应用数学和力学, 第 26 卷 第 5 期(2005 年 5 月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2005)05_0595_07

切换系统的自适应广义预测控制*

王一晶[1], 王 龙[2]

(1. 天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072;
2. 北京大学 力学与工程科学系, 系统与控制中心, 北京 100871)

(叶庆凯推荐)

摘要: 针对一类切换系统研究了含有输出预测误差的自适应广义预测控制问题• 切换律由有限个子系统的输出预测误差确定• 对于单个子系统和多个子系统两种情况, 证明了所提出的广义预测控制直接算法能够保证系统的全局收敛性• 该算法克服了传统自适应控制固有的收敛速度慢且暂态误差较大的缺点•

关 键 词: 广义预测控制; 切换系统; 自适应控制; 全局收敛
中图分类号: TP273 文献标识码: A

引 言

切换系统存在于生产、通讯网络、自动导航设计、计算机同步、交通控制、化学处理等各个领域• 切换系统作为一类特殊的混杂动态系统, 是由一组子系统组成, 用切换律来表征在不同子系统之间的切换方式• 近年来, 由于切换系统在理论和应用中的重要性而日益引起人们的研究兴趣• 广义预测控制(GPC)作为一类流行的控制方法也得到了众人的关注• 与此同时, 对有较大参数变化系统的控制也成为近年的主要研究领域之一• 然而, 传统的自适应控制收敛慢且会带来较大的暂态误差• 为了解决这个问题, 近来出现了有多个模型的自适应控制, 其基本思想是每一时刻以某个性能指标为依据来选取“最佳”的模型•

Martensson[1]把切换的思想引入自适应控制中• 此后, Fu[2], Middleton[3]和Morse[4]分别阐述了两类切换方案• 一种方案是根据输出提前确定切换控制器• 另一种给出多个模型, 在每个时刻确定什么时候切换、选择哪个控制器进行切换• 显然后者为控制设计者提供了更大的自由同时在实际应用中也更加有吸引力• Narendra[5~7]通过固定模型和自适应模型的组合实现了稳定性和性能指标• 但对于多个模型的广义预测控制研究的成果还很少•

本文的目的是研究一类切换系统的自适应广义预测控制• 在推广Wang[8]的基础上, 提出了一种减小传统广义预测控制复杂度的有效算法• 对于含有单个子系统和多个子系统两种情形, 通过选择合适的性能指标保证全局的收敛性• 后者意味着在基于某种准则的前提下, 在不

---

* 收稿日期: 2003_11_21; 修订日期: 2005_01_25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(13072002); 国家重点基础研究与发展计划基金资助项目(2002CB312200)
作者简介: 王一晶(1976—), 女, 黑龙江海伦人, 讲师, 博士(联系人. Tel: +86_22_27406130; Fax: +86_22_27406272; E_mail: yjwang@pku.org.cn)•

同子系统之间进行切换时全局收敛性不被破坏•

1 预备知识和问题描述

考虑如下的 CARIMA(受控自回归积分滑动平均) 切换系统

$$A_{\sigma(t)}(z^{-1})y_{\sigma(t)}(t) = B_{\sigma(t)}(z^{-1})u(t-1) + C_{\sigma(t)}(z^{-1})\xi(t)/\Delta, \tag{1}$$

其中

$$A_{\sigma(t)}(z^{-1}) = 1 + a_{\sigma(t),1}z^{-1} + \cdots + a_{\sigma(t),n_a}z^{-n_a},$$
$$B_{\sigma(t)}(z^{-1}) = b_{\sigma(t),0} + b_{\sigma(t),1}z^{-1} + \cdots + b_{\sigma(t),n_b}z^{-n_b},$$
$$C_{\sigma(t)}(z^{-1}) = 1 + c_{\sigma(t),1}z^{-1} + \cdots + c_{\sigma(t),n_c}z^{-n_c},$$

$\{u(t)\}$ 为系统输入, $\{y_{\sigma(t)}(t)\}$ 为子系统输出, z^{-1} 为单位滞后移位算子, $\Delta = 1 - z^{-1}$• $\xi(t)$ 为白噪声序列, 满足

$$E[\xi(t) \mid t-1] = 0, \quad E[\xi^2(t) \mid t-1] = \sigma^2, \quad \lim_{N\to\infty}\sup \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\xi^2 < \infty, \tag{2}$$

分段定常函数 $\sigma(t): \mathbf{R}^+ \to \{1, 2, \ldots, M\}$ 是待定的切换信号• 此外, $\sigma(t) = i$ 表明矩阵对(A_i, B_i, C_i) 选作系统的一个实现• 在接下来的讨论中, 我们将用(A_i, B_i, C_i) 来代表第 i 个子系统, 其中 $i \in \{1, 2, \ldots, M\}$, 并假设 $C_i(z^{-1})$ 的根严格在单位圆内•

为了得到超前第 j 步的预测输出, 引入如下 Diophantine 方程

$$C_i(z^{-1}) = A_i(z^{-1})R_{i,j}(z^{-1}) + z^{-j}F_{i,j}(z^{-1}), \tag{3}$$

$$\frac{B_i(z^{-1})R_{i,j}(z^{-1})}{C_i(z^{-1})} = G_{i,j}(z^{-1}) + z^{-j}\frac{S_{i,j}(z^{-1})}{C_i(z^{-1})}, \tag{4}$$

其中$A_i(z^{-1}) = A_i(z^{-1})\Delta$, $\deg\{R_{i,j}\} = j-1$, $\deg\{F_{i,j}\} = \max\{n_a, n_c - j\} = m$, $\deg\{G_{i,j}\} = j-1$, $\deg\{S_{i,j}\} = \max\{n_c - 1, n_b - 1\} = n$• 则有

$$y_i(t+j) = G_{i,j}(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \frac{S_{i,j}(z^{-1})}{C_i(z^{-1})}\Delta u(t-1) + \frac{F_{i,j}(z^{-1})}{C_i(z^{-1})}y_i(t) + R_{i,j}(z^{-1})\xi(t+j), \tag{5}$$

以上的多步输出是基于系统的精确参数• 然而, 这些参数未知或者很难获得其实际值• 在这种情况下, 我们只能采用在线辨识的估计值• 引入输出预测误差 $e_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t)$, 则

$$y_i(t+j) = \hat{G}_{i,j}(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \frac{\hat{S}_{i,j}(z^{-1})}{\hat{C}_i(z^{-1})}\Delta u(t-1) + \frac{\hat{F}_{i,j}(z^{-1})}{\hat{C}_i(z^{-1})}y_i(t) + \hat{R}_{i,j}(z^{-1})\xi(t+j) + h_{i,j}e_i(t), \tag{6}$$

其中 $\hat{y}_i$ 为用所估计的参数计算出来的第i 个子系统的预测输出, $h_{i,j}$ 为校正系数•

简化起见, 下面我们用 X 代替$X(z^{-1})$•

定义如下的性能指标

$$J_i(N_1, N_u) = E\left\{\sum_{j=1}^{N_1}[y_i(k+j) - y_r(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u}\lambda_i[\Delta u(t+j-1)]^2\right\}, \tag{7}$$

其中 N_1 和 N_u 分别是预测时域和控制时域的长度且$N_1 > N_u$, λ_i 是输入的权重, $y_r(t+j)$ 是需要被跟踪的参考序列• 现在我们以矩阵的形式重写(6)

$$\boldsymbol{Y}_i(t+1) = \boldsymbol{G}_i\Delta\boldsymbol{U}(t) + \boldsymbol{H}_i\Delta u(t-1) + \boldsymbol{L}_i y_i(t) + \boldsymbol{h}_i e_i(t) + \boldsymbol{\xi}_i(t+1), \tag{8}$$

其中

$$\boldsymbol{Y}_i(t+1)=\left[y_i(t+1)\quad y_i(t+2)\quad\cdots\quad y_i(t+N_1)\right]^{\mathrm{T}},$$
$$\Delta\boldsymbol{U}(t)=\left[\Delta u(t)\quad\Delta u(t+1)\quad\cdots\quad\Delta u(t+N_u-1)\right]^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{H}_i=\left[\frac{\hat{S}_{i,1}}{\hat{C}_i}\quad\frac{\hat{S}_{i,2}}{\hat{C}_i}\quad\cdots\quad\frac{\hat{S}_{i,N_1}}{\hat{C}_i}\right]^{\mathrm{T}},\quad\boldsymbol{L}_i=\left[\frac{\hat{F}_{i,1}}{\hat{C}_i}\quad\frac{\hat{F}_{i,2}}{\hat{C}_i}\quad\cdots\quad\frac{\hat{F}_{i,N_1}}{\hat{C}_i}\right]^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{h}_i=\left[h_{i,1}\quad h_{i,2}\quad\cdots\quad h_{i,N_1}\right]^{\mathrm{T}},$$
$$\epsilon_i(t+1)=\left[\hat{R}_{i,1}\xi(t+1)\quad\hat{R}_{i,2}\xi(t+2)\quad\cdots\quad\hat{R}_{i,N_1}\xi(t+N_1)\right]^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{G}_i=\begin{bmatrix}\hat{g}_{i,1,0} & 0 & 0 & 0\\ \hat{g}_{i,2,1} & \hat{g}_{i,1,0} & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \hat{g}_{i,N_1,N_1-1} & \hat{g}_{i,N_1-1,N_1-2} & \cdots & \hat{g}_{i,N_1-N_u+1,N_1-N_u}\end{bmatrix}_{N_1\times N_u}.$$

式(7)的矩阵形式可以写为

$$J_i(N_1,N_u)=E\Big\{[\boldsymbol{Y}_i(t+1)-\boldsymbol{Y}_r(t+1)]^{\mathrm{T}}\times[\boldsymbol{Y}_i(t+1)-\boldsymbol{Y}_r(t+1)]+\lambda_i\Delta\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}(t)\Delta\boldsymbol{U}(t)\Big\},$$

其中 $\boldsymbol{Y}_r(t+1)=\left[y_r(t+1)\quad y_r(t+2)\quad\cdots\quad y_r(t+N_1)\right]^{\mathrm{T}}.$

令性能指标 $J_i(N_1,N_u)$ 的梯度为零, 则可以计算出 $J_i(N_1,N_u)$ 的最小值, 那么

$$\Delta\boldsymbol{U}(t)=(\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i+\lambda_i\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{Y}_r(t+1)-\boldsymbol{H}_i\Delta u(t-1)-\boldsymbol{L}_iy_i(t)-\boldsymbol{h}_ie_i(t)].\tag{9}$$

在计算出每个子系统的性能指标后, 则系统应切换到具有最小性能指标的子系统. 为讨论方便, 我们假设第 i 个子系统是具有最小性能指标的子系统.

为了计算当前输入, 只需提出式(9)的第一行, 即

$$\Delta u(t)=\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{Y}_r(t+1)-\boldsymbol{H}_i\Delta u(t-1)-\boldsymbol{L}_iy_i(t)-\boldsymbol{h}_ie_i(t)],\tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{p}_i^{\mathrm{T}}=[1,0,\cdots,0](\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i+\lambda_i\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}=\left[p_{i,1}\quad p_{i,2}\quad\cdots\quad p_{i,N_1}\right].$

如果我们定义 $p_i(z^{-1})=p_{i,N_1}+p_{i,N_1-1}z^{-1}+\cdots+p_{i,1}z^{-N_1+1}$, 那么式(10)等于

$$\Delta u(t)=p_i(z^{-1})y_r(t+N_1)-v_i(t),\tag{11}$$

其中 $v_i(t)$ 满足

$$C_i(z^{-1})v_i(t)=\mu_{i,1}(z^{-1})y_i(t)+\mu_{i,2}(z^{-1})\Delta u(t-1)+\mu_{i,3}(z^{-1})e_i(t),\tag{12}$$
$$\mu_{i,1}(z^{-1})=\sum_{j=1}^{N_1}p_{i,j}L_{i,j}(z^{-1}),\quad\mu_{i,2}(z^{-1})=\sum_{j=1}^{N_1}p_{i,j}H_{i,j}(z^{-1}),$$
$$\mu_{i,3}(z^{-1})=C_i(z^{-1})\sum_{j=1}^{N_1}p_{i,j}h_{i,j}.$$

2 主要结果

2.1 广义预测控制的直接算法

定义矩阵 $(\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i+\lambda_i\boldsymbol{I})^{-1}$ 的第一行为

$$\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{T}}=(1,0,\cdots,0)(\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i+\lambda_i\boldsymbol{I})^{-1}=\left[q_{i,1}\quad q_{i,2}\quad\cdots\quad q_{i,N_u}\right]$$

且 $q_i(z^{-1})=q_{i,N_u}+q_{i,N_u-1}z^{-1}+\cdots+q_{i,1}z^{-N_u+1}.$

引理 1 式(11)使如下的性能指标最小化

$$J_1=E\Big\{[p_i(z^{-1})(y_i(t+N_1)-y_r(t+N_1))+\lambda_iq_i(z^{-1})\Delta u(t+N_u-1)]^2\Big\},\tag{13}$$

其中多项式 $p_i(z^{-1})$ 和 $q_i(z^{-1})$ 的定义见上. 式(13)的最小值为

$$\gamma^2 = \sigma^2 \sum_{j=1}^{N_1}\left(\sum_{l=0}^{N_1-j} p_{i,l+j}R_{i,l}\right)^2 .$$

证明 将式(8)左乘以 $\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}$ 并且在等式两边同时加上 $\lambda_i \Delta \boldsymbol{U}(t)$，即

$$\Delta \boldsymbol{U}(t) = (\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}_i + \lambda_i \boldsymbol{I})^{-1}[\boldsymbol{G}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Y}_i(t+1) - \boldsymbol{H}_i \Delta u(t-1) - \boldsymbol{L}_i y_i(t) + \boldsymbol{h}_i e_i(t) + \boldsymbol{\epsilon}_i(t+1)) + \lambda_i \Delta \boldsymbol{U}(t)],$$

那么 $\Delta \boldsymbol{U}(t)$ 的第一行为

$$\Delta u(t) = p_i(z^{-1}) y_i(t+N_1) + \lambda_i q_i(z^{-1}) \Delta u(t+N_u-1) - \eta_i(t+N_1) - v_i(t), \tag{14}$$

其中

$$\eta_i(t+N_1) = \sum_{j=1}^{N_1} p_{i,j} R_{i,j}(z^{-1}) \xi_i(t+j), \tag{15}$$

$v_i(t)$ 见式(12)。如果我们定义

$$y_i^0(t+N_1) = p_i(z^{-1}) y_i(t+N_1) + \lambda_i q_i(z^{-1}) \Delta u(t+N_u-1), \tag{16}$$

则式(14)可以写成

$$y_i^0(t+N_1) - \eta_i(t+N_1) = v_i(t) + \Delta u(t), \tag{17}$$

容易看出最优的预测值为

$$y_i^0(t+N_1) = y_i^0(t+N_1) - \eta_i(t+N_1) = v_i(t) + \Delta u(t), \tag{18}$$

将(16)和(18)代入到(13)中，得到

$$J_1 = E\left\{[v_i(t) + \Delta u(t) - p_i(z^{-1}) y_r(t+N_1)]^2\right\} + E\left\{\eta_i(t+N_1)^2 \mid F_t\right\} \geqslant E\left\{\eta_i(t+N_1)^2 \mid F_t\right\},$$

再由式(15)，我们得到 $E\left\{\eta_i(t+N_1)^2 \mid F_t\right\} = \sigma^2 \sum_{j=1}^{N_1}\left(\sum_{l=0}^{N_1-j} p_{i,l+j}R_{i,l}\right)^2 = \gamma^2$。证毕。

为了实现直接算法的自适应控制并保证其全局收敛，有以下假设。

假设 1 1) 已知系统的阶跃响应信号 $(g_{i,1,0}, \cdots, g_{i,N_1,N_1-1})$；2) 存在正数 k 使 $C_i(z^{-1}) - 2/k$ 为严格正实。

由式(17)，有

$$C_i(z^{-1})[y_i^0(t+N_1) - \eta_i(t+N_1)] = \mu_{i,1}(z^{-1}) y_i(t) + \mu_{i,4}(z^{-1}) \Delta u(t-1) + \mu_{i,3}(z^{-1}) e_i(t) + \Delta u(t), \tag{19}$$

其中 $\mu_{i,4}(z^{-1}) = \mu_{i,2}(z^{-1}) + z(C_i(z^{-1}) - 1)$。从式(19)两边消去 $C_i(z^{-1}) p_i(z^{-1}) y_r(t+N_1)$，得 $C_i[y_i^0(t+N_1) - p_i y_r(t+N_1) - \eta_i(t+N_1)] = \varphi_i^{\mathrm{T}}(t)\theta_i + \Delta u(t) - p_i y_r(t+N_1)$，其中

$$\varphi_i^{\mathrm{T}}(t) = [y_i(t), \cdots, y_i(t-n), \Delta u(t-1), \cdots, \Delta u(t-m-1), e_i(t), \cdots, e_i(t-n_c), - p_i(z^{-1}) y_r(t+N_1-1), \cdots, - p_i(z^{-1}) y_r(t+N_1-n_c)],$$

$$\theta_i^{\mathrm{T}} = [\mu_{i,1,1}, \cdots, \mu_{i,1,n+1}, \mu_{i,4,1}, \cdots, \mu_{i,4,m+1}, \mu_{i,3,1}, \cdots, \mu_{i,3,n_c+1}, c_{i,1}, \cdots, c_{i,n_c}].$$

当 θ_i 已知时，令 $\hat{\theta}_i$ 为其估计值。采用下面的递归最小二乘法(RLS)[9] 来修正估计值 $\hat{\theta}_i$

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-N_1) + P_i(t-N_1) \varphi_i(t-N_1) e_i(t), \tag{20}$$

$$P_i(t-N_1) = P_i(t-2N_1) - \frac{P_i(t-2N_1)\varphi_i(t-N_1)\varphi_i^{\mathrm{T}}(t-N_1) P_i(t-2N_1)}{1 + \varphi_i^{\mathrm{T}}(t-N_1) P_i(t-2N_1) \varphi_i(t-N_1)}. \tag{21}$$

现在我们给出自适应广义预测控制的直接算法。

给定参数 $N_1, N_u, \lambda_i, g_{i,1,0}, \cdots, g_{i,N_1,N_1-1}$;

i) 计算 $y_i^0(t)$, $y_i^0(t) = p_i(z^{-1})y_i(t) + \lambda_i q_i(z^{-1})\Delta u(t-N_1+N_u-1)$;

ii) 由式(20)和(21)修正 θ_i;

iii) 计算 $u(t)$, $u(t) = u(t-1) + p_i(z^{-1})y_r(t+N_1) - \varphi_i^{\mathrm{T}}(t)\theta_i(t)$;

iv) 令 $t = t+1$, 返回到第 i) 步.

2.2 收敛性分析

接下来,我们来分析系统的收敛性. 定义 $e_i(t) = y_i^0(t) - p_i(z^{-1})y_r(t)$ 和 $z_i(t-N_1) = e_i(t) - \eta_i(t)$. 下面介绍关于 RLS 算法的引理.

引理 2[7] 假设白噪声序列满足式(2)且

1) $1/C_i(z^{-1}) - 1/2$ 是严格正实的;

2) $\limsup_{N\to\infty}\left\{\lambda_{\max}P_i(N)/(\lambda_{\min}P_i(N))\right\} < \infty$, 如果采用式(20)和(21)的 RLS 算法来修正估计值 $\theta_i(t)$, 则以下结论成立

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{t=1}^{N}\frac{[e_i(t)-\eta_i(t)]^2}{r_i(t-N_1)} < \infty,$$

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{t=1}^{N}\|\theta_i(t)-\theta_i(t-k)\|^2 < \infty, \qquad t \geqslant k_1,\ k_1 \in \mathbf{I}^+,$$

其中 $\quad r_i(t-N_1) = r_i(t-N_1-1) + \varphi_i^{\mathrm{T}}(t-N_1)\varphi_i(t-N_1)$.

2.2.1 单个子系统的情况

首先,我们要对 CARIMA 模型作如下假设.

假设 2 1) 多项式 $A_i(z^{-1})$, $B_i(z^{-1})$ 和 $C_i(z^{-1})$ 的阶数已知; 2) $1/C_i(z^{-1}) - 1/2$ 是严格正实的; 3) $B_i(z^{-1})$ 是 Hurwitz 稳定的.

引理 3[7] [Kronecker 引理] 令 $\{x_n\}$ 为一实数序列满足 $\sum_{n=1}^{\infty}x_n = s < \infty$, 令 $\{b_n\}$ 为一满足 $b_0 \geqslant 0$, $b_n \geqslant b_{n-1}$ 和 $b_n \to \infty$ 的序列, 则 $\left(\frac{1}{b_n}\right)\sum_{k=1}^{n}b_k x_k \to 0$.

定理 1 在假设 1 和假设 2 的条件下, 由式(20)、式(21)描述的自适应估计和控制算法使系统(1)在如下意义下是全局收敛的.

$$\limsup_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y_i^2(t) < \infty, \tag{22}$$

$$\limsup_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\Delta u^2(t) < \infty, \tag{23}$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}E[(e_i(t))^2 \mid F_{t-N_1}] = \gamma^2. \tag{24}$$

证明 由于噪声是均方有界的并且多项式 $B_i(z^{-1})$ 是 Hurwitz 稳定的, 则有

$$\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\Delta u^2(t) \leqslant \frac{K_1}{N}y_i^2(t) + K_2, \qquad K_1 > 0, K_2 > 0.$$

因为输出误差 $e_i(t)$ 满足 $e_i(t) = y_i^0(t) - p_i(z^{-1})y_r(t)$, 其中期望输出 $y_r(t)$ 是有界的, 那么

$$\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y_i^2(t) \leqslant \frac{K_3}{N}\sum_{t=1}^{N}e_i^2(t) + K_4, \qquad K_3 > 0, K_4 > 0.$$

由引理 2 和 $r_i(t-N_1)$ 的定义, 可以得到

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{t=1}^{N}\frac{[e_i(t)-\eta_i(t)]^2}{r_i(t-N_1)}<\infty, \tag{25}$$

对式(25), 如果 $r_i(t)$ 是有界的, 则结果显然. 因此, 下面我们假设当 $t\to\infty$ 时 $r_i(t)\to\infty$. 由 $r_i(t)$ 单调递增和引理 3, 有

$$\lim_{N\to\infty}\left\{\left(\sum_{t=1}^{N}[e_i(t)-\eta_i(t)]^2/N\right)\Big/[r_i(N-N_1)/N]\right\}=0, \tag{26}$$

由于 $r_i(N-N_1)/N$ 是有界的, 可以用反证法证明 $\lim_{N\to\infty}\left[\sum_{t=1}^{N}[e_i(t)-\eta_i(t)]^2/N\right]=0$. 则定理 1 的式(22) 和(23) 成立. 另外通过 $e_i(t)=e_i(t)-\eta_i(t)+\eta_i(t)$, 可得 $E\left\{e_i(t)^2\mid F_{t-N_1}\right\}=[e_i(t)-\eta_i(t)]^2+E\left\{\eta_i^2(t)\mid F_{t-N_1}\right\}$, 进而得到式(24).

2.2.2 多个子系统的情况

在自适应控制问题采用多个子系统时, 它们有相同的结构但参数不同. 在每一时刻 t, RLS 算法可对每个子系统独立更新参数 $\theta_i(t)$ $(t=1,\cdots,M)$. 令时刻 t 系统切换到第 l 个子系统. 我们用下标 l 表示第 l 个子系统及相应的参数和信号.

引理 4[7] 令 $\{x_i\}$ 为一实数序列, 且 $x_n\geqslant 0$, $\sum_{n=1}^{\infty}x_n=s<\infty$, 令 $\{b_n\}$ 为一序列, 且 $b_n>0$, $b_n\to\infty$, 存在 $K>0$, 使得对所有的 $l\leqslant n$ 有 $(b_l/b_n)\leqslant K$, 则 $n\to\infty$ 时, $\left(\frac{1}{b_n}\right)\sum_{k=1}^{n}b_kx_k\to 0$ 成立.

定理 2 在与定理 1 相同的假设条件下, 由 M 个自适应子系统切换组成的系统在定理 1 中式(22) ~ (24) 意义下全局收敛.

证明 在时刻 $t+1$, 跟踪误差 $e(t+1)$ 等于 $e(t+1)=y_l^0(t+1)-p_l(z^{-1})y_r(t)=e_l(t+1)$, 于是有

$$\frac{[e(t+1)-\eta_l(t+1)]^2}{r_l(t)}=\frac{[e_l(t+1)-\eta_l(t+1)]^2}{r_l(t)}.$$

由引理 2, 可以得到

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{t=1}^{N}\frac{[e_l(t+1)-\eta_l(t+1)]^2}{r_l(t)}<\infty.$$

当只存在一个子系统 l 时, 很明显 $r_l(t)$ 是单调的. 然而在不同的子系统间进行切换时, 即使对第 i 个子系统而言, $r_i(t)$ 是单调的, $r_l(t)$ 也不再是单调的. 因此在这种情况下, 我们不能直接使用 Kronecker 引理, 必须作一定的修正. 在假设条件 $B_i(z^{-1})$ 是 Hurwitz 稳定时, 我们可以看出每一个 $r_l(t)$ $(l=1,2,\cdots,M)$ 以相同的速率增长. 对第 i 个子系统而言, $r_i(t)$ 是单调增长的, 于是我们有 $r_i(n_1)/(r_j(n_2))\leqslant K$, $K>0$, 对所有的 $n_1\leqslant n_2$, $i,j\in\{1,2,\cdots,M\}$ 均成立. 由引理 4, 得

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{r_{l(N)}(N)}\sum_{t=1}^{N}[e_l(t+1)-\eta_l(t+1)]^2=0.$$

采用与证明定理 1 同样的方法, 可以得出

$$\frac{r_{l(N)}(N)}{N}\leqslant\frac{D_1}{N}\sum_{t=1}^{N}[e_l(t+1)-\eta_l(t+1)]^2+D_2,$$

其中 $D_1>0$, $D_2>0$. 定理 2 余下的证明与定理 1 的证明相似, 故省略.

3 结　论

讨论了切换系统的自适应广义预测控制直接算法• 给出了保证系统性能指标最小化时控制器的设计方法• 在此基础上,针对一类具有单个子系统和多个子系统的切换系统证明了系统的全局收敛性,从而改善了控制效果•

[参 考 文 献]

[1] Martensson B. Adaptive Stabilization [D]. Doctor Dissertation, Lund, Sweden: Lund Institute of Technology, 1986, 16—28.

[2] Fu M, Barmish B R. Adaptive stabilization of linear systems via switching control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1986, **31**(12): 1097—1103.

[3] Middleton R H, Goodwin G C, Hill K J, et al. Design issues in adaptive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, **31**(1): 50—58.

[4] Morse A S, Mayne D Q, Goodwin G C. Application of hysteresis switching in parameter adaptive control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, **37**(9): 1343—1354.

[5] Narendra K S, Balakrishnan J, Ciliz M K. Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1995, **15**(3): 37—51.

[6] Narendra K S, Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models and switching[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, **42**(2): 171—187.

[7] Narendra K S, Xiang C. Adaptive control of discrete_time systems using multiple models[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, **45**(9): 1669—1686.

[8] Wang W. A direct adaptive generalized predictive control algorithm and global convergence analysis [J]. Acta Automatica Sinica, 1995, **21**(1): 57—62.

[9] Goodwin G C, Sin K. Adaptive Filtering, Prediction, and Control [M]. Englewood Cliffs, N J: Prentice Hall, 1984, 248—252.

Adaptive Generalized Predictive Control of Switched Systems

WANG Yi_jing[1], WANG Long[2]

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, P.R. China;

2. Center for Systems and Control, Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, P.R. China)

Abstract: The problem of adaptive generalized predictive control which consists of output prediction errors for a class of switched systems is studied. The switching law is determined by the output predictive errors of a finite number of subsystems. For the single subsystem and multiple subsystems cases, it is proved that the given direct algorithm of generalized predictive control guarantees the global convergence of the system. This algorithm overcomes the inherent drawbacks of the slow convergence and large transient errors for the conventional adaptive control.

Key words: generalized predictive control; switched system; adaptive control; global convergence