses[J]. *Phys Rev E*, 1996, **43**(9): 782—785.

[7] Yang T, Yang L B, Yang C M. Impulsive synchronization of Lorenz systems [J]. *Phys Lett A*, 1997, **226**(6): 349—354.

[8] Amirtkar R E, Gupte N. Synchronization of chaotic orbits: The effect of a finite time step[J]. *Phys Rev E (Statistical Physics, Plasmas, Fluids and Related Interdisciplinary, Topics)*, 1993, **47**(6): 3889—3895.

[9] Yang T,. Chua L O. Impulsive control and synchronization of nonlinear dynamical systems and application to secure communication [J]. *Int J Bifur Chaos*, 1997, **7**(3): 645—664.

[10] Yang T, Chua L O. Impulsive control and synchronization of chaotic systems and secure communication[R]. Electronics Research Laboratory, College of Engineering, University of California, Berkeley, CA 94720, Memorandum No. UCN/ERL M97/12, 29 January 1997.

[11] Yang T, Yang L B, Yang C M. Impulsive control of Lorenz system[J]. *Phys D*, 1997, **110**: 18—24.

[12] Yang T, Yang C M, Yang L B. Control of Rossler system to periodic motions using impulsive control methods [J]. *Phys Lett A*, 1997, **232**: 356—361.

[13] Yang T, Chua L O. Impulsive stabilization for control and synchronization of chaotic systems: Theory and application to secure communication [J]. IEEE Trans, Circuits Syst I, 1997, **44**(10): 976—988.
[14] Xie W X, Wen C Y, Li Z G. Impulsive control for the stabilization and synchronization of Lorenz systems [J]. Phys Lett A, 2000, **275**: 67—72.
[15] Li Z G, Wen C Y, Soh Y C. Analysis and design of impulsive control systems [J]. IEEE Trans Automat Contr, 2001, **46**(6): 894—903.
[16] Vidyasagar M. Nonlinear Systems Analysis [M]. London: Prentice_Hall, 1993.
[17] Grujic L J T, Petkovski D J. On robustness of Lur' e systems with multiple non_linearities[J]. Automatica, 1987, **23**: 327—334.
[18] Tesk A, Vicino A. Robust absolute stability of Lur' e control systems in parameter space [J]. Automatica, 1991, **27**(1): 147—151.
[19] Dahleh M, Tesk A, Vicino A. On the robust Popov criterion for interval Lur' e system [J]. IEEE Tansactions on Automatic Control, 1993, **38**: 1400—1405.
[20] Mori T, Nishimura T, Kuroe Y, et al. Comments on 'On the robust Popov criterion for interval Lur' e system' [J]. IEEE Tansactions on Automatic Control, 1995, **40**: 136—137.
[21] Wada T, Ikeda M, Ohta Y, et al. Parametric absolute stability of Lur' e systems[J]. IEEE Tansactions on Automatic Control, 1998, **43**(11): 1649—1653.
[22] Konishi K, Kokame H. Robust stability of Lur' e systems with time_varying uncertainties: a linear matrix inequality approach [J]. Int J Systems Science, 1999, **30**(1): 3—9.
[23] Ugrinovskii V A, Petersen I R. Guaranteed cost control of uncertain systems via Lur' e_Postnikov Lyapunov functions[J]. Automatica, 2000, **36**: 279—285.
[24] Wada T, Ikeda M, Ohta Y, et al. Parametric absolute stability of multivariable Lur' e systems [J]. Automatica, 2000, **36**: 1365—1372.
[25] 孙继涛, 邓飞其, 刘永清. 具滞后的区间 Lurie 型系统的鲁棒绝对稳定性[J]. 系统工程与电子技术, 2001, **23**(3): 47—50.
[26] 孙继涛, 邓飞其, 刘永清. 不确定 Lurie 控制系统的绝对稳定性[J]. 系统工程与电子技术, 2001, **23**(8): 58—60.

Impulsive Control for the Stabilization and Synchronization of Lur' e Systems

SUN Ji_tao[1], WU Qi_di[2]
(1. Deptartment of Applied Mathematics, Tongji University, Shanghai 200092, P.R. China;
2. CIMS Research Center, Tongji University, Shanghai 200092, P.R. China)

Abstract: An impulsive control scheme of the Lur' e system and several theorems on stability of impulsive control systems was presented, these theorems were then used to find the conditions under which the Lur' e system can be stabilized by using impulsive control with varying impulsive intervals. The parameters of Lur' e system and impulsive control law are given, a theory of impulsive synchronization of two Lur' e system is also presented. A numerical example is used to verify the theoretical result.

Key words: impulsive control; stabilization; synchronization; Lur' e system