

文章编号: 1000\_0887(2005) 04\_0465\_09

# 压板松动时大型发电机端部 绕组的主共振与分岔\*

胡宇达<sup>1</sup>, 邱家俊<sup>2</sup>, 塔 娜<sup>2</sup>

(1. 燕山大学 建筑工程与力学学院, 河北 秦皇岛 066004;

2. 天津大学 力学系, 天津 300072)

(我刊原编委李 骊推荐)

**摘要:** 研究了大型汽轮发电机定子端部固定绕组的压板松动时, 位于两侧压板间某段绕组的振动问题。首先, 采用分离变量法, 给出了发电机运行时定子端部绕组区域的磁感应强度表达式, 并给出了绕组所受电磁力及与松动压板间摩擦力的计算式。其次, 建立了研究绕组非线性振动问题的力学分析模型, 采用多尺度法对主共振情形进行了解析求解, 推得了稳态运动下的幅频响应方程, 并对定常解的稳定性及分岔奇异性进行了研究, 得到了稳定性的判定条件及分岔方程的转迁集。最后, 针对工程实际问题进行了计算, 给出了相应的幅频响应曲线图, 并进行了分析讨论。

**关键词:** 汽轮发电机; 端部绕组; 电磁力; 主共振; 分岔; 多尺度法

**中图分类号:** O322; TM311 **文献标识码:** A

## 引 言

大型汽轮发电机运行时, 端部绕组在所受电磁力的作用下将产生相应的振动。由于制造工艺及实际运行等多种因素的影响, 这种电磁振动有时会引起端部绕组绝缘磨损和疲劳断裂破坏, 严重时会使线圈短路, 导致事故, 带来巨大的经济损失, 这也是困扰工程界的一大难题。例如: 某些电厂曾发生过因压板松动而使端区绕组绝缘磨损, 发生短路; 引线夹件处磨损破坏; 鼻端因长期振动而使绝缘盒、水电接头松动, 导致短路事故等现象。因此, 在理论上对端部绕组及相应构件的振动问题进行分析计算, 以便为工程实际提供更加合理的设计方案, 减少事故的发生, 具有非常重要的意义<sup>[1~3]</sup>。由于端部绕组结构复杂及影响振动的因素很多, 对这方面问题的理论研究工作不是很多, 尤其运行中多种因素作用下绕组的非线性振动问题研究, 尚未见到有关资料。

针对某型汽轮发电机的结构特点, 本文研究了定子端部固定绕组的压板松动时, 位于两侧压板间某段绕组的振动问题。此时, 端部绕组将在电磁力与摩擦力共同作用下, 组成带自持振动的非线性系统, 而当导致共振时, 是很危险的。本文在建立了绕组非线性振动的力学模型

\* 收稿日期: 2003\_01\_19; 修订日期: 2004\_09\_28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10072038); 教育部博士点基金资助项目(2000005616)

作者简介: 胡宇达(1968—), 男, 黑龙江人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86\_335\_8074576; E\_mail: huyuda03@163.com)。

后,对主共振及分岔情况进行了研究,并针对工程实际问题,进行了数值计算分析。

## 1 端区磁感应强度的确定

研究端部绕组为篮式双层压板结构的两极大型汽轮发电机,当稳态运行时,在文[4]、[5]的基础上,将端部上下层绕组的电流密度进行基波富氏展开。为导出端区磁场的计算式,采用基本假设:1)考虑定子铁心压板、机座壁、转轴、端盖等结构件对磁场的影响,并认为其形状是规则的平面;2)忽略这些结构件中的涡流;3)铁磁介质中的磁导率  $\mu_e = \infty$ ,电导率  $\sigma_e = 0$ ;4)以气隙回转电流代替气隙的影响,使气隙和定转子端面构成一个理想磁镜面。这样,在直角坐标系下(图1)可给出如下求解端区磁场的电磁场基本方程:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1)$$

及磁位满足的边界条件:

$$\begin{cases} z = 0, T \text{ 时}, & \partial A_x / \partial z = 0, \partial A_y / \partial z = 0, A_z = 0, \\ y = 0, H \text{ 时}, & \partial A_x / \partial y = 0, A_y = 0, \partial A_z / \partial y = 0, \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$  为向量磁位,  $\mathbf{J}(J_x, J_y, J_z)$  为电流密度矢量,  $\mathbf{B}(B_x, B_y, B_z)$  为磁感应强度矢量,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $\nabla^2$  为拉普拉斯微分算子,  $\nabla$  为哈密顿算子。

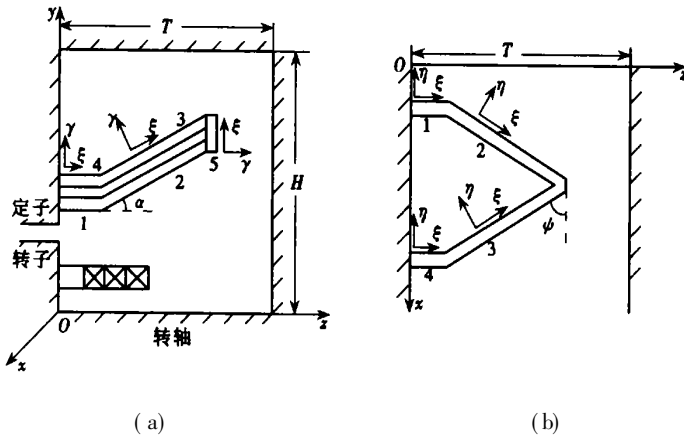


图1 汽轮发电机端部绕组坐标系的建立

采用分离变量法对式(1)、(2)进行求解,并将端部各层电流在相应位置产生的磁场进行叠加,推得发电机端区各段绕组磁感应强度的表达式为

$$B_x^k = \phi_1^k \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x \right] + \phi_2^k \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x + \theta_0 \right] + \phi_3^k \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x \right], \quad (3)$$

$$B_y^k = \phi_4^k \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x \right] + \phi_5^k \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x + \theta_0 \right], \quad (4)$$

$$B_z^k = \phi_6^k \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x \right] + \phi_7^k \cos \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x + \theta_0 \right] + \phi_8^k \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{T} x \right], \quad (5)$$

式中

$$\phi_1^k = \frac{4\mu_0}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n1k} + a_{n2k} + a_{n3k}) \sin \frac{n\pi z}{T}, \quad \phi_2^k = \frac{4\mu_0}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n4k} + a_{n5k}) \sin \frac{n\pi z}{T},$$

$$\phi_3^k = \frac{4\mu_0}{H} \sum_{n=1}^{\infty} a_{n6k} \sin \frac{n\pi y}{H}, \quad \phi_4^k = \frac{4\mu_0}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (b_{n1k} + b_{n2k} + b_{n3k}) \sin \frac{n\pi z}{T},$$

$$\phi_5^k = \frac{4\mu_0}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (b_{n4k} + b_{n5k}) \sin \frac{n\pi z}{T}, \quad \phi_6^k = \frac{4\mu_0}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (c_{n1k} + c_{n2k} + c_{n3k}) \cos \frac{n\pi z}{T},$$

$$\varphi_7^k = \frac{4\mu_0}{T} \sum_{n=1}^{\infty} (c_{n4k} + c_{n5k} + c_{n6k}) \cos \frac{n\pi z}{T}, \quad \varphi_8^k = \frac{4\mu_0}{H} \sum_{n=1}^{\infty} c_{n7k} \sin \frac{n\pi y}{H},$$

系数  $a_{nmk}$  ( $m = 1, \dots, 6$ )、 $b_{nmk}$  ( $m = 1, \dots, 5$ )、 $c_{nmk}$  ( $m = 1, \dots, 7$ ) 分别是坐标  $y, z$  的函数<sup>[3]</sup>,  $k = 1, \dots, 5$  代表图 1 中的 5 段绕组(下同),  $\omega$  为电网频率,  $t$  为时间,  $\tau$  为极距,  $\theta_0$  为定转子基波磁势间夹角, 尺寸  $T, H$  如图 1 所示。

为求绕组内的电磁力, 将磁感应强度(3)~(5)式在相应位置分别向单根绕组线棒的局部坐标系  $(\xi, \eta, \gamma)$  投影, 整理后得到各段绕组中磁感应强度的统一表达式为

$$B_{\xi}^k(\xi, t) = G_1(\xi) \sin \omega t + G_2(\xi) \cos \omega t, \quad (6)$$

$$B_{\eta}^k(\xi, t) = G_3(\xi) \sin \omega t + G_4(\xi) \cos \omega t, \quad (7)$$

$$B_{\gamma}^k(\xi, t) = G_5(\xi) \sin \omega t + G_6(\xi) \cos \omega t, \quad (8)$$

式中  $G_l(\xi)$  ( $l = 1, \dots, 6$ ) 分别为投影后得到的关于坐标  $\xi$  的表达式<sup>[3]</sup>。

## 2 运动方程的建立

当大型汽轮发电机端部绕组斜线段(2, 3段)受若干压板  $\gamma$  向约束时, 压板的固定程度及松动情况对绕组的振动有很大影响。本文研究当端部某一压板松动时, 位于其两侧压板间某段绕组的振动问题, 并将其简化成在压板处受干摩擦作用的  $\eta$  向运动简支梁。由此, 可得电磁力与摩擦力共同作用下绕组梁的非线性振动方程:

$$EI \frac{\partial^4 w_{\eta}}{\partial \xi^4} + \rho A_0 \frac{\partial^2 w_{\eta}}{\partial t^2} = F_{\eta}(\xi, t) - F_m(u_{\eta}) \delta(\xi - \xi_0), \quad (9)$$

式中  $EI$  为抗弯刚度,  $\rho$  为材料密度,  $A_0$  为绕组的横截面积,  $F_{\eta}(\xi, t)$ 、 $F_m(u_{\eta})$  分别为  $\eta$  向电磁力和  $\xi = \xi_0$  处的摩擦力,  $\delta$  为单位脉冲函数。

因端部单根绕组由许多匝铜线绝缘后绑扎成矩形截面的良导体, 故在略去磁化因素影响的情况下, 载流绕组所受的洛仑兹力矢量表达式为<sup>[6]</sup>

$$\mathbf{f} = (\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2) \times \mathbf{B}, \quad (10)$$

式中  $\mathbf{J}_1(J_{\xi}^k, 0, 0)$  为线棒传导的电流密度矢量,  $\mathbf{J}_2 = \sigma_0(\mathbf{e} + \partial \mathbf{u} / \partial t \times \mathbf{B})$  为感应电流密度矢量,  $\mathbf{B}(B_{\xi}^k, B_{\eta}^k, B_{\gamma}^k)$  为磁感应强度矢量,  $\mathbf{e}(e_{\xi}, e_{\eta}, e_{\gamma})$  为感应电场强度矢量,  $\mathbf{u}(w_{\xi}, w_{\eta}, w_{\gamma})$  为绕组线棒运动时的位移矢量,  $\sigma_0$  为电导率。

在分析绕组的主共振问题时, 若只求到一次近似解, 则可暂略去感应电流引起电磁力分量的影响。这样, 由式(6)~(8)及式(10), 可得方程(9)中电磁力  $F_{\eta}(\xi, t)$  的表达式为:

$$F_{\eta}(\xi, t) = \pm I_b \sin(\omega t + \varphi_0) [G_5(\xi) \sin \omega t + G_6(\xi) \cos \omega t], \quad (11)$$

式中  $I_b$  为线棒电流的幅值,  $\varphi_0 = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$  分别对应于三相电流 A、B、C 的相角,  $\pm$  号分别代表 2, 3 段绕组。

方程(9)中的摩擦力  $F_m(u_{\eta})$  可近似地表示为如下非线性关系式<sup>[7, 8]</sup>:

$$F_m(u_{\eta}) = f_d N_n = N_n [f_d \operatorname{sgn}(u_{\eta}) - f_d u_{\eta} + f_d 2u_{\eta}^3], \quad (12)$$

这里,  $N_n$  为法向正压力,  $f_d$  为当量摩擦因数。

现将方程(9)的解表示为模态的线性组合:

$$w_{\eta} = \sum_{i=1}^n W_i(\xi) T_i(t), \quad (13)$$

这里,  $W_i$  为相应于特征值问题的各阶模态。

这样, 将式(11)~(13)代入方程(9)中, 由伽辽金法沿梁长  $l$  进行积分, 并利用模态的正交性, 可得到如下绕组振动的非线性运动微分方程:

$$\frac{d^2 T_i}{dt^2} + \omega_i^2 T_i = a_{3i} + a_{4i} \cos 2\Omega t + a_{5i} \sin 2\Omega t - W_{i0} \left[ N_0 \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^n W_{i0} T_i \right) - N_1 \left( \sum_{i=1}^n W_{i0} T_i \right) + N_2 \left( \sum_{i=1}^n W_{i0} T_i \right)^3 \right], \quad (14)$$

式中  $W_{i0} = W_i(\xi_0)$ ,  $N_0 = N_{\text{yfd}}/a_{1i}$ ,  $N_1 = N_{\text{yfd}}/a_{1i}$ ,  $N_2 = N_{\text{yfd}}/a_{1i}$ ,  $\omega_i^2 = a_{2i}/a_{1i}$ ;  $a_{mi}$  ( $m = 1, \dots, 5$ ) 分别为沿梁长的积分表达式。

### 3 主共振问题求解

因汽轮发电机端部绕组是由许多匝铜线绝缘后绑扎成的导体, 由于长期运行及工艺等方面因素的影响, 绕组的固有振动频率会在一定范围内变化。运用本文给出的模型分析时, 会出现接近激励频率的固有频率范围, 此时将激发非常危险的主共振现象, 下面采用多尺度法<sup>[9]</sup>对绕组的这种振动现象进行分析。

令式(14)的右端为  $\varepsilon$  阶小项, 并只考虑最低阶模态情况, 则绕组的非线性振动方程可写为:

$$\ddot{T}_1 + \omega_1^2 T_1 = \varepsilon \left\{ a_{31} + a_{41} \cos \Omega + a_{51} \sin \Omega - W_{10} N_0 f(W_{10} T_1) - N_1 W_{10} T_1 + N_2 (W_{10} T_1)^3 \right\}, \quad (15)$$

这里令  $f(W_{10} T_1) = \operatorname{sgn}(W_{10} T_1)$ ,  $\Omega = 2\omega$

为求解需要, 引进调谐参数  $\sigma$ , 使得  $\Omega = \omega_1 - \varepsilon\sigma$ , 并在方程(15)中令

$$T_1(t, \varepsilon) = T_{10}(T_{0t}, T_{1t}) + \varepsilon T_{11}(T_{0t}, T_{1t}) + \dots \quad (16)$$

这里, 新的自变量  $T_{0t} = t$ ,  $T_{1t} = \varepsilon$ 。

将式(16)代入(15)中, 并令  $\varepsilon$  的同次幂项系数相等, 得

$$\varepsilon^0: D_0^2 T_{10} + \omega_1^2 T_{10} = 0, \quad (17)$$

$$\varepsilon^1: D_0^2 T_{11} + \omega_1^2 T_{11} = -2D_0 D_1 T_{10} + a_{31} + a_{41} \cos \Omega + a_{51} \sin \Omega - W_{10} N_0 f(W_{10} D_0 T_{10}) + W_{10}^2 N_1 D_0 T_{10} - N_2 W_{10}^4 (D_0 T_{10})^3, \quad (18)$$

这里  $D_0 = \partial/\partial T_{0t}$ ,  $D_1 = \partial/\partial T_{1t}$ ,  $D_0^2 = \partial^2/\partial T_{0t}^2$ 。

令式(17)的解为:

$$T_{10} = A(T_{1t}) \exp(i\omega_1 T_{0t}) + \text{c. c.}, \quad (19)$$

式中:  $i\omega$  为复常数 ( $i^2 = -1$ ), c. c. 代表前面项的共轭复数项。

将式(19)代入式(18)中, 并将  $f(\dots)$  进行傅氏级数展开, 将  $A$  表示成极式  $A(T_{1t}) = a(T_{1t}) \exp[i\beta(T_{1t})]/2$  的形式。最终, 由消除永年项的条件, 并进行实部和虚部分离后得

$$a' = -\frac{3}{8} N_2 W_{10}^4 \omega_1^2 a^3 + \frac{1}{2} W_{10}^2 N_1 a - \frac{2W_{10} N_0}{\pi \omega_1} - \frac{a_{41} \sin \gamma + a_{51} \cos \gamma}{2\omega_1}, \quad (20)$$

$$a\gamma' = \alpha a - \frac{a_{41} \cos \gamma - a_{51} \sin \gamma}{2\omega_1} \quad (\gamma = \sigma T_{1t} + \beta). \quad (21)$$

为确定稳态运动情况, 在式(20)、(21)中令  $a' = \gamma' = 0$ , 消去  $\gamma$  后得到幅频响应方程为:

$$b_1 a^6 + b_2 a^4 + b_3 a^3 + b_4 a^2 + b_5 a + b_6 = 0, \quad (22)$$

式中

$$b_1 = 9N_2^2 W_{10}^8 \omega_1^6 \pi^2 / 16, \quad b_2 = -3N_1 N_2 W_{10}^6 \omega_1^4 \pi^2 / 2,$$

$$b_3 = 6N_0N_2W_{10}^5\omega_1^3\pi, \quad b_4 = N_1^2W_{10}^4\omega_1^2\pi^2 + 4\omega_1^2\pi^2\sigma^2,$$

$$b_5 = -8N_0N_1W_{10}^3\omega_1\pi, \quad b_6 = 16N_0^2W_{10}^2 - \pi^2(a_{41}^2 + a_{51}^2).$$

## 4 定常解的稳定性与分岔

### 4.1 稳定性分析

与式(20)、(21)相对应,分别令  $a' = Y_1$ 、 $\gamma' = Z_1$ 。则由雅可比矩阵的特征方程得:

$$\lambda^2 + c_1\lambda + c_2 = 0, \quad (23)$$

式中 
$$c_1 = -\left(\frac{\partial Y_1}{\partial a} + \frac{\partial Z_1}{\partial \gamma}\right), \quad c_2 = \frac{\partial Y_1}{\partial a} \frac{\partial Z_1}{\partial \gamma} - \frac{\partial Y_1}{\partial \gamma} \frac{\partial Z_1}{\partial a}.$$

通过分析方程(23)的解可知:

- 1) 当  $c_1 > 0$ , 且  $c_1^2 - 4c_2 < 0$  时, 奇点为稳定焦点, 解是稳定的; 当  $c_1 < 0$ , 且  $c_1^2 - 4c_2 < 0$  时, 奇点为不稳定焦点, 解是不稳定的。
- 2) 当  $c_1 > 0$ , 且  $c_1^2 - 4c_2 > 0$ ,  $c_2 > 0$  时, 奇点为稳定结点, 解是稳定的; 当  $c_1 < 0$ , 且  $c_1^2 - 4c_2 > 0$ ,  $c_2 > 0$  时, 奇点为不稳定结点, 解是不稳定的。
- 3) 当  $c_2 < 0$  时, 奇点为鞍点。
- 4) 当  $c_2 = 0$  时, 具有零特征值, 将产生高阶平衡点分岔。
- 5) 当  $c_1 = 0$ ,  $c_2 > 0$  时, 特征值为一对纯虚根, 奇点为中心, 有可能产生 Hopf 分岔。

### 4.2 分岔与奇异性

由于实际运行中, 定子及其端部绕组系统参数的可变性, 有可能导致系统的动力学特征发生变化, 甚至突变, 即产生分岔。这种突变可能会影响系统的安全稳定性, 导致事故的发生。因此, 有必要对定常解的奇异性进行分析。

若在方程(12)中令系数  $f_{d0} = 0$ , 则(14)中的  $N_0 = 0$ , 于是由式(22)可得分岔方程

$$b_1a^6 + b_2a^4 + b_4a^2 + b_6 = 0. \quad (24)$$

在上式两端同乘  $a$ , 得静态分岔方程

$$G(a, \mu, \beta_1, \beta_2) = a^7 - \mu a + \beta_1 a^3 + \beta_2 a^5 = 0, \quad (25)$$

式中  $\beta_1 = b_4/b_1$ ,  $\beta_2 = b_2/b_1$ ,  $\mu = \pi^2(a_{41}^2 + a_{51}^2)/b_1$ 。

根据奇异性理论<sup>[10]</sup>, 可以证明分岔方程(25)是规范形  $g(a, \mu) = a^7 - \mu a$  的具有开折参数  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  的普适开折, 且是余维 2 的具有  $Z_2$  对称性。并可求出如下普适开折的转迁集:

- 1) 分岔集:  $B_0(Z_2) = B_1(Z_2) = \emptyset$ ;
- 2) 滞后集:  $H_0(Z_2) = \{\beta_1 = 0\}$ ;  $H_1(Z_2) = \{\beta_1 = \beta_2^2/3, \beta_2 \leq 0\}$ ;
- 3) 双极限集:  $D(Z_2) = \{\beta_1 = \beta_2^2/3, \beta_2 \leq 0\}$ ;

则转迁集为:

$$\Sigma = B_0 \cup B_1 \cup H_0 \cup H_1 \cup D.$$

与所研究的系统相对应, 可得物理参数平面上的转迁集:

- 1) 分岔集:  $B_0(Z_2) = B_1(Z_2) = \emptyset$ ;
- 2) 滞后集:  $H_0(Z_2): b_4 = 0$ ;  $H_1(Z_2): 3b_1b_4 = b_2^2, b_2 \leq 0$ ;
- 3) 双极限集:  $D(Z_2): 3b_1b_4 = b_2^2, b_2 \leq 0$ 。

图 2、3 分别给出了分岔方程(25)的转迁集和分岔图以及物理参数平面上的转迁集。由图 2 可见, 转迁集将开折平面  $\beta_1$ - $\beta_2$  分为 3 个区域, 在不同区域, 解的拓扑结构是不同的, 但在同

一区域所有点具有相同的拓扑结构,分岔图是持久的。在转迁集上,当参数变化穿越交界线时,解的拓扑结构将发生变化,分岔图是非持久的。与本文的研究系统相对应,开折参数  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  是与绕组结构的频率参数、压板的压力等有关的量。从图 2、3 可看出,当系统参数变化并使之落在区域 ② 时,系统将发生小幅振动,不会出现跳跃现象;而当落在区域 ① 和 ③ 时,将发生大幅振动和跳跃,实际中应尽量避免此类现象的发生;对于实际系统,因  $N_n > 0$ , 固只存在 ② 和 ③ 区域。

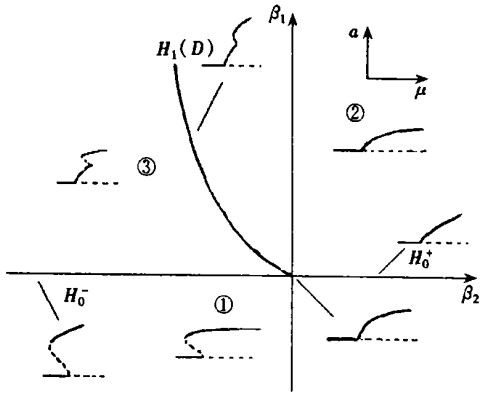


图 2 分岔方程的转迁集和分岔图

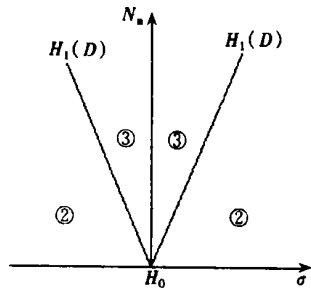


图 3 物理参数平面上的转迁集

若在式(22)中仅取  $b_6 = 0$ , 则在非零解的情况下,可得分岔方程

$$G(a, \mu, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = a^5 - \mu + \beta_1 a + \beta_2 a^2 + \beta_3 a^3 = 0, \tag{26}$$

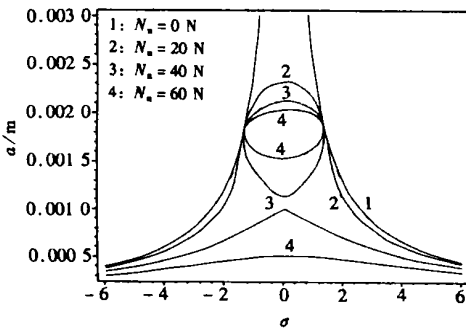
式中  $\mu = -b_5/b_1, \beta_1 = b_4/b_1, \beta_2 = b_3/b_1, \beta_3 = b_2/b_1$ 。

同样可以证明,分岔方程(26)是规范形  $g(a, \mu) = a^5 - \mu$  的具有开折参数  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  的余维 3 普适开折,该普适开折的转迁集为: 1) 分岔集:  $B = f$  (空集); 2) 滞后集:  $H = \{ \beta_1 = 15a^4 + 3\beta_3 a^2, \beta_2 = -10a^3 - 3\beta_3 a \}$ 。各区域所对应的分岔图特性可参阅文献[10]。

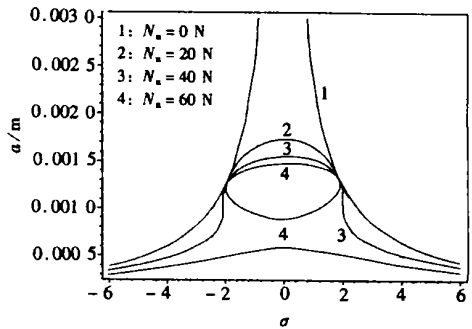
### 5 数值算例分析

下面通过算例对绕组的共振特性做进一步数值计算分析。针对实际中的某大型汽轮发电机,研究端部内层中的某段绕组,所需主要参数见文献[3]。

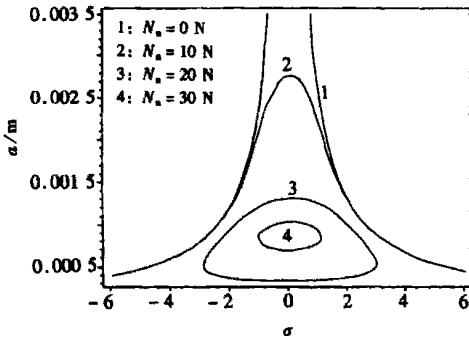
图 4 中给出了定子电流为额定值  $I_{b0} = 8625 \text{ A}$  时,幅频特性随松动压板对绕组的正压力



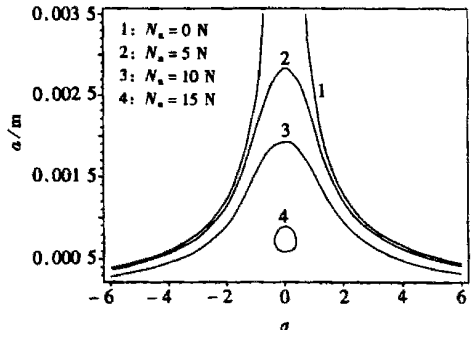
(a)  $f_{d0} = 0, f_{d1} = 0.3, f_{d2} = 0.3$



(b)  $f_{d0} = 0, f_{d1} = 0.3, f_{d2} = 0.6$

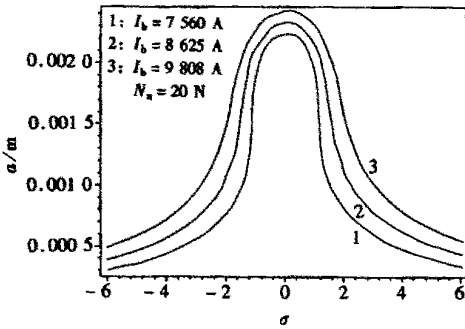


(c)  $f_{d0} = 0.3, f_{d1} = 0.6, f_{d2} = 0.9$

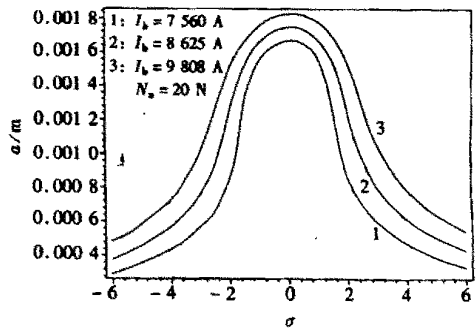


(d)  $f_{d0} = 0.3, f_{d1} = 0.1, f_{d2} = 0.2$

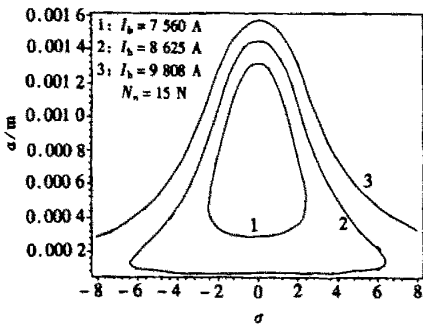
图4 压力变化时的幅频特性曲线



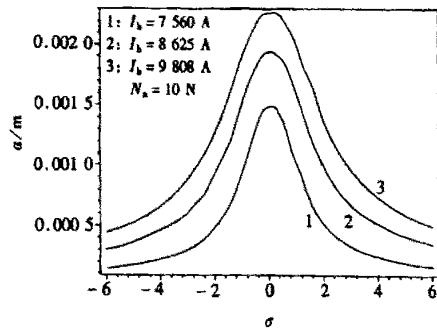
(a)  $f_{d0} = 0, f_{d1} = 0.3, f_{d2} = 0.3$



(b)  $f_{d0} = 0, f_{d1} = 0.3, f_{d2} = 0.6$



(c)  $f_{d0} = 0.3, f_{d1} = 0.6, f_{d2} = 0.9$



(d)  $f_{d0} = 0.3, f_{d1} = 0.1, f_{d2} = 0.2$

图5 定子电流变化时的幅频特性曲线

变化曲线。因实际运行时,摩擦因数受很多因素的影响,取值不定,故图4(a)~(d)中分别对应取不同摩擦因数的情况。由图4(a)、(b)可见,当压力  $N_n$  在一定范围内不断增大时,在共振区域振幅逐渐减小,并出现缩颈现象。当  $N_n$  达到一定值时,曲线分出两部分,一部分接近  $\sigma$  轴,另一部分是卵形闭曲线。显然,此时在  $\sigma = 0$  附近对应  $\sigma$  有3个幅值,通过式(23)可判断各解的稳定性。由图4(c)、(d)可见,当压力  $N_n$  增大到一定值时,随幅值的减小,曲线合并为一钟形闭曲线,并逐渐缩为卵形,出现对应  $\sigma$  的两个幅值。图5中给出了在不同摩擦因数情况下,幅频曲线随定子电流的变化趋势。由图中可见,电流增大时,幅值随之增大,并在图5(c)中出现了钟形、卵形闭曲线。

## 6 结 论

1) 研究了电磁力与摩擦力共同作用下大型汽轮发电机定子端部绕组的非线性振动问题, 并对定常解的稳定性及分岔特性进行了研究。从而, 对寻求更深入地研究电机构件复杂动力学特性问题的求解方法上将有所启迪。

2) 针对汽轮发电机的实际情况, 对本文给出的振动方程及幅频响应方程等进行了数值计算, 并得到如下主要结果:

a) 通过给出的幅频特性曲线可发现, 在发电机长期运行下, 若固定及绑扎绕组的构件振松, 绕组刚度会逐渐下降。当进入共振区时, 幅值明显增大, 且随压板的松动(压力的下降)、定子电流值的增加, 幅值逐渐加大。

b) 在幅频曲线中, 有时伴随缩颈现象及卵形、钟形曲线的出现, 会有多幅值现象发生。

c) 绕组与压板间接触表面粗糙度及周围环境的变化将引起摩擦系数的变化。由图中可见, 摩擦系数减小时, 幅值增大, 反之幅值下降。

由此可见, 当绕组进入共振区时, 因幅值的加大及数值的不确定性, 将给生产带来安全的隐患, 严重时会使线圈短路, 导致事故的发生。因此, 工程中应尽量避免此类现象的发生, 优化结构, 合理安装; 而本文给出的结果亦可为此提供理论依据。

### [参 考 文 献]

- [1] 邱家俊. 电机的机电耦联与磁耦合非线性振动研究[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(5): 109—115.
- [2] 汪耕, 王作民, 邵亚声, 等. 汽轮发电机的振动问题(上)[J]. 振动与冲击, 1999, 18(4): 1—5.
- [3] 胡宇达. 大型汽轮发电机定子端部绕组的电磁固体振动问题研究[D]. 博士学位论文. 天津: 天津大学, 2003, 12—44.
- [4] 汤蕴璿. 电机内的电磁场[M]. 北京: 科学出版社, 1981, 278—306.
- [5] 胡宇达. 大型汽轮发电机定子端部绕组的电磁固体振动问题研究[J]. 振动与冲击, 2003, 22(1): 42—48.
- [6] 胡宇达, 邱家俊, 塔娜. 大型汽轮发电机定子端部绕组的电磁固体振动问题研究[J]. 振动与冲击, 2003, 22(1): 150—163.
- [7] Wickert J A. Analysis of self-excited longitudinal vibration of a moving tape[J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 160(3): 455—463.
- [8] Stelter P. Nonlinear vibrations of structures induced by dry friction[J]. Nonlinear Dynamics, 1992, 3(3): 329—345.
- [9] Nayfeh A H, Mook D T. Nonlinear Oscillations[M]. New York: John Wiley & Sons, 1979: 203—219.
- [10] Golubisky M, Schaeffler D G. Singularities and Groups in Bifurcation Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1985: 267—271.



# Fundamental Resonance and Bifurcation of Large Generator End Winding When Its Clamping Plates Are Loose

HU Yu\_da<sup>1</sup>, QIU Jia\_jun<sup>2</sup>, TA Na<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University,

Qinhuangdao 066004, P. R. China;

2. Department of Mechanics, Tianjin University,

Tianjin 300072, P. R. China)

**Abstract:** Vibration problems of a segment of winding between two clamping plates are studied when the clamping plates, which are used to fix stator end winding, are loose. First, magnetic induction expressions of the winding when the generator was running were given by using separation of variables method. Also, the expressions of the winding electromagnetic force and dry friction force between loosening clamping plates were gotten. Secondly, a mechanical model, which was used to study nonlinear vibration problem of the winding, was set up. Fundamental resonance was analyzed by using multiple scales method, and a resonance equation of amplitude and frequency in steady state was given. Then stability, bifurcation and singularity of the steady solution were studied. Criteria of stability and transition set of the bifurcation equation were obtained. At last, through numerical calculations, resonance curves were obtained. The results are helpful for analysis and protection of generator accidents.

**Key words:** turbo generator; end winding; electromagnetic force; fundamental resonance; bifurcation; multiple scales