

文章编号: 1000-0887(2005) 01-0058-09

考虑到渗透效应的一种血液流动的计算方法^{*}

A. 克乌玛¹, C.L. 范西尼¹, G.C. 夏玛

(1. 瑞 范西尼学院 数学和计算机科学系, 阿利加赫 202001, 印度;
2. 基础科学研究所, 坎大热, 阿格拉 282002, 印度)

(郭兴明推荐)

摘要: 得到了定常情况下, 狗二分叉动脉横截面的三维 Navier-Stokes 方程的有限元处理方法, 并考虑到管壁的渗透影响, 数值方法还包括直角坐标和曲线坐标的变换。详细讨论了渗透性影响下的定常流、分叉流以及切应力情况。以分支和主干血管的速度比为参量, 计算雷诺数为 1000 情况下管壁切应力, 数值结果和先前的实验结果符合得很好。该文的工作是 Shama 等(2001)工作的改进, 使计算量更小, 能够处理的雷诺数范围更大。

关键词: 管壁切应力; 渗透性; Galerkin 方法; 血管
中图分类号: O242.1; O357.1; R318.01 文献标识码: A

引 言

在工业化社会里, 血管在身心健康中扮演非常重要的角色, 是发病和死亡的重要原因。因此, 血液动力学一直是研究热点。血流方面的研究已经有了大量的报道, 但血管壁的渗透性一直被人们忽略。本文, 我们将研究考虑了渗透性影响的血液流动。在自然界、医学和工程技术界, 流体在可渗透介质中的流动现象普遍存在并且是一很重要的基本流动形态。可渗透性壁宏观上被处理成各向同性介质。血管壁的几何形态、结构和力学特性将与血压和流动状况密切相关。随着人们发现心血管疾病、动脉狭窄与血管的流动状态紧密相关, 该领域在近年来受到极大的关注。

多孔渗水介质作为一精细设备已经被用来控制流体的流动, 而在流动数值分析中, 主要因素是用于模拟血管真实狭窄情况的几何模型。下面是一些研究血管内流动问题的例子, Anderson 和 Malone(1974)^[1]研究了多孔动脉管内壁的渗透流动机理; Thompson 等(1974)^[2]提出了一种数值处理技术; 用于产生对应于任意几何形状的曲线坐标系统, 该处理方法被用于处理椭圆方程, 如物理平面上的曲线坐标系统。

Hellsten 和 Pettersson(1977)^[3]通过实验模型, 分别就考虑和不考虑狭窄的情况, 对由于导管的插入而引起的血管内血液动力学的变化作了广泛的研究; Gokhale 等(1978)^[4]利用有限元方法, 处理二维定常状态下的 N-S 方程; Greshno 等(1979)^[5]数值求解了 N-S 方程组; Pedley(1980)^[6]指出许多物理和生化因素在粥样硬化和血栓症起了重要作用; Mishra 和 Singh

* 收稿日期: 2002_10_17

本文原稿为英文, 由滕忠照译, 张禄坤校。

(1983)^[7]研究了血管中的非线性流动; Zarins 等(1983)^[8]用激光多普勒检测了雷诺数分别为 400, 800 和 1 200 定常状态下的流速剖面 and 切应力, 他们发现内膜最厚的地方往往在低切应力区, 而内膜最薄的地方其切应力的数值也高. Agonafer 等(1985)^[9]用有限差分方法分析了血管中的血流.

Bramley 和 Sloan(1987)^[10]分析了对称分叉管中的定常二维流动; Rieu 等(1989)^[11]指出, 矩形分叉管内的流动形态在很大程度上和圆形分叉管的流动形态一致; Rodkiewicz 等(1990)^[12]用几种非牛顿流体模型模拟血液在大血管内的流动情况, 发现无论对于流速还是切应力, 几种模型之间几乎没有区别; Johnston 和 Kilpatrick(1991)^[13]研究了狭窄血管壁的几何不规则的影响, 雷诺数从 20 到 1000, 他们发现沿着光滑的狭窄壁, 压力将急剧下降, 这和人们原先的预见不同, 以前人们认为在狭窄管内压力也将缓慢降低; Friedman 和 Fry(1993)^[14]证实正常的血管内皮起着主要的屏障作用, 以阻止大分子进入血管壁; Tamamidis 和 Assamis(1993)^[15]通过数值计算模拟矩形截面弯曲管内的定常流动, 然而, 他们的算例和动脉系统的血液动力学没有联系.

事实表明, 血液动力学因素将影响血液的输运以及血管壁的特性, 如管壁对血液中溶质和气体等物质的渗透性[Henderson 等(1994)^[16]; Shipley 和 Gregg(1994)^[17]研究了血管周围结缔组织对其中血流的影响; Katz 等(1995)^[18]指出, 在为得到血管壁的几何形态而进行的实验过程中, 对血管轴向的处理方法将会对管壁切应力分布的计算结果有深刻的影响, 因此, 为了计算管壁切应力而进行的血管样本的核磁共振实验时, 要谨慎降低伴随着的整体误差; Lever 和 Coleman(1995)^[19]研究了被血管壁摄取的蛋白质聚集成高分子的过程.

数值计算技术已经成功地运用于研究血管中的流动现象, 并能刻划越来越多的细节, 包括非牛顿流动和可扩张管在定常和脉动状态下的流动状态; Perktold 和 Rappitsch(1995)^[20]用数值方法研究血管中的血液动力学; 新发展的有效的数值计算方法和计算机将使人们能够模拟病理和解剖学上的真实情况, 这些进展有助于定量、精细地刻划不同病理状态管壁几何形态的变化对血液动力学的影响.

Huang 和 Tarbell(1997)^[21]提出一数学模型用于模拟血管壁的传质; Korenga 等(1998)^[22]研究了粥样硬化中基因表达和白蛋白输运以及血小板破裂等过程中的生化因素, 表明管壁切应力等血液动力学因素是刺激因素; Dash 等(1999)^[23]分析了在导管插入的弯曲狭窄血管内的血液流动; Kamer 和 Perktold(2000)^[24]研究了内皮破坏的影响和血压对白蛋白在血管壁内聚集的影响; Stroud 等(2000)^[25]发现狭窄的形态对流场和对管壁切应力等力学参量的影响程度是一样的; Sharma 等(2001)^[26]通过有限差分研究狭窄管内的 MHD 流动; Shivkumar(2001)^[27]研究了血管壁内的胆固醇渗透问题, 指出含有胆固醇的血液将会在可渗透的血管壁中来回流动.

然而, 在上面的研究工作中, 血管壁组织的渗透现象并没有被慎重地考虑. 为了能更真实地反映实际生理情况, 本文将仔细考虑血管壁的渗透性, 并用 Galerkin 有限元方法处理控制方程.

本文的目的是利用二维有限元方法研究可渗透管内的定常流动, 其内的流体假设为不可压缩的牛顿流体. 本文的数值方法包括如下几点, 首先是坐标变换, 其次, 变换的结果参量将运用于 Galerkin 有限元处理方法, 进而用于处理可渗透介质的控制方程和边界条件. 我们利用 Galerkin 划分去计算雷诺数为 1000 情况下的数值结果和管壁切应力, 结果与 Sharma 等(2001)的^[28]实验结果符合得很好, 表明本文的方法和真实情况相当接近.

1 坐标变换

下面的椭圆方程组用于产生曲线坐标系

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0. \quad (2)$$

由于该变换的控制方程是椭圆方程, 因此也叫椭圆网格生成器[Thompson 等(1974)]^[2]. 交换方程组(1)和(2)中的因变量和自变量, 我们得到

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = 0, \quad (3)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = 0, \quad (4)$$

其中

$$\alpha = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2,$$

$$\beta = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right),$$

$$\gamma = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2,$$

这里, α 和 β 是变换参数, x 和 y 是独立变量.

2 基本关系式

本文假设, 血液是不可压缩的牛顿流体, 其流动是定常层流, 而且在流动过程中温度不变. 得到定常情况下的表达式后, 很容易通过时间上的渐进, 从而得到不定常情况下的结果.

在笛卡尔坐标系中, 用涡量作为变量, 改写连续性方程和 N-S 方程以后, 得到如下形式的椭圆形流动方程

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) - \frac{\omega}{K}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = -\omega \quad (6)$$

其中 Re 是雷诺数, K 是渗透系数, ϕ 是流函数. 将方程(5), 转换至数值平面(ξ, η), 可以得到

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{Y_\eta(\omega)_\xi - Y_\xi(\omega)_\eta}{J} + \frac{X_\xi(\omega)_\eta - X_\eta(\omega)_\xi}{J} = \frac{\alpha \omega_\xi - 2\beta \omega_{\xi\eta} + \gamma \omega_\eta + \sigma \omega_\eta + \tau \omega_\xi}{J^2 Re} - \frac{1}{K}, \quad (7)$$

$$\text{和} \quad \alpha \phi_{\xi\xi} - 2\beta \phi_{\xi\eta} + \gamma \phi_{\eta\eta} + \sigma \phi_\eta + \tau \phi_\xi = -J^2 \omega, \quad (8)$$

其中 $\sigma = -J^2 P$, $\tau = -J^2 Q$.

边界条件

假如 $\phi =$ 常数, 例如对于不可渗透的固壁边界, 由下面的方程(8)可得如下形式的边界条件

$$\omega_{\text{wall}} = -\frac{\gamma}{J^2}, \quad \text{当} \quad \eta = \text{const},$$

$$\omega_{\text{wall}} = -\frac{\alpha}{J^2}, \quad \text{当 } \xi = \text{const}$$

和 $\partial\phi/\partial n = 0$,

此处 $\partial\phi/\partial n$ 是法向导数, 壁面上的流函数是从流动参量导出的。在出口处, 速度和涡量满足 Neumann 条件, 其形式如下

$$\frac{\partial\omega}{\partial\eta} = 0, \quad \frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2} = 0, \quad \text{当 } \eta = \text{const},$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\xi} = 0, \quad \frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2} = 0, \quad \text{当 } \xi = \text{const}.$$

3 数值方法

用伽辽金划分处理流场方程(7)和(8), 可得

$$\iint_{\Omega} \varepsilon \phi_i d\Omega = 0, \quad (9)$$

其中 ε 是余函数, ϕ_i 是权函数, 设近似解 $\phi(x, y)$ 为

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^n \phi_i C_i. \quad (10)$$

因此, 由方程(6)得到余函数 ε 的表达式为

$$\varepsilon = -\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} - \omega,$$

写成 Galerkin 积分形式

$$-\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \omega \right] \phi_i dx dy = 0. \quad (11)$$

运用分部积分和 Green-Gauss 定理得到

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \phi_i dy + \frac{\partial\phi}{\partial y} \phi_i dx \right] - \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi_i}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\phi_i}{\partial y} - \omega \phi_i \right] dx dy = \\ & \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \phi_i \cos(n, x) - \frac{\partial\phi}{\partial y} \phi_i \cos(n, y) \right] ds - \\ & \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi_i}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\phi_i}{\partial y} - \omega \phi_i \right] dx dy = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \frac{\partial\phi_i}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \frac{\partial\phi_i}{\partial y} - \omega \phi_i \right] dx dy = \\ & \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial\phi}{\partial x} \phi_i \cos(n, x) - \frac{\partial\phi}{\partial y} \phi_i \cos(n, y) \right] ds. \end{aligned} \quad (13)$$

将关系式(11)代入(13), 可以得到线性代数方程组, 我们将用 SOR 方法求解这些方程组。根据方程(5)我们有

$$u = \sum_{i=1}^n \mu_i \phi_i \phi(x, y), \quad (14)$$

$$v = \sum_{i=1}^n \nu_i \phi_i \phi(x, y), \quad (15)$$

$$\omega = \sum_{i=1}^n \omega_i \phi_i \phi(x, y), \quad (16)$$

上式将被运用在如下形式的 Galerkin 方程中,

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] \phi_i dx dy = \frac{1}{Re} \iint_{\Omega} \Delta^2 \omega \phi_i dx dy - \frac{1}{K} \iint_{\Omega} \omega \phi_i dx dy, \quad (17)$$

对关系式(17)右边使用 Green 公式及 Gauss 定理,并考虑到关系式(14)、(15)和(16),可以得到有限元的单刚方程

$$G_{i,j} \frac{\partial \omega_i}{\partial t} + (H_{i,j} + I_{i,j} - L_{i,j}) \omega_i = \int_{\Gamma} \phi_i \phi_j ds, \quad (18)$$

其中

$$G_{i,j} = \iint_{\Omega} \phi_i \phi_j dx dy,$$

$$H_{i,j} = \iint_{\Omega} \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \right] dx dy,$$

$$I_{i,j} = \iint_{\Omega} \phi_{i,j} \left[u_i \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + v_i \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \right] \phi_i dx dy,$$

$$\phi_x = - \frac{\partial \omega}{\partial t} = - \left[\cos(n, x) \frac{\partial \omega_i}{\partial x} + \cos(n, y) \frac{\partial \omega_i}{\partial y} \right].$$

以上是标准 Galerkin 有限元方程组,可用 Predictor_Corrector 方法以及其他类似方法求解。

4 结果和讨论

下面我们将通过研究如图 2 所示的管道内的流动,来验证本文提出的数值计算方法。对应于图 2 所示的管道,图 3 是其有限元网格划分示意图(物理坐标系——自然坐标系的转换)。并用前文提出的 Galerkin 有限元法处理其流动方程。图 4(a)和图 4(b)分别给出上游和下游的壁面涡量分布,以及和 Sharma 等(2001)^[28]结果的比较。

正如图 4(a)和图 4(b)所示,壁面涡量分布和 Sharma 等人的结果吻合得相当好,只是在一些小地方有点差异,尤其在弯角处(见图 4(b))。本文的流

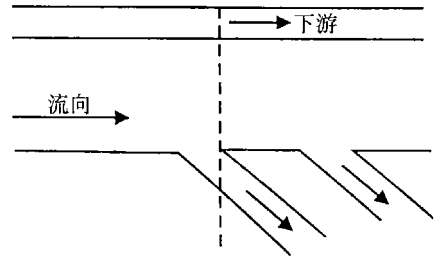


图 1 血管几何形状示意图

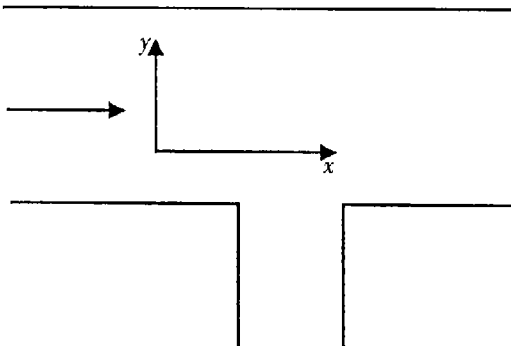


图 2 单分支几何形状

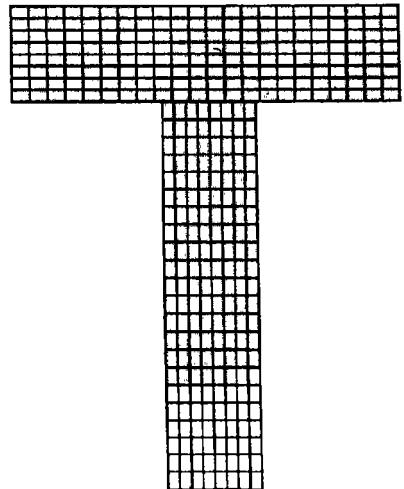
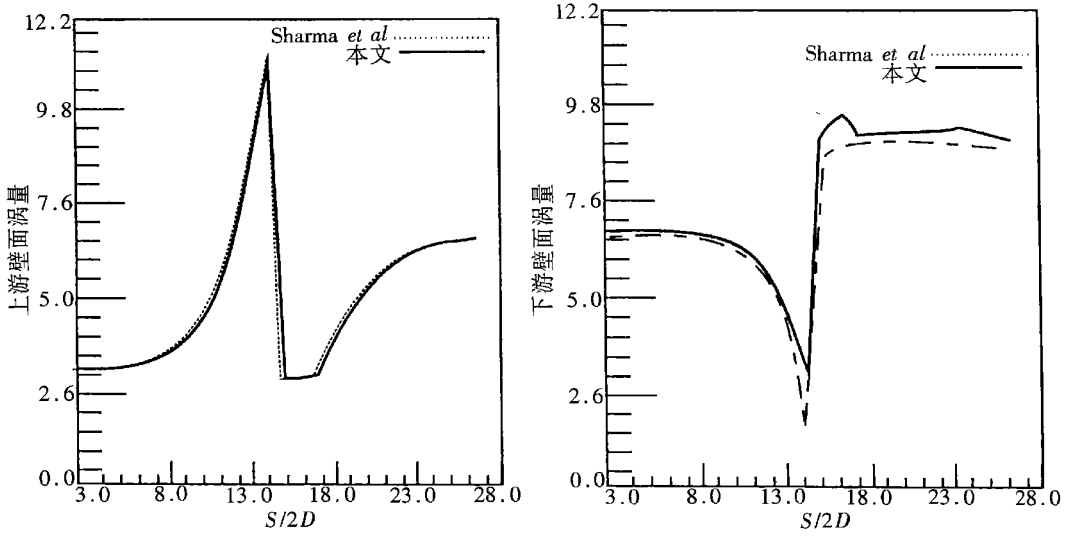


图 3 曲线线性坐标线的数值生成



(a) 上游壁面涡量

(b) 下游壁面涡量

图4 二维动脉流动的壁涡量分布

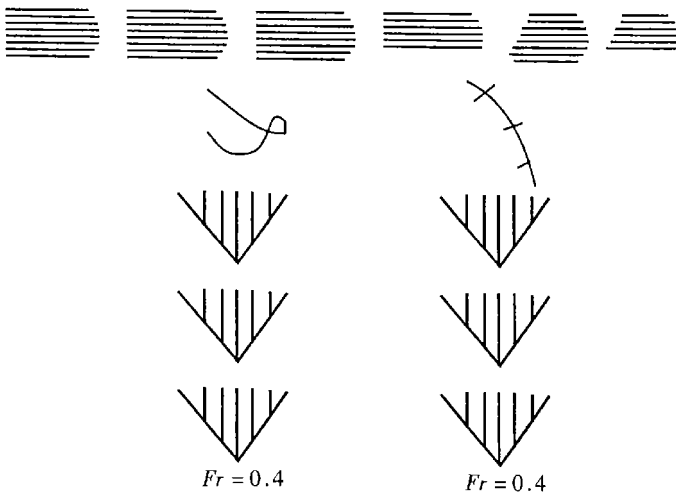


图5 定常流动速度剖面的数值结果

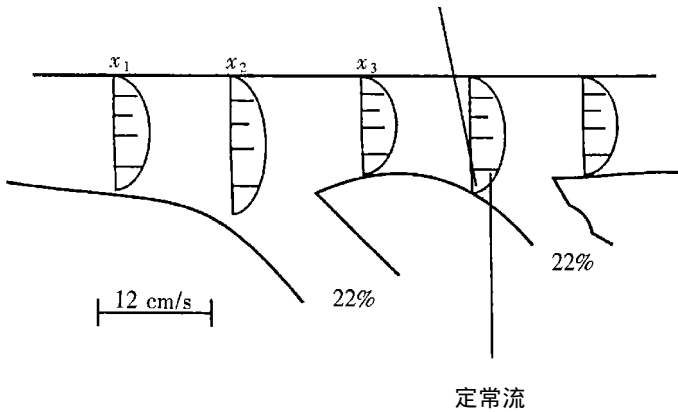


图6 定常流动速度剖面的实验结果

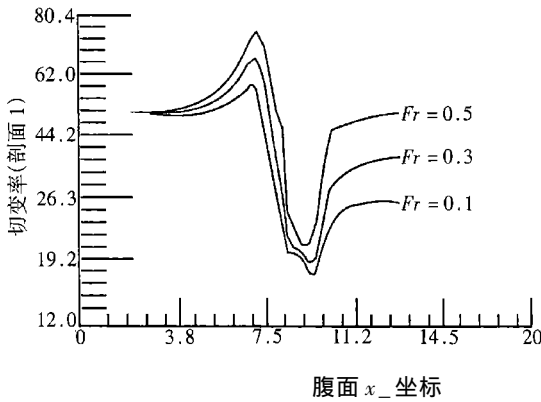


图7 切变率分布的数值计算结果

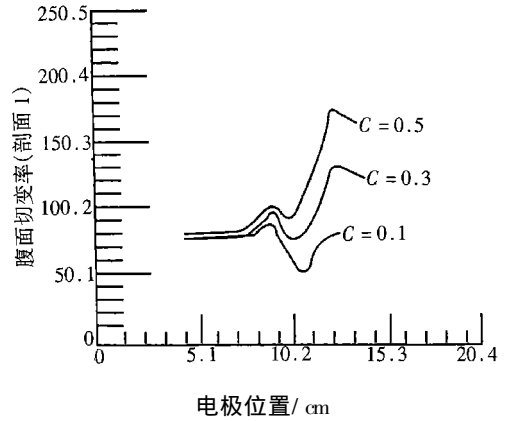


图8 切变率分布的实验结果

动参量假定为分支和主干部分的流速比,以及渗透系数 K , 分别对应于流速比为 10%、20% 和 30% 的条件, 本文一共计算了 9 种情况。

图 5 和图 6 给出了流速比为 20% 以及渗透系数 $K = 0.02$ 条件下, 管内流速剖面的数值计算结果。图 7 给出了不同流速比条件下, 切变率的数值计算结果 ($K = 0.02$), 分析图 7 的结果可知, 由于渗透的存在, 将使管中的流速减慢。对于不同情况, 在流动完全发展的入口段和出口段, 其流速剖面 and 切变率差异很小, 但随着轴向位置的变化, 切变率先增大而后急剧下降(有时数值甚至为负值), 在靠近出口处达到最小值, 而后其数值又很快上升(见图 7)。

图 8 是各种状态与图 7 相对应的实验结果记录。在实际流动过程中, 在分叉处存在流动分离, 因此实验结果曲线要比数值方法所得结果平缓(比较图 7 和图 8), 尽管如此, 数值计算的曲线形状和实际实验结果基本相似, 因此本文针对二维情况所提出的数值方法在模拟流体在可渗透管中的流动还是相当有效的。

本文的二维伽辽金有限元方法为如本文所提的复杂流动问题提供了一个很好的解决方法, 在一定程度上可用于模拟三维的流动情况, 其计算耗时较少, 收敛性质很好。

[参 考 文 献]

- [1] Anderson J L, Malone D M. Mechanism of osmotic flow in porous membranes[J]. Biophysical Journal, 1974, 14: 957—982.
- [2] Thompson J F, Thoms F C, Martin C W. Automatic numerical generations of body fitted curvilinear coordinates system for field containing any of arbitrary two dimensional bodies[J]. J Computational Physics, 1974, 15: 299—319.
- [3] Hellsten S, Pettersson H. Hydro and hemodynamics effects of catheterization of vessels IV, catheterization in the dog[J]. Acta Radiologia Diagonosis, 1977, 18: 17—24.
- [4] Gokhale V V, Tanner R I, Bischoff K B. Finite element solution of Navier-Stokes equations for two-dimensional steady flow through a section of canine aorta model[J]. J Biomchanics, 1978, 11: 241—249.
- [5] Greshno R M, Lee R L, Sani K L. Lawrence Livermore Laboratory Rept[R]. UCRL 83282 Sept, 1979.
- [6] Pedley T J. The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels [M]. N Y: Cambridge University Press, 1980.
- [7] Mishra J C, Singh S T. A large deformation analysis for aortic walls under a physiological loading[J]. J Engg Sciences, 1983, 21: 1193—1202.
- [8] Zarins C K, Giddens D P, Bharadvaj B K, et al. Carotid bifurcation atherosclerosis, quantitative corre-

- lation of plaque localization with flow velocity profiles and wall shear stress[J]. *Circulation Research*, 1983, **53**: 502—514.
- [9] Angonafar D, Watkins C B, Cannon J N. Computation of steady flow in a two dimensional arterial model[J]. *J Biomechanics*, 1985, **18**(8): 693—701.
- [10] Bramely J S, Sloan J S. Numerical solution for two dimensional flow in a branching channel using boundary fitted coordinates[J]. *Comput Fluids*, 1987, **15**: 297—311.
- [11] Rieu R, Pelissier R, Farahifor D. An experimental investigation of flow characteristics in bifurcation models[J]. *Eur J Mech*, 1989, **8**(1): 73—101.
- [12] Rodkiewicz C M, Sinha P, Kennedy J S. On the application of constitutive equation for whole human blood[J]. *J Bio Mechanical Engg*, 1990, **112**: 198—210.
- [13] Johnston P R, Kilpatrick D. Mathematical modelling of flow through irregular arterial stenosis[J]. *J Biomechanics*, 1991, **24**: 1069—1077.
- [14] Friedman M H, Fry D L. Arterial permeability dynamics and vascular disease[J]. *Atherosclerosis*, 1993, **104**: 189—194.
- [15] Tamamidis P, Assamis D N. Prediction of three dimensional steady incompressible flows using body fitted coordinate[J]. *Trans ASME J Fluids Engg*, 1993, **115**: 475—462.
- [16] Henderson J M, Fry D L, Friedman M H. Analysis of models of arterial permeability dynamics[A]. In: Liepsch D Ed. *Bio Fluid Mechanics* [C]. For tschritt_Berichte, Reihe, 17, Nr; 107, VDI_Verlag_Dusseldorf, 1994, 717—725.
- [17] Shipley R E, Gregg D E. The effect of external constriction of a blood vessel on blood flow[J]. *American J Physiology*, 1994, **141**: 289—294.
- [18] Katz I, Shaughnessy F, Gress B. A technical problem in the calculation of laminar flow near irregular surface described by sampled geometric data[J]. *J Biomechanics*, 1995, **28**(4): 461—464.
- [19] Lever M J, Coleman P J. Fractionation of plasma proteins during their passage through blood vessel walls[A]. In: *Bioengg Conf B Ed* [C]. 29, A SME, New York, 1995, 133—134.
- [20] Perktold K, Rappitsch G. Computer simulation of arterial blood flow vessel diseases under the aspect of local hemodynamics[A]. In: Jaffrin M Y, Caro C G Eds. *Biological Flows* [C]. New York: Plenum Press, 1995, 83—144.
- [21] Huang Z J, Tarbell J M. Numerical simulation of mass transfer in porous media of blood vessel walls [J]. *American J Physiology*, 1997, **273**: H464—H477.
- [22] Korenga R, Ando J, Kaniya A. The effect of laminar flow on the gene expression of the adhesion molecule in endothelial cells[J]. *Japanese J Medical Electronics and Biological Engg*, 1998, **36**: 266—272.
- [23] Dash R K, Jayaraman G, Mehta K M. Flow catheterized curved artery with stenosis[J]. *J Biomechanics*, 1999, **32**: 46—61.
- [24] Kamer G, Perktold K. Effect of endothelial injury and increased blood pressure on albumin accumulation in the arterial wall: a numerical study[J]. *J Biomechanics*, 2000, **33**: 709—715.
- [25] Stroud J S, Berger S A, Saloner D. Influence of stenosis morphology on flow through severely stenotic vessels; implications for plaque rupture[J]. *J Biomechanics*, 2000, **33**: 443—455.
- [26] Sharma G C, Madhu Jain, Anil Kumar. MHD flow in stenosed artery[A]. In: *Proceedings in Int Conf on Mathematical Modelling* [C]. Jan 29_31, Rookee, 2001, 683—687,
- [27] Shivkumar P N. Mathematical modelling of some problems in industry and biology[A]. In: *Proceedings in Int Conf on Mathematical Modelling* [C]. Jan 29_31, Rookee, 2001, 601—604.
- [28] 夏玛 G C, 马德胡 J, 克乌玛 A. 动脉血管流动计算的伽辽金有限元法研究[J]. *应用数学和力学*,

2001, 22(9): 911—917.

Computational Technique for Flow in Blood Vessels With Porous Effects

Anil Kumar¹, C. L. Varshney¹, G. C. Sharma²

(1. Department of Post Graduate Studies and Research in Mathematics & Computer Science, S. Varshney College, Aligarh_202001, India;

2. Institute of Basic Science, Khandaari, Agra_282002, India)

Abstract: A finite element solution for the Navier-Stokes equations for steady flow under the porosity effects through a double branched two dimensional section of a three dimensional model of a canine aorta was obtained. The numerical solution involves transforming a physical coordinates to a curvilinear boundary fitted coordinate system. The steady flow, branch flow and shear stress under the porous effects were discussed in detail. The shear stress at the wall was calculated for Reynold s number of 1 000 with branch to main aortic flow rate ratio as a parameter. The results are compared with earlier works involving experimental data and it has observed that our results are very close to the exact solutions. This work in fact is an improvement of the work of Sharma et al. (2001) in the sense that computations technique is economic and Reynolds number is large.

Key words: wall shear stress; porosity; Galerkin s technique; blood vessel