应用数学和力学, 第 26 卷 第 3 期(2005 年 3 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2005)03_0287_06

重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅷ)
——全功能原理*

戴天民

(辽宁大学 数学系和数学应用中心, 沈阳 110036)

(我刊原编委戴天民来稿)

摘要: 进一步阐明了现有极性连续统力学的能量守恒定律在理论上的不完整性• 为能使之完整起见, 提出了全功能原理及增率型全功能原理• 通过对它们的全变分, 即可分别得到虚位移_微转动和虚应力_偶应力原理及虚速度_角速度和虚应力率_偶应力率原理• 从这些原理可以同时而且很自然推导出微极连续统力学的所有均衡方程和边界条件• 所得到非传统结果与现有能量守恒定律问题存在的本质性差异作了说明•

关 键 词: 微极连续统; 全功能; 全虚功能; 增率型; 能量守恒定律

中图分类号: O33 文献标识码: A

引 言

最近, 我们对国内外经典连续统力学文献中广泛应用的能量守恒定律进行了再研究, 并且指出该定律既使是在传统的框架下也是理论上不完整的•

极性连续统的能量定恒定律的现状和经典连续统力学的情况相似• 为了改变这一现状, 似有必要建立新的全功能原理来代替现有的能量守恒定律•

局部能量均衡方程并不能自然地由相应的能量定恒定律推导出来这一事实, 似乎也可以把它看做是极性连续统力学中的一个理论上尚待解决的问题•

本文的目的就是试图解决这个问题• 为此, 我们将提出一个微极连续统的全功能原理, 并由它推导出运动方程、局部能量均衡方程、所有边界条件以及它们的增率形式• 通过对该原理进行全变分即可得到微极连续统力学的虚位移_微转动和虚应力_偶应力原理及虚速度_角速度和虚应力率_偶应力率原理• 在本文中, 我们将随时阐明本文的新结果与现有能量守恒定律之间的本质差异•

本文是文献[1]至文献[9]的直接继续•

---

* 收稿日期: 2003_08_29; 修订日期: 2004_11_26
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10472041, 10072024); 辽宁省教育委员会科研资助项目(990111001)
作者简介: 戴天民(1931—), 男, 满族, 辽宁开原人, 教授, 博士, 已发表专著译著 12 部, 论文 60 余篇(Tel: + 86_24_86870115; Fax: + 86_24_86852421; E_mail: tianmin_dai@yahoo.com.cn)•

1 微极连续统力学的耦合型全功能原理

1.1 耦合型全功能原理

这个原理表明, 所有力(体力, 面力和惯性力)和它们的矩所作的全功等于全内能•

数学上, 这个原理可以表述为:

$$\int_V \rho\varepsilon \mathrm{d}v = \int_V \rho(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}v + \oint_A \boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}a + \int_V \rho[(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})]\cdot\varphi\mathrm{d}v + \oint_A(\boldsymbol{m}_{(n)} + \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)})\cdot\varphi\mathrm{d}a, \tag{1}$$

式中 ε、$\boldsymbol{f}$、$\boldsymbol{l}$、$\boldsymbol{u}$、φ、$\boldsymbol{t}_{(n)}$、$\boldsymbol{m}_{(n)}$、$\underline{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v} + \dot{\varphi}\times\boldsymbol{x}$ 和 $\dot{\sigma}$ 分别表示内能密度、体力、体力矩、位移、微转动、面力矢量、面力矩矢量、耦合速度和自旋密度•

这里要着重指出的是这个原理是耦合型的• 如果把耦合速度 $\underline{\boldsymbol{v}}$ 用速度 $\boldsymbol{v}$, 代替, 则式(1)便归结为半耦合型的, 亦即

$$\int_V \rho\varepsilon \mathrm{d}v = \int_V \rho(\boldsymbol{f} - \dot{\boldsymbol{v}})\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}v + \oint_A \boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}a + \int_V \rho[(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\boldsymbol{v}})]\cdot\varphi\mathrm{d}v + \int_A(\boldsymbol{m}_{(n)} + \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)})\cdot\varphi\mathrm{d}a• \tag{2}$$

这个原理是文献[1]中提出来的, 但在当时并没有应用• 另外, 如果交叉项还可以忽略, 则原理(2) 便归结为非耦合型的, 亦即

$$\int_V \rho\varepsilon \mathrm{d}v = \int_V \rho(\boldsymbol{f} - \dot{\boldsymbol{v}})\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}v + \oint_A \boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\boldsymbol{u}\mathrm{d}a + \int_V \rho[(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma})]\cdot\varphi\mathrm{d}v + \oint_A \boldsymbol{m}_{(n)}\cdot\varphi\mathrm{d}a• \tag{3}$$

这便是在传统的微极连续统力学中惯用的形式•

1.2 局部均衡方程

考虑到下列关系式

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{n}.\boldsymbol{t}_{(n)}, \qquad t_{(n)l} = n_k t_{kl}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{n}.\boldsymbol{m}_{(n)}, \qquad m_{(n)l} = n_k m_{kl}, \tag{5}$$

式中 t_{kl} 和 m_{kl} 分别为应力和偶应力张量, 则原理(1) 可以重新整理成下列形式:

$$\int_V\Big\{[\rho(f_l - \dot{\underline{v}}_l) + t_{kl,k}]u_l + \Big\{[\rho(l_l - \dot{\sigma}_l) + m_{kl,k} + \varepsilon_{lmn}t_{mn}] + \varepsilon_{lmn}x_m[\rho(f_n - \underline{v}_n) + t_{kn,k}]\Big\}\varphi_l - [\rho\varepsilon - t_{kl}u_{l,k} - (m_{kl} + \varepsilon_{lmn}x_m t_{kn})\varphi_{l,k}]\Big\}\mathrm{d}v = 0• \tag{6}$$

由于 u_l 和 φ_l 是任意的, 而且式(6) 必须对每个部分 V 成立, 再假定被积函数式是连续的, 则Cauchy 形式的微极连续统力学的运动方程和局部能量均衡方程即可同时而且很自然地写成下列形式:

$$\rho(\dot{\underline{v}}_l - f_l) - t_{kl,k} = 0, \tag{7}$$

$$\rho(\dot{\sigma}_l - l_l) - m_{kl,k} - \varepsilon_{lmn}t_{mn} = 0 \tag{8}$$

和

$$\rho\varepsilon = t_{kl}u_{l,k} + (m_{kl} + \varepsilon_{lmn}x_m t_{kn})\varphi_{l,k} = t_{kl}(u_{l,k} - x_m\Phi_{ml,k}) + m_{kl}\varphi_{l,k}, \tag{9}$$

式中 $\Phi_{ml} = -\varepsilon_{mln}\varphi_n$ 可以称为微转动张量•

这里有必要指出, 上列局部能量均衡方程是不可能从现有的“能量守恒定律”推导出来的(例如, 对非耦合型的, 可参阅文献[10]; 对半耦合型的, 可参阅文献[1])•

2 微极连续统力学的全虚功能原理

这个原理可以通过对(1)进行全变分直接得到• 我们现在把它分解成下列全虚位移和微转动及全虚应力和偶应力两个原理:

$$\int_V \delta(\rho\varepsilon)^p\,\mathrm{d}v = \int_V \rho(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\delta\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}v + \oint_{A_t}\bar{\boldsymbol{t}}_{(\mathrm{n})}\cdot\delta\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}a +$$
$$\int_V \rho[(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})]\cdot\delta\varphi\,\mathrm{d}v + \oint_{A_m}(\bar{\boldsymbol{m}}_{(\mathrm{n})} + \boldsymbol{x}\times\bar{\boldsymbol{t}}_{(\mathrm{n})})\cdot\delta\varphi\,\mathrm{d}a \tag{10}$$

及

$$\int_V \delta(\rho\varepsilon)^c\,\mathrm{d}v = \int_V \rho\,\delta(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}v + \oint_{A_u}\delta\boldsymbol{t}_{(\mathrm{n})}\cdot\bar{\boldsymbol{u}}\,\mathrm{d}a +$$
$$\int_V \rho\,\delta[(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})]\cdot\varphi\,\mathrm{d}v + \oint_{A_\varphi}\delta(\boldsymbol{m}_{(\mathrm{n})} + \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(\mathrm{n})})\cdot\bar{\varphi}\,\mathrm{d}a, \tag{11}$$

式中 $(\rho\varepsilon)^p$ 和 $(\rho\varepsilon)^c$ 分别为势能和余势能•

3 微极连续统的耦合型全功能增率原理

3.1 原理

这个原理表明, 全功的时间变化率等于全能率•

数学上, 它可以表述成下列形式:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho\varepsilon\,\mathrm{d}v = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big\{\int_V \rho(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}v + \oint_A \boldsymbol{t}_{(\mathrm{n})}\cdot\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}a +$$
$$\int_V \rho[(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})]\cdot\varphi\,\mathrm{d}v + \oint_A(\boldsymbol{m}_{(\mathrm{n})} + \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(\mathrm{n})})\cdot\varphi\,\mathrm{d}a\Big\}, \tag{12}$$

经过较长的推导, 上列表达式可以重新整理成下列形式:

$$\int_V\Big\{[\rho(f_l - \dot{\underline{v}}_l) + t_{kl,k}]\dot{u}_l + [\rho(\dot{f}_l - \ddot{\underline{v}}_l) + \underline{\dot{t}_{kl,k}}]u_l + \Big\{[\rho(l_l - \dot{\sigma}_l) +$$
$$m_{kl,k} + \varepsilon_{lmn}t_{mn}] + \varepsilon_{lmn}x_m[\rho(f_n - \dot{\underline{v}}_n) + t_{kn,k}\Big\}\dot{\varphi}_l +$$
$$\Big\{[\rho(\dot{l}_l - \ddot{\underline{\sigma}}_l) + \underline{\dot{m}_{kl,k}} + \varepsilon_{lmn}(\dot{t}_{mn} + t_{mn}v_{r,p})] +$$
$$\varepsilon_{lmn}\dot{u}_m[\rho(f_n - \dot{\underline{v}}_n) + t_{kn,k}] + \varepsilon_{lmn}x_m[\rho(\dot{f}_n - \ddot{\underline{v}}_n) + \underline{\dot{t}_{kn,k}}]\Big\}\varphi_l -$$
$$[\rho\dot{\varepsilon} - (\dot{t}_{kl}u_{l,k} + t_{kl}\underline{\dot{u}_{l,k}} + \dot{m}^*_{kl}\varphi_{l,k} + m^*_{kl}\underline{\dot{\varphi}_{l,k}})]\Big\}\mathrm{d}v = 0, \tag{13}$$

式中

$$\underline{\dot{t}_{kl,k}} = \dot{t}_{kl,k} - t_{kl,p}\underline{v}_{p,k} + t_{kl,k}\underline{v}_{p,p}, \tag{14}$$

$$\underline{\dot{u}_{l,k}} = \dot{u}_{l,k} - u_{l,p}\underline{v}_{p,k} + u_{l,k}\underline{v}_{p,p}, \tag{15}$$

$$\underline{\dot{m}_{kl,k}} = \dot{m}_{kl,k} - m_{kl,p}\underline{v}_{p,k} + m_{kl,k}\underline{v}_{p,p}, \tag{16}$$

$$\underline{\dot{\varphi}_{l,k}} = \dot{\varphi}_{l,k} - \varphi_{l,p}\underline{v}_{p,k} + \varphi_{kl,k}\underline{v}_{p,p}, \tag{17}$$

$$\overset{*}{m}_{kl} = m_{kl} + \varepsilon_{lmn} x_m t_{kn}. \tag{18}$$

在推导过程中, 我们用到了下列结果(请见文献[8]和文献[11]):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(X_{K,k}) = -X_{K,p} \underline{v_p}_{,k}, \tag{19}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_{K,k}) = -\Phi_{K,p} \dot{\varphi}_{p,k}, \tag{20}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{d}v) = -\underline{v_p}_{,p} \mathrm{d}v. \tag{21}$$

3.2 局部均衡方程

由于 $\dot{u}_l$, $\dot{\varphi}_l$, u_l 和 φ_l 都是任意的, 而且式 (13) 对每个部分 V 都必须成立, 于是在假定被积函数式为连续的条件下即可同时而且很自然地得到下列微极连续统力学的运动方程, 它们的增率形式和局部能率均衡方程:

$$\rho(\underline{\dot{v}_l} - f_l) - t_{kl,k} = 0, \tag{22}$$

$$\rho(\dot{\sigma}_l - l_l) - m_{kl,k} - \varepsilon_{lmn} t_{mn} = 0, \tag{23}$$

$$\rho(\underline{\ddot{v}_l} - \dot{f}_l) - \underline{\dot{t}_{kl}}_{,k} = 0, \tag{24}$$

$$\rho(\ddot{\sigma}_l - \dot{l}_l) - \underline{\dot{m}_{kl}}_{,k} - \varepsilon_{lmn}(\dot{t}_{mn} + t_{mn} \underline{v_p}_{,p}) = 0, \tag{25}$$

$$\rho\dot{\varepsilon} = \dot{t}_{kl} u_{l,k} + t_{kl} \underline{\dot{u}_{lk}} + \dot{\overset{*}{m}}_{kl} \varphi_{l,k} + \overset{*}{m}_{kl} \dot{\varphi}_{l,k} \tag{26}$$

或

$$\rho\dot{\varepsilon} = \underline{\dot{t}_{kl}} u_{l,k} + t_{kl} \dot{u}_{l,k} + \underline{\dot{\overset{*}{m}}_{kl}} \varphi_{l,k} + \overset{*}{m}_{kl} \dot{\varphi}_{l,k}, \tag{27}$$

式中

$$\underline{\dot{t}_{kl}} = \dot{t}_{kl} - t_{pl} \underline{v_k}_{,p} + t_{kl} \underline{v_p}_{,p}, \tag{28}$$

$$\underline{\dot{m}_{kl}} = \dot{m}_{kl} - m_{pl} \underline{v_k}_{,p} + m_{kl} \underline{v_p}_{,p}, \tag{29}$$

$$\underline{\dot{\overset{*}{t}}_{kl}} = \dot{\overset{*}{m}}_{kl} - \overset{*}{m}_{pl} \underline{v_k}_{,p} + \overset{*}{m}_{kl} \underline{v_p}_{,p}, \tag{30}$$

如果 $\underline{v_l}$ 用 v_l 代替, 则上列诸式便归结为半耦合型的结果(请见文献[2]). 另外, 如果系统还是不可压缩的(即 $v_{p,p} = 0$), 而且速度梯度又可以忽略(即 $v_{k,p} = 0$), 则得

$$\rho(\dot{v}_l - f_l) - t_{kl,k} = 0, \tag{31}$$

$$\rho(\dot{\sigma}_l - l_l) - m_{kl,k} - \varepsilon_{lmn} t_{mn} = 0, \tag{32}$$

$$\rho(\ddot{v}_l - \dot{f}_l) - \dot{t}_{kl,k} = 0, \tag{33}$$

$$\rho(\ddot{\sigma}_l - \dot{l}_l) - \dot{m}_{kl,k} - \varepsilon_{lmn} \dot{t}_{mn} = 0, \tag{34}$$

$$\rho\dot{\varepsilon} = \dot{t}_{kl} u_{l,k} + t_{kl} \dot{u}_{l,k} + \dot{\overset{*}{m}}_{kl} \varphi_{l,k} + \overset{*}{m}_{kl} \dot{\varphi}_{l,k}. \tag{35}$$

容易看出, 从式 (35) 我们即可得到局部能量均衡方程, 亦即, 式(9).

3.3 边界条件

从原理 (12) 可以推导出微极连续统力学的所有边界条件. 为节省篇幅, 我们略去推导过程, 并只给出最后结果.

应力和应力率矢量

$$\bar{t}_{(n)l} = n_k t_{kl}, \tag{36}$$

$$\dot{\bar{t}}_{(n)l} = n_k \dot{t}_{kl} + t_{kl}(\underline{v_p}_{,r} n_k n_r - \underline{v_p}_{,k}) n_p. \tag{37}$$

偶应力和偶应力率矢量

$$\bar{m}_{(n)l} = n_k m_{kl}, \tag{38}$$

$$\dot{\bar{m}}_{(n)l} = n_k \dot{m}_{kl} + m_{kl}(\underline{v_{p,r}} n_k n_r - \underline{v_{p,k}}) n_p \cdot \tag{39}$$

位移和位移率矢量

$$\bar{u}_l = u_l, \tag{40}$$

$$\dot{\bar{u}}_l = \dot{u}_l - u_l(\underline{v_{p,p}} - \underline{v_{p,r}}) n_p n_r \cdot \tag{41}$$

微转动和微转动率矢量

$$\bar{\varphi}_l = \varphi_l, \tag{42}$$

$$\dot{\bar{\varphi}}_l = \dot{\varphi}_l - \varphi_l(\underline{v_{p,p}} - \underline{v_{p,r}}) n_p n_r \cdot \tag{43}$$

4 微极连续统力学的增率型全虚功能原理

这些原理可以直接对全虚位移_微转动和全虚应力_偶应力原理[即式(10)和式(11)]取全时间变化率得到, 亦即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \delta(\rho\varepsilon)^p \mathrm{d}v = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho\left\{(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\delta\boldsymbol{u} + [(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})]\cdot\delta\boldsymbol{\varphi}\right\}\mathrm{d}v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint_A [\bar{\boldsymbol{t}}_{(n)}\cdot\delta\boldsymbol{u} + (\bar{\boldsymbol{m}}_{(n)} + \boldsymbol{x}\times\bar{\boldsymbol{t}}_{(n)})\cdot\delta\boldsymbol{\varphi}]\mathrm{d}a, \tag{44}$$

和

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \delta(\rho\varepsilon)^c \mathrm{d}v = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho\left\{\delta(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})\cdot\boldsymbol{u} + [\delta(\boldsymbol{l} - \dot{\sigma}) + \boldsymbol{x}\times(\boldsymbol{f} - \dot{\underline{\boldsymbol{v}}})]\cdot\boldsymbol{\varphi}\right\}\mathrm{d}v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint_A [\delta\boldsymbol{t}_{(n)}\cdot\bar{\boldsymbol{u}} + \delta(\boldsymbol{m}_{(n)} + \boldsymbol{x}\times\boldsymbol{t}_{(n)})\cdot\boldsymbol{\varphi}]\mathrm{d}a \cdot \tag{45}$$

从原理(44)和(45)可以很自然地推导出微极连续统力学的运动方程, 它们的增率形式势能率和余能率局部均衡方程和所有边界条件• 可以看出, 这些结果是相当一般的, 并且包括许多特殊情形•

5 结　　语

前述结果都是用Cauchy形式表述的• 通过变换, Piola形式和Kirchhoff形式的相应结果即易导出•

通过局部化, 非局部微极连续统力学的均衡方程可以从本文提出的原理得到•

在结束时, 我们愿意指出, 本文的思路和结果都是非传统的, 并将有助于完善微极连续统力学的基本定律和原理体系•

[参　考　文　献]

[1] 戴天民. 广义连续统场论中新的功能及功率能原理[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(11): 1111—1118.

[2] 戴天民. 广义连续统场论中新的增率型功率和能率原理[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(12): 1243—1248.

[3] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅰ)——微极连续统[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(10): 991—997.

[4] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅱ)——微态连续统理论和偶应力理论[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(10): 998—1004.

[5] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅲ)——Noether定理[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(10): 1005—1011.

[6] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅳ)——表面守恒定律[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(11): 1101—1107

[7] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅴ)——极性热力连续统[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(11): 1108—1113.

[8] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅵ)——质量和惯性守恒定律[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(12): 1211—1216.

[9] 戴天民. 重建极性连续统理论的基本定律和原理(Ⅶ)——增率型[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(12): 1217—1222.

[10] Eringen A C. Continuum Physics[M]. Vol. Ⅳ. New York, London: Academic Press, 1976, 1—38.

[11] 匡震邦. 非线性连续统介质力学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989, 118—126.

Renewal of Basic Laws and Principles for Polar Continuum Theories (Ⅷ) ——Principle of Total Work and Energy

DAI Tian_min

(*Department of Mathematics & Center for The Application of Mathematics, Liaoning University, Shenyang* 110036, *P. R. China*)

Abstract: Theoretical incompleteness of the existing conservation laws of energy for polar continuum mechanics is further clarified. For completeness, the principles of total work and energy and of total work and energy of incremental rate type are postulated. Via total variations of the former and the latter of them, the principles of virtual displacement and microrotation & stress and couple stress as well as virtual velocity and angular velocity & stress rate and couple stress rate are immediately obtained, respectively. From these principles all balance equations and boundary conditions for micropolar mechanics are naturally and simultaneously deduced. The essential differences between the nontraditional results obtained in this paper and the existing conservation laws of energy are expounded.

Key words: micropolar continua; total work and energy; total virtual work and energy; incremental rate type; conservation law of energy