

文章编号: 1000-0887(2004) 03_0305_08

三维浮式结构的流固耦合动力特性分析^{*}

徐 刚, 任文敏

(清华大学 工程力学系, 北京 100084)

(李家春推荐)

摘要: 对于采用位移_压力有限元格式从流固耦合系统导出的大型非对称矩阵特征值问题, 构造出了一种新格式的迭代 Arnoldi 方法进行非对称特征值分析来获得浮式结构的动力特性。该迭代格式在克服零频的移频技术中, 可以高效地计算出 Arnoldi 向量。实例分析结果表明, 流固耦合作用对水上大型薄壁浮式结构动力特性具有重要影响。

关键词: 浮式结构; 流固耦合; 有限元方法; Arnoldi 方法

中图分类号: O321 **文献标识码:** A

引 言

以工程上各种船体为代表的浮式结构, 经常与其周围的水一起要经历各种各样的载荷作用, 如水上的风载, 水面上的波浪和冰以及水下的冲击波等等。这些载荷无论在频率方面, 还是在幅度都差别很大, 但是在实际工况中这些载荷经常交织在一起, 共同影响浮式结构的响应。所以, 浮式结构的动力特性, 特别是其低阶的固有频率和固有模态, 在工程上是非常重要的参数。通过合理地设计这些参数, 可以在一定程度上避免各种共振情况的发生, 从而降低结构的动力响应。

由于水的存在, 水上浮式结构的动力特性与空气中的同样结构具有一定的差别。所以, 水和结构需要整合在一起进行分析, 换句话说, 它们组合成了一个流固耦合问题^[1]。对于流固耦合问题, 存在弱耦合和强耦合两种处理方法。弱耦合方法是对流体模型进行了简化处理, 将流体对固体的作用归结为“附加质量”。从 1922 年至今, 许多学者在这方面进行了大量的工作。由于“附加质量”方法具有概念清晰和便于应用的特点, 在很长一段时间内, 其研究成果在工程实际中得到了广泛应用^[2]。但是, 对流体模型的过分假设严重地限制了“附加质量”方法的应用范围, 特别是对一些高阶频率来讲。强耦合方法对流体和固体不采用任何简化, 而采用精确的描述模型。这样一来, 通过耦合界面上的连续性条件耦合在一起的流体方程和固体方程只能进行联立求解。随着计算机的发展, 这种联立方程可以通过各种数值方法进行求解, 如有限元方法。

* 收稿日期: 2002_12_06; 修订日期: 2003_11_11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19872036)

作者简介: 徐刚(1974—), 男, 辽宁人, 博士(E-mail: xu_gang99@mails.tsinghua.edu.cn);

任文敏(1937—), 男, 江苏人, 教授, 博士, 博导(联系人, Tel: 86_10_62772914(o), 86_10_62784468(h); Fax: 86_10_62781824; E-mail: renwm@mail.tsinghua.edu.cn)

本文采用位移_压力格式的有限元模型来描述流固耦合系统,即对结构采用位移单元进行离散而对流体采用压力单元进行离散。这种格式的有限元最终将流固耦合系统归结为一个具有大型非对称矩阵的特征值问题^[3]。这种非对称特征值问题的求解同对称特征值问题相比要困难得多。本文的主要工作是采用 Arnoldi 方法^[4]对这种大型非对称特征值问题进行求解,从而获得水上浮式结构的动力特性。

1 流固耦合有限元模型

在图 1 中, V_s 和 V_f 分别表示固体域和流体域。 S_b 表示流体域的外边界,其中包括自由表面和代表无限域的人工边界。 S_i 表示流固耦合面, n_i 表示在耦合面上的固体外法向。

整个流固耦合系统包括三部分:固体、流体和流固交界面。它们的控制方程为:

$$\text{固体: } \sigma_{ij,j} = \rho_s \ddot{u}_i \quad (\text{在 } V_s \text{ 中}), \quad (1)$$

$$\text{流体: } \begin{cases} p, \ddot{u}_i = \dot{p}/c^2 & (\text{在 } V_f \text{ 中}), \\ p = 0 & (\text{在 } S_b \text{ 上}), \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{耦合面: } \begin{cases} \ddot{u}_i n_i = -p, n_i / \rho_f & (\text{在 } S_i \text{ 上}), \\ \sigma_{ij} n_j = -p n_i \end{cases} \quad (3)$$

式(1)中 σ_{ij} 、 ρ_s 和 u_i 分别表示固体的应力、密度及位移。式(2)中 c 和 p 分别表示流体的波速和流体的压力。而式(3)中, n_i 和 ρ_f 分别表示固体的外法向和流体的密度。

利用有限元方法,上述方程(1)、(2)和(3)构成流固耦合数学模型可以转化为如下具有大型非对称矩阵的有限元方程。

$$\begin{bmatrix} M_s & \mathbf{0} \\ -\Phi^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{a}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & \frac{\Phi}{\rho_f} \\ \mathbf{0} & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$\text{式中: } M_s = \sum_e \int_{V_e} \rho_s N^T N dV, \quad K_s = \sum_e \int_{V_e} B^T D B dV,$$

$$M_f = \sum_e \int_{V_e} \frac{1}{c} N^T N dV, \quad K_f = \sum_e \int_{V_e} N_{,i}^T N_{,i} dV, \quad \Phi = \sum_e \int_{S_i} \rho_f N^T n_i N dS,$$

M_s 和 K_s 是固体部分的总体质量矩阵和总体刚度矩阵。 M_f 和 K_f 是流体部分的总体质量矩阵和总体刚度矩阵。 Φ 是流固耦合矩阵。 N 和 N 分别是固体域和流体域的插值函数。 \mathbf{a} 和 \mathbf{p} 分别是固体结点上的位移矢量和流体结点上的压力矢量。 B 和 D 分别是固体域内的单元应变矩阵和弹性矩阵。

2 Arnoldi 方法^[4]

Arnoldi 方法的主要思想是通过一系列 Arnoldi 向量 c_i , 将矩阵 A 简缩成一个小得多的上 Hessenberg 矩阵 H , 即

$$AC = CH, \quad (5)$$

$$\text{其中 } C = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n],$$

所以,通过 Arnoldi 方法,一个大型非对称特征值问题

$$Ax = \lambda x, \quad (6)$$

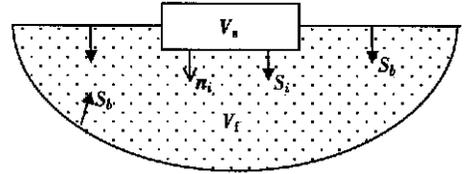


图 1 水上浮式结构及其周围水的流固耦合计算模型

可以转化一个上 Hessenberg 矩阵的小型特征值问题

$$Hx = \lambda x, \quad (7)$$

其中 $H = C^T A C$, $x = C^T x^*$

对于方程(7), 采用 QR 方法可以方便地求解出其全部特征值 λ_i 。再通过反幂法, 根据矩阵 H 和特征值 λ_i , 可以得到其相应的全部特征向量 x_i 。这些特征值和变换后的特征向量

$$x = C x_i, \quad (8)$$

就是原大型非对称矩阵 A 的部分低阶特征值和特征向量。

Arnoldi 方法的具体求解过程如下:

1) 初始化

构造任意非零矢量 c_1 , 使得 $c_1^T c_1 = 1$,

2) 循环计算 ($r = 1, 2, \dots, n$) 求矩阵 C 和 H ,

① 计算 $c_{r+1} = A c_r$,

② 计算 $h_{ir} = c_i^T c_{r+1} (i = 1, 2, \dots, r)$, $\hat{c}_{r+1} = c_{r+1} - \sum_{i=1}^r h_{ir} c_i$,

③ 计算 $\varepsilon_r = c_i^T \hat{c}_{r+1} (i = 1, 2, \dots, r)$, $c_{r+1} = \hat{c}_{r+1} - \sum_{i=1}^r \varepsilon_r c_i$,

④ 计算 $h_{r+1,r} = \sqrt{c_{r+1}^T c_{r+1}}$, $c_{r+1} = c_{r+1} / h_{r+1,r}$,

3) 采用 QR 方法由方程(7) 求出矩阵 H 的全部特征值 λ 即矩阵 A 的部分特征值 λ

4) 利用反幂法由方程(7) 求出矩阵 H 的全部特征向量 x , 然后由方程(8) 得到矩阵 A 的特征向量 x^*

3 采用 Arnoldi 方法求解浮式结构的动力特性

由方程(4), 可以得到如下形式的流固耦合系统的广义特征值问题模型。

$$\begin{bmatrix} K_s & \Phi \\ \mathbf{0} & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ p \end{Bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} M_s & \mathbf{0} \\ -\Phi^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ p \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

由方程(9), 流固耦合系统的标准特征值问题为

$$\begin{bmatrix} K_s & \Phi \\ \mathbf{0} & K_f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_s & \mathbf{0} \\ -\Phi^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ p \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega^2} \begin{Bmatrix} a \\ p \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

通过比较方程(10) 和方程(6), 可得

$$A = \begin{bmatrix} K_s & \Phi \\ \mathbf{0} & K_f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_s & \mathbf{0} \\ -\Phi^T & M_f \end{bmatrix}, \quad \lambda = \frac{1}{\omega^2}, \quad x = \begin{Bmatrix} a \\ p \end{Bmatrix},$$

此时, 对方程(10) 就可以采用 Arnoldi 方法来计算其部分低阶特征值和特征模式。

在 Arnoldi 方法中, 矩阵 A 的使用只出现一次, 即

$$c_{r+1} = A c_r. \quad (11)$$

对于流固系统而言, 上式即为

$$\begin{cases} (K_f) p_{r+1} = -\Phi^T a_r + M_f p_r, \\ (K_s) a_{r+1} = M_s a_r - \Phi p_{r+1} / \rho_r. \end{cases} \quad (12)$$

由于浮式结构是漂浮在水中的,耦合系统必然包含刚体运动模态,此时耦合系统中的刚度矩阵是奇异的。这使得方程(12)中刚度矩阵的逆矩阵是不存在的,所以无法进行求解。为了克服此问题,可在方程(9)中引入移频技术,即:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s + \omega_0^2 \mathbf{M}_s & \Phi / \rho_f \\ -\omega_0^2 \Phi^T & \mathbf{K}_f + \omega_0^2 \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} = (\omega^2 + \omega_0^2) \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ -\Phi^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

式中, ω_0^2 是被移动的频率值的大小。

再次比较方程(13)和标准特征值问题方程(6),可以得到新的矩阵 \mathbf{A} 和 λ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s + \omega_0^2 \mathbf{M}_s & \Phi / \rho_f \\ -\omega_0^2 \Phi^T & \mathbf{K}_f + \omega_0^2 \mathbf{M}_f \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ -\Phi^T & \mathbf{M}_f \end{bmatrix}, \quad \lambda = \frac{1}{\omega^2 + \omega_0^2}, \quad \mathbf{x} = \begin{Bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix}.$$

相应地,方程(11)变换为

$$\begin{cases} (\mathbf{K}_f + \omega_0^2 \mathbf{M}_f) \mathbf{p}_{r+1} - \omega_0^2 \Phi^T \mathbf{a}_{r+1} = -\Phi^T \mathbf{a}_r + \mathbf{M}_f \mathbf{p}_r, \\ (\mathbf{K}_s + \omega_0^2 \mathbf{M}_s) \mathbf{a}_{r+1} + \Phi \mathbf{p}_{r+1} / \rho_f = \mathbf{M}_s \mathbf{a}_r. \end{cases} \quad (14)$$

采用移频技术尽管可以使得新矩阵 $\mathbf{K}_s + \omega_0^2 \mathbf{M}_s$ 和 $\mathbf{K}_f + \omega_0^2 \mathbf{M}_f$ 非奇异,但另一方面使得向量 \mathbf{p}_{r+1} 和 \mathbf{a}_{r+1} 的求解在方程(14)中相互耦合在一起。

求解方程(14)通常有两种方法。第一种是高斯消去法,这种方法的缺点是在消去过程中,进行大型矩阵的求逆运算要耗费大量的计算时间和内存空间。对大型矩阵而言,高斯消去法是应该尽可能回避的。

另一种方法就是本文构造的迭代求解方法。这种方法的原理是将方程左边的耦合项作为载荷项移到方程的右边,然后通过不断地交替求解流体压力和固体位移,直到二者都收敛到一定的精度为止,即

$$\mathbf{a}_{r+1}^0 = \mathbf{a}_r \quad (j = 0), \quad (15)$$

$$\begin{cases} (\mathbf{K}_f + \omega_0^2 \mathbf{M}_f) \mathbf{p}_{r+1}^j = -\Phi^T \mathbf{a}_r + \mathbf{M}_f \mathbf{p}_r + \omega_0^2 \Phi^T \mathbf{a}_{r+1}^{j-1} \\ (\mathbf{K}_s + \omega_0^2 \mathbf{M}_s) \mathbf{a}_{r+1}^j = \mathbf{M}_s \mathbf{a}_r - \Phi \mathbf{p}_{r+1}^j / \rho_f \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots). \quad (16)$$

以上的迭代求解方法具有以下三个主要的优点:

1) 收敛性好。方程(16)中的移频值 ω_0^2 如果取一个尽可能小的数值,那么变量 \mathbf{p}_{r+1}^j 和 \mathbf{a}_{r+1}^j 之间的耦合程度便大大的减低。所以,一个合理的 ω_0^2 值可以保证迭代格式具有良好的收敛性。

2) 内存占用少。由于耦合项只出现在方程的右边,所以在内存中没有必要为耦合矩阵 Φ 分配空间。矩阵 Φ 的位置可以采用如下的格式进行替代。

$$\Phi \mathbf{p}_{r+1}^j = \sum_e \int_{S_i} \rho_f N^T n_i (N \mathbf{p}_{r+1}^j) dS,$$

$$\Phi^T \mathbf{a}_r = \sum_e \int_{S_i} \rho_f (N \mathbf{a}_r)^T n_i N dS,$$

$$\Phi^T \mathbf{a}_{r+1}^{j-1} = \sum_e \int_{S_i} \rho_f (N \mathbf{a}_{r+1}^{j-1})^T n_i N dS.$$

3) 编程方便。在迭代格式中作为载荷项的耦合项,就单独的结构方程和流体方程而言,可视为其相应的边界条件。所以,在编流固耦合计算程序时,只需将原有的结构程序和流体程序连接起来,然后在外边加一层迭代循环即可。

4 数值算例

在将迭代格式的 Arnoldi 有限元方法应用到浮式结构问题之前, 必须验证这种方法的可行性和可靠性。在文献[5]中, 储液容器的动力特性得到了广泛且深入的实验和计算研究。储液容器属于内流型的流固耦合问题, 而水上浮式结构则属于外流型的流固的流固问题。由于本文中的迭代 Arnoldi 方法是适用于任何一类流固耦合问题的[6], 所以通过简单的储液容器问题就可以来检验该方法对于的整个流固耦合问题的适用性。文献[5]中的储液容器模型和各种参数如图2所示。

几何参数:

$$H = 231 \text{ mm}, \phi = 153 \text{ mm}, t = 1.5 \text{ mm}.$$

容器材料参数:

$$E = 2.05 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \nu = 0.3,$$

$$\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3.$$

流体材料参数:

$$c = 1414.2 \text{ m/s}, \rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3.$$

在进行有限元网格划分时, 对于容器用 8×30 (轴向 \times 环向) 个 4 结点壳体单元, 对液体用 $8 \times 30 \times 3$ (轴向 \times 环向 \times 径向) 个 8 结点实体单元。用本文中的迭代 Arnoldi 方法计算得到的一些低阶固有频率值如表1所示。

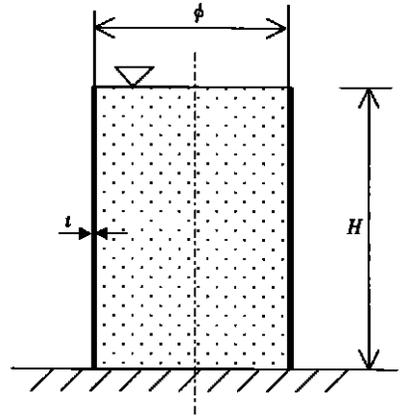


图2 储液容器的模型图

表1 储液容器的低阶固有频率值(f /Hz)

模态		实验结果 ^[5]	计算结果 ^[5]	本文结果	相对误差
m	n	(f_1)	(f_2)	(f_3)	$(f_2 f_3) / f_2$
1	3	388	400.6	393.7	1.753%
1	2	421	482.1	488.9	1.391%
1	4	628	633.2	663.9	3.166%
1	1	—	1038.6	1036.4	0.212%

在表1中分别列出了文献[5]中的实验和计算结果以及本文的计算结果, 其中 m 和 n 分别表示这些频率对应的固有模态轴向波数和周向波数。从表中可以看出, 本文的计算结果与文献[5]中的计算结果相当一致, 而且除了第二阶模态外, 计算结果与实验结果也比较一致。在文献[5]中, 第二阶模态的计算与实验间的差异被认为是实验模型对边界条件非常敏感造成的。

从上面的算例分析可以看出, 迭代的 Arnoldi 方法是适合于求解流固耦合系统的动力特性问题的。下面, 本文将其应用于一个具体的水上浮式结构动力特性问题。这个结构的几何模型如图3, 是一个由薄壁壳体围成的闭合船形结构, 其下部分浸在水中。船体各处的薄壁壳体厚度为 0.01m 。

船体和水的材料参数如下。船体的材料为钢而水视为具有有限波速 c 的可压缩流体。

船体: 弹性模量 $E = 2.05 \times 10^{11} \text{ N/m}^2,$

水: 波速 $c = 1414.2 \text{ m/s},$

泊松比 $\nu = 0.3,$

质量密度 $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3,$

质量密度 $\rho_s = 7\,800\text{ kg/m}^3$, 重力加速度 $g = 9.8\text{ m/s}^2$.

船体和其周围水域网格如图 4 所示. 整个流固耦合计算网格模型如图 4 中的左图所示, 关于船体的详细网格模型如图 4 中的右图所示. 在图 4 中, 整个流体域大致为一个长 24m, 直径为 10m 半圆柱形区域. 这样一个人工选取的比船体特征尺寸大得多的计算流体域可以有效的模拟物理模型中的半无限域流场.

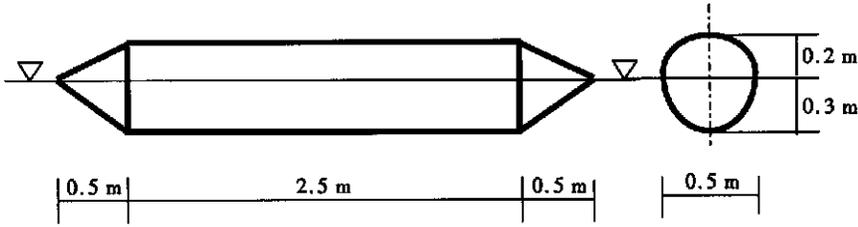


图 3 浮式结构的几何模型图

根据位移_压力格式流固耦合模型的要求, 对船体采用的是 4 结点位移壳单元而对水采用的是 8 结点压力体单元. 为了避免壳体单元在厚度很薄时发生锁死, 对 4 结点壳单元采用 1×1 的减缩积分方案. 而对 8 结点压力体单元, 则采用常规的 $2 \times 2 \times 2$ 积分方案.

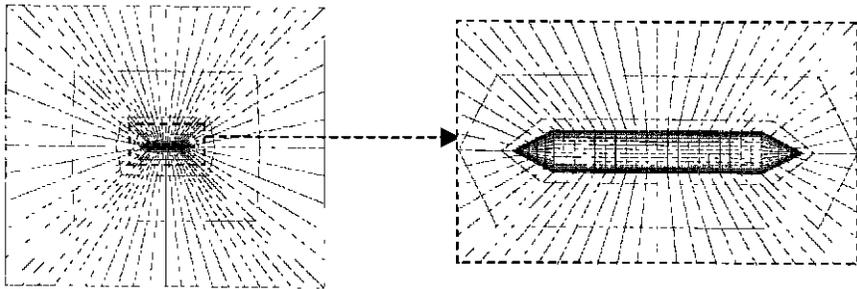


图 4 船体和其周围水域网格图(俯视图)

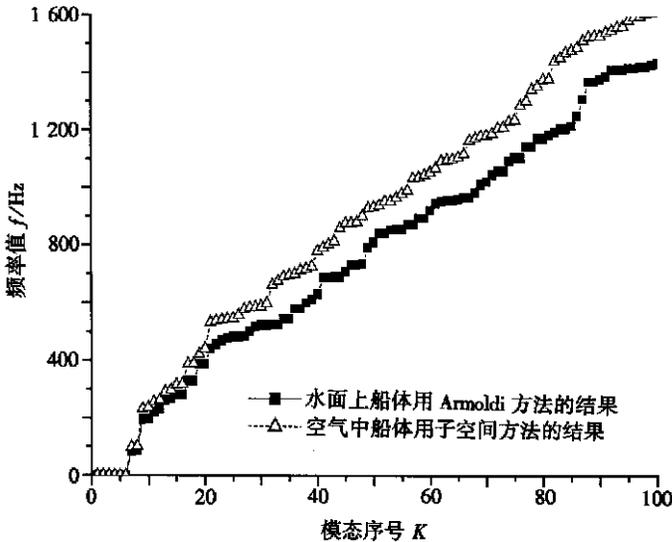


图 5 浮式结构和空气中结构的各阶模态的频率大小比较

迭代格式 Arnoldi 方法进行流固耦合计算得到的前 100 阶模态的频率如图 5 所示. 为了比

较,还采用子空间迭代法单独对船体结构进行了计算,得到的前100阶模态的频率同样如图5所示。在图5中,所有模态按照频率值的大小进行升序排列。在图5中可以发现,两种计算的前6阶模态都是零频的刚体运动模态,而两种计算的结果差别由低频到高频逐渐增大。

第7阶模态到15阶模态的详细信息都列在了表2和图6中。对这些模态而言,有水时船体的固有频率同无水时相比,下降了10%到20%左右。这种固有频率的下降是流固耦合作用造成的,即船体振动不可避免的会带动其周围水的振动。水的近似不可压特性导致其储存的变性能很小,而储存的动能却相对大很多。这样使得在水与船体的流固耦合作用中,水对船体的附加质量作用相对显著而附加刚度作用则可以忽略不计。附加质量的存在最终使得船体的各阶固有频率都得到了降低。但这种固有频率降低的程度随着各阶模态与水的流固耦合程度不同而差别很大。对于一些高频模态而言,这种差别甚至还会破坏原来模态的频率升序排列。因此水对某些船体模态的强烈流固耦合作用,在工程上应当受到足够的重视。

表2 船体低阶模态的固有频率 (f/Hz)

模态序号	空气中 (f_1)	水面上 (f_2)	$(f_1 - f_2)/f_1$
7	98.97	83.75	0.154
8	101.56	85.74	0.156
9	231.76	195.38	0.157
10	237.19	196.40	0.172
11	255.38	221.19	0.134
12	262.06	230.64	0.120
13	292.14	260.39	0.109
14	297.75	266.69	0.104
15	315.96	279.61	0.115

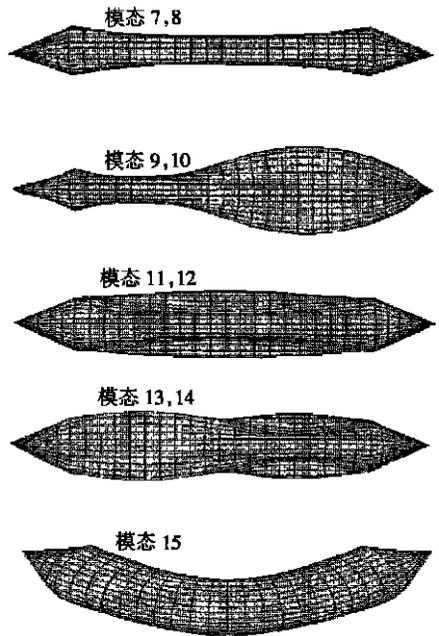


图6 船体一些低阶频率的模态图

5 结 论

本文将水上浮式结构的动力特性问题作为一种强流固耦合模型进行了研究,采用位移-压力格式的有限元方法对该模型进行数值模拟。构造一个新格式的迭代Arnoldi方法来求解一个大型非对称矩阵的特征值问题,来获得浮式结构的动力特性。这种新迭代格式相对于传统的高斯消去法具有很多的优点。通过一个储液容器算例,这种方法的可行性和正确性得到了检验。

本文还对一个浮在水上的船体结构采用新格式迭代Arnoldi方法进行了计算。计算结果表明水与船体的各阶固有模态都存在不同程度的流固耦合作用,其结果造成了船体固有频率都得到了降低。另外,各阶固有频率降低的程度随其与水的流固耦合作用程度的不同而差别很大。对于那些固有频率变化较大的固有模态,在工程设计中应当得到足够的重视。

[参 考 文 献]

- [1] Zienkiewicz O C, Bettess P. Fluid-structure dynamic interaction and wave forces—An introduction to numerical treatment[J]. Int J Num Meth Engrg, 1978, **13**(1): 1—16.
- [2] Jennings A. Added mass for fluid-structure vibration problems[J]. Int J Num Meth Fluid, 1985, **5**(9): 817—830.
- [3] Saad Y. Numerical solution of large nonsymmetric eigenvalue problems[J]. Computer Physics Communications, 1989, **53**(1_3): 71—90.
- [4] Arnoldi W E. The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem [J]. Euart Appl Math, 1951, **9**(1): 17—29.
- [5] Mazuch T, Horacek J, Trnka J, et al. Natural modes and frequencies of a thin clamed-free steel cylindrical storage tank partially filled with water: FEM and measurement[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, **193**(3): 669—690.
- [6] Olson L, Vandini T. Eigenproblems from finite element analysis of fluid-structure interactions[J]. Computer & Structures, 1989, **33**(3): 679—687.

Dynamic Characteristic Analysis of a 3_D Semi_Submerged Body as a Fluid_Structure Interaction System

XU Gang, REN Wen_min

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University,
Beijing 100084, P. R. China)

Abstract: An Arnoldi's method with new iteration pattern, which was designed for solving a large unsymmetric eigenvalue problem introduced by displacement-pressure FE pattern of a fluid-structure interaction system, was adopted here to get the dynamic characteristics of the semi-submerged body. The new iteration pattern could be used efficiently to obtain the Arnoldi's vectors in the shift-frequency technique, which was used for the zero-frequency problem. Numerical example showed that the fluid-structure interaction is one of the important factors to the dynamic characteristics of large semi-submerged thin-walled structures.

Key words: semi-submerged body; fluid-structure interaction; finite element method; Arnoldi's method