应用数学和力学,第 26 卷 第 6 期(2005 年 6 月)
Applied Mathematics and Mechanics

应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2005) 06_0659_06

一类多维非齐次 GBBM 方程初边值问题解的长时间行为

房少梅[1,2], 郭柏灵[3]

(1. 韶关学院 数学系,广东 韶关 512005;
2. 华南农业大学 数学系,广州 510642;
3. 应用物理与计算数学研究所,北京 8009 信箱,北京 100088)

(我刊编委郭柏灵来稿)

摘要: 研究一类多维非齐次广义 Benjamin_Bona_Mahony(GBBM)方程的初值边界问题,利用 Sobolev 插值不等式,做关于时间的一致性先验估计,证明该问题的整体吸引子的存在性

关 键 词: 多维 GBBM 方程; 先验估计; 整体吸引子
中图分类号: O175.25;O175.29 文献标识码: A

引 言

BBM 方程是 Benjamin, Bona 和 Mahony 在研究非线性色散长波传播的情况时提出的,有着明确的物理背景 文献[1,2]提出并研究了一类广义高维 BBM 方程 GBBM 方程的整体光滑解的存在性和唯一性

本文中,我们将研究如下

$$\boldsymbol{u}_t - \quad \boldsymbol{u}_t + \quad (\boldsymbol{u}) = f(\boldsymbol{u}) + \quad \boldsymbol{u} + g(x), \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u}\,|_{t=0} = \boldsymbol{u}_0(x), \tag{2}$$

$$\boldsymbol{u}\,| \quad = 0, \qquad t \quad 0 \tag{3}$$

具有初边值问题的多维非齐次 GBBM 方程的整体吸引子的存在性,其中

$$\frac{2}{x_1^2} + \frac{2}{x_2^2} + \quad + \frac{2}{x_n^2}, \qquad \left(\frac{}{x_1}, \frac{}{x_2}, \quad , \frac{}{x_n} \right),$$

$$(\boldsymbol{u}) = (\quad {}_1(\boldsymbol{u}), \quad {}_2(\boldsymbol{u}), \quad , \quad {}_n(\boldsymbol{u})), \qquad (\boldsymbol{u}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{{}_i(\boldsymbol{u})}{x_i},$$

> 0, R^n 是有界区域, 是它的光滑边界

我们来建立问题(1)~(3)的光滑解关于 t 的一致性先验估计, 以此证明整体吸引子的存在性

收稿日期: 2003_11_21; 修订日期: 2005_01_18
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10471050);广东省自然科学基金资助项目(031495)
作者简介: 房少梅(1964),女,新疆伊犁人,教授,博士;
郭柏灵(联系人. Tel: + 86_10_62014411_3093; Fax: + 86_10_62010108; E_mail: dz90@163.net; E_mail: gbl@iapcm.ac.cn)

设 $H^m(\ )$ 为具有如下范数

$$\|u\|_{H^m(\ )} = \left(\sum_{|\ |\ m} \|D\ u\|_{L_2}^2 \right)^{1/2}$$

定义的 Sobolev 空间, $H_0^m(\ )$ 表示定义在 $H^m(\ )$ 中的闭包 $C_0(\ )$ 其中

$$\|u\|_{L} = \operatorname{ess\,sup}_x |u(x)|,$$

等等(见文献[3])

为方便起见, 本文用 表示 L_2, 用 表示 L , m 表示 H_m

1 一致性先验估计

引理 1 设

( ) (u) C^1, $(f(u), u)$ $b(u, u)$, $b < 0$ 是常数;

( ) $u_0(x)$ $H_0^1(\ )$, $g(x)$ $L^2(\ )$

则关于问题(1)~(3)的光滑解 $u(x, t)$ 有如下估计

$$\|u\|^2 + \|u\|^2 \ \ e^{-\ t}(\|u_0\|^2 + \|u_0\|^2) + \frac{1}{|b|}(1 - e^{-\ t})\|g(x)\|^2 \tag{4}$$

因此, 我们有

$$\overline{\lim_t} \|u\|^2 + \|u\|^2 \ \ \frac{1}{|b|}\|g(x)\|^2 = E_0, \tag{5}$$

其中常数 E_0 与 t 无关, $= \min\left\{2\ , -3b\right\}$

证 令式(1)与 u 做内积, 则有

$$(u_t - \ u_t + \ (u), u) = (f(u) + \ u + g(x), u) \tag{6}$$

由于

$$(u_t, u) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|u\|^2, \ (-\ u_t, u) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\ u\|^2,$$

$$(\ (u), u) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\ _i(u)}{x_i}, u\right) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\ _i(u)}{x_i}, 1\right) = 0,$$

其中

$$\ _i(u) = \int_0^u \ _i(z) z\,dz, \ (f(u), u) \ \ b\|u\|^2,$$

$$(\ u, u) = -\|\ u\|^2, \ |(g(x), u)| \ \ \frac{1}{2|b|}\|g(x)\|^2 + \frac{|b|}{2}\|u\|^2$$

从式(6)推出

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}(\|u\|^2 + \|\ u\|^2) + 2\ \|\ u\|^2 - 3b\|u\|^2 \ \ \dfrac{1}{|b|}\|g(x)\|, \\ \dfrac{d}{dt}(\|u\|^2 + \|\ u\|^2) + \ (\|u\|^2 + \|\ u\|^2) \ \ \dfrac{1}{|b|}\|g(x)\|, \end{cases} \tag{7}$$

其中 $= \min\left\{2\ , -3b\right\}$

应用 Gronwall 不等式, 得到不等式(4)、(5) 引理证明完成

引理 2 (Sobolev 不等式)

( ) 若 u $H_0^1(\ )$, 则

$$\|u\|_{L_q(\ )} \ \ C(\ , n, q)\|u\|_{H^1(\ )},$$

其中当 $n > 2$ 时, $1\ \ q\ \ 2n/(n-2)$; 当 $n = 2$ 时, $1\ \ q < \ $;

( ) 若 k 是非负整数, 则

$$D^k \boldsymbol{u} \quad L \qquad C_1(k, \quad) \quad \boldsymbol{u} \quad {}_{H^{2+k}(\quad)}, \qquad \boldsymbol{u} \quad H^{2+k}(\quad), n \quad 3;$$

( ) 设 $D^m \boldsymbol{u} \quad L_q(\quad)$, $\boldsymbol{u} \quad L_q(\quad)$, $\quad R^k$, $1 \quad q, r <$ $, 0 \quad j \quad k, j/m \quad a < 1$, $1 \quad p <$ C 是常数, 且

$$D^j \boldsymbol{u} \quad {}_{L_p} \quad C \quad D^m \boldsymbol{u} \quad {}^{a}_{L_r} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^{1-a}_{L_q},$$

其中 $\dfrac{1}{p} = \dfrac{j}{k} + a\left(\dfrac{1}{p} - \dfrac{m}{k}\right) + (1-a)\dfrac{1}{q}$

引理 3 在引理 1 的条件下, 如果

( ) $\max | \quad {}_i(\boldsymbol{u}) | \quad A | \boldsymbol{u} |^{2/(n-2)} + B;$

( ) $| f \quad (\boldsymbol{u}) | \quad A | \boldsymbol{u} |^{8/n} + B$, $n = 3$, A、B 是常数;

( ) $\boldsymbol{u}_0(x) \quad H^2 \quad H_0^1$

则关于问题(1)~(3)的光滑解 $\boldsymbol{u}(x, t)$ 有如下估计

$$\boldsymbol{u} \quad {}^2 \quad \mathrm{e}^{-\quad t/2} \quad \boldsymbol{u}_0 \quad {}^2 + \frac{4}{\quad {}^2}(1 - \mathrm{e}^{-\quad t/2}) \quad g(x) \quad {}^2 + C_5 \tag{8}$$

因此, 我们有

$$\overline{\lim_{t}} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 \quad \frac{4}{\quad {}^2} \quad g(x) \quad {}^2 + C_5 = E_1, \tag{9}$$

其中常数 E_1 与 t 无关

证 令(1)与 $-\quad \boldsymbol{u}$ 做内积, 有

$$(\boldsymbol{u}_t - \quad \boldsymbol{u}_t + \qquad (\boldsymbol{u}), -\quad \boldsymbol{u}) = (f(\boldsymbol{u}) + \quad \boldsymbol{u} + g(x), -\quad \boldsymbol{u}), \tag{10}$$

由于

$$(\boldsymbol{u}_t, -\quad \boldsymbol{u}) = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2, \ (-\quad \boldsymbol{u}_t, -\quad \boldsymbol{u}) = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2,$$

$$|(\qquad (\boldsymbol{u}), -\quad \boldsymbol{u})| = \left|\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\quad {}_i(\boldsymbol{u})}{\quad x_i}, -\quad \boldsymbol{u}\right)\right| = \left|\left(\sum_{i=1}^{n} \quad {}_i(\boldsymbol{u}) \frac{\quad \boldsymbol{u}}{\quad x_i}, -\quad \boldsymbol{u}\right)\right|$$

$$\frac{}{4} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + \frac{1}{} \left\| \sum_{i=1}^{n} \quad {}_i(\boldsymbol{u}) \frac{\quad \boldsymbol{u}}{\quad x_i} \right\|^2$$

$$\frac{}{4} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + C \left\| \sum_{i=1}^{n} \quad {}_i(\boldsymbol{u}) \quad {}^2_p \frac{\quad \boldsymbol{u}}{\quad x_i} \right\|^2_p$$

$$\frac{}{4} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + C_1(\quad \boldsymbol{u} \quad {}^2_{H^2} + B) \quad \frac{}{4} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + C_2,$$

$$|(f(\boldsymbol{u}), -\quad \boldsymbol{u})| \quad f \quad (\boldsymbol{u}) \qquad \boldsymbol{u} \quad {}^2 \quad \frac{}{4} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + C_3,$$

$$(\quad \boldsymbol{u}, -\quad \boldsymbol{u}) = - \qquad \boldsymbol{u} \quad {}^2, \ |(g(x), -\quad \boldsymbol{u})| \quad \frac{}{4} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + \frac{1}{} \quad g(x) \quad {}^2,$$

其中 $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p} = 1$, $p = \dfrac{n}{2}$, $p = \dfrac{n}{n-2}$

利用不等式 $\quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 \quad C \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2_{H^2(\quad)}$, $\boldsymbol{u} \quad H_0^1 \quad H^2$ (见文献[4]), 由(10)推出

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad \boldsymbol{u} \quad {}^2 + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad \boldsymbol{u} + {}^2 + \frac{C}{4} + \$\boldsymbol{u} + {}^2 \ [\ \frac{1}{C} + g(x) + {}^2 + C_4, \tag{11}$$

对(11)关于 t 积分, 应用 Gronwall 不等式, 得到不等式(8)、(9)成立# 引理证明完成#

引理 4 在引理 3 的条件下, 关于问题(1)~(3)的光滑解 $\boldsymbol{u}(x, t)$ 有如下估计

$$+ \boldsymbol{u}_t + {}^2 + + \quad \boldsymbol{u}_t + {}^2 \ [\ \frac{25}{4} + g(x) + {}^2 + C_6 = E_2, \tag{12}$$

其中常数 E_2 与 t 无关#

证 令(1) 与 $\boldsymbol{u}_t$ 做内积, 则

$$(\boldsymbol{u}_t - \$\boldsymbol{u}_t + \quad \# U(\boldsymbol{u}), \boldsymbol{u}_t) = (f(\boldsymbol{u}) + C\$\boldsymbol{u} + g(x), \boldsymbol{u}_t)\# \tag{13}$$

由于

$$(\boldsymbol{u}_t, \boldsymbol{u}_t) = +\boldsymbol{u}_t+^2, \ (- \$\boldsymbol{u}_t, \boldsymbol{u}_t) = + \quad \boldsymbol{u}_t +^2,$$

$$| (\quad \# U(\boldsymbol{u}), \boldsymbol{u}_t) | [\ \frac{5}{4}\left\| \underset{i=1}{\overset{n}{6}} \mathrm{U}_i^c(\boldsymbol{u}) \frac{5\boldsymbol{u}}{5x_i} \right\|^2 + \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 [$$

$$\frac{5n}{4} \max_{i=1,2,,,n} + U_i^c(\boldsymbol{u}) +_]^2 + \quad \boldsymbol{u} +^2 + \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 [\ \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 + C_1,$$

$$| (f(\boldsymbol{u}), \boldsymbol{u}_t) | [\ +f(\boldsymbol{u}) +] (C_2 + \ + \boldsymbol{u}_t +^2) [\ \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 + C_3,$$

$$| (C\$\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}_t) | [\ \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 + C_4 + \$ \boldsymbol{u} +^2 [\ \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 + C_5,$$

$$| (g(x), \boldsymbol{u}_t) | [\ \frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 + \frac{5}{4} + g(x) +^2,$$

由(13) 式可得下式

$$\frac{1}{5} + \boldsymbol{u}_t +^2 + \frac{1}{5} + \quad \boldsymbol{u}_t +^2 [\ \frac{5}{4} + g(x) +^2 + C_6\# \tag{14}$$

由不等式(14) 可得(12) 式成立# 引理证明完成#

引理 5 在引理 4 的条件下, 关于问题(1) ~ (3) 的光滑解 $\boldsymbol{u}(x, t)$ 有如下估计

$$+ \$ \boldsymbol{u}_t +^2 [\ E_3, \tag{15}$$

其中常数 E_3 与 t 无关#

证 令(1) 与 $- \$\boldsymbol{u}_t$ 做内积, 则

$$(\boldsymbol{u}_t - \$\boldsymbol{u}_t + \quad \# U(\boldsymbol{u}), - \$\boldsymbol{u}_t) = (f(\boldsymbol{u}) + C\$\boldsymbol{u} + g(x), - \$\boldsymbol{u}_t)\# \tag{16}$$

由于

$$(\boldsymbol{u}_t, - \$\boldsymbol{u}_t) = + \quad \boldsymbol{u}_t +^2, \ (- \$\boldsymbol{u}_t, - \$\boldsymbol{u}_t) = + \$\boldsymbol{u}_t +^2,$$

$$| (\quad \# U(\boldsymbol{u}), - \$\boldsymbol{u}_t) | [\ + \quad \# U(\boldsymbol{u}) + + \$\boldsymbol{u}_t + [\ \frac{1}{5} + \$ \boldsymbol{u}_t +^2 + C_1,$$

$$| (f(\boldsymbol{u}), - \$\boldsymbol{u}_t) | [\ +f(\boldsymbol{u}) + + \$\boldsymbol{u}_t + [\ \frac{1}{5} + \$ \boldsymbol{u}_t +^2 + C_2,$$

$$| (C\$\boldsymbol{u}, - \$\boldsymbol{u}_t) | [\ \frac{1}{5} + \$ \boldsymbol{u}_t +^2 + C_3,$$

$$| (g(x), - \$\boldsymbol{u}_t) | [\ + g(x) + + \$\boldsymbol{u}_t + [\ \frac{1}{5} + \$ \boldsymbol{u}_t +^2 + \frac{5}{4} + g(x) +^2,$$

由(16) 可得

$$+ \$ \boldsymbol{u}_t +^2 [\ \frac{25}{4} + g(x) +^2 + C = E_3\# \tag{17}$$

由不等式(17) 可得(15) 式# 引理证明完成#

2 整体光滑解和整体吸引子的存在性

我们使用 Galerkin 方法构造问题(1) ~ (3) 的近似解, 选择基 $\mathrm{X}_j < H_0^1 \mathrm{H} H^2$, 其中 $\mathrm{X}_j(x)$ 为特征函数:

$$- \$ \mathrm{X}_j = \mathrm{K}_j x_j, \quad \mathrm{X}_j |58 = 0, \qquad j = 1, 2, ,$$

显然, 若区域 8 是适当光滑的, 则存在有一个特殊的基# 事实上, 如果 8 I C^2, 则基

$\left\{\ _j(x)\right\} I\ H^2(8)\ H H_0^1(8)\ < H_0^1(8)$, 且在 $H_0^1(8)$ 中稠密#

假设问题(1)~(3) 的近似解 $\boldsymbol{u}_N(x,t)$ 能写成

$$\boldsymbol{u}_N(x,t) = \underset{j=1}{\overset{N}{6}} A_{jN}(t)\, X_j(x)\#$$

根据 Galerkin 方法, 这些系数 $A_{jN}(t)$ $(N = 1, 2, ,)$ $(t\ I\ R^+)$ 要满足如下具有初值条件的常微分方程组

$$(\boldsymbol{u}_t - \$\boldsymbol{u}_t + \quad \# U(\boldsymbol{u}) - f(\boldsymbol{u}) - C\$\boldsymbol{u} - g(x),\ X_s) = 0, \qquad s = 1, 2, , , N,$$

$$\boldsymbol{u}_N |_{t=0} = \boldsymbol{u}_{0N}(x),$$

其中

$$u_{0N}(x) \overset{H^2}{y} u_0(x)\#$$

因此, 根据上一节的引理和先验估计, 我们能得到下面的定理:

定理 1[1] 设:

( ) $U(\boldsymbol{u})\ I\ C^2$, $|\ Uc(\boldsymbol{u})\ |\ [\ A\ |\ \boldsymbol{u}\ |^{2/(n-2)} + B;$

( ) $f(\boldsymbol{u})\ I\ C^1$, $(\boldsymbol{u}, f(\boldsymbol{u}))\ [\ b(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u})$, $|\ f c(\boldsymbol{u})\ |\ [\ A\ |\ \boldsymbol{u}\ |^{8/n} + B;$

( ) $\boldsymbol{u}_0(x)\ I\ H^2(8)\ H H_0^1(8)$, $x = (x_1, x_2, , , x_n)$, $n\ [\ 3;$

其中 A, B 和 $b < 0$ 是常数且不依赖于 $\boldsymbol{u}\#$ 则问题(1)~(3) 存在有整体广义解

$$\boldsymbol{u}(x,t)\ I\ L^{]}(0, T; H^2\ H\ H_0^1),\quad \boldsymbol{u}_t(x,t)\ I\ L^{]}(0, T; H^2\ H\ H_0^1)\#$$

为证明问题(1)~(3) 整体吸引子的存在性, 我们需要 Babin_Vishik 的结果[5]#

定理 2 设 E 是一个 Banach 空间, $\left\{S_t, t \setminus 0\right\}$ 是半群算子, 即 $S_t: E\ y\ E$ 满足

$$S_t S_S = S_{t+S},\quad S_0 = I,$$

其中 I 是恒等算子# 我们又假设

( ) S_t 是有界算子, 即对任意 $R > 0$, 存在常数 $C(R)$, 使得 $+\boldsymbol{u}+_E\ [\ R$, 且

$$+ S_t\boldsymbol{u} +_E\ [\ C(R), \qquad t\ I\ [0,]);$$

( ) 存在有界吸引集 $B_0 < E$, 即对任何有界集 $B < E$, 存在常数 T, 使得

$$S_t B < B_0, \qquad t \setminus T;$$

( ) 当 $t > 0$, S_t 是一个完全连续算子, 则半群算子 S_t 具有紧的整体吸引子#

定理 3 假设问题(1)~(3) 具有整体光滑解, 并具有定理 1 的条件, 则初边值问题(1)~(3) 存在整体吸引子 A, 即存在集合 A, 使得

( ) $S_t A = A$, $t\ I\ R^+;$

( ) $\lim\limits_{t\,y\,]} \mathrm{dist}(S_t B, A) = 0$, 对任意有界集合 $B < H^2(8)$, 有

$$\mathrm{dist}(S_t B, A) = \sup_{x\,I\,B}\inf_{y\,I\,A} + x - y +_E,$$

且 S_t 为问题(1)~(3) 生成的半群算子#

证明 我们证明本定理满足定理 2 的条件# 由上面定理的假设, 我们知道存在由问题(1)~(3) 生成的半群算子# 因此, 设 Banach 空间 $E = H^2(8)$, 且 $S_t: H^2(8)\ y\ H^2(8)\#$ 由引理 1~5 的结果, 且设 $B < H^2(8)$ 含于球 $\left\{+\boldsymbol{u}+_{H^2}\ [\ R\right\}$, 则有

$$+ S_t\boldsymbol{u}_0 +_E^2 = + \boldsymbol{u}(\#, t) +_{H^2}^2\ [\ + \boldsymbol{u}_0(x) +_{H^2}^2 + C_1 + g(x) +^2 + C_2\ [$$

$$R^2 + C_3 \qquad (t \setminus 0,\ \boldsymbol{u}_0\ I\ B),$$

其中 C_1、C_2、C_3 为绝对常数# 这意味着 $\left\{S_t\right\}$ 在 H^2 中一致有界# 其次, 从上述引理的结果可推

出

$$\|S_t\boldsymbol{u}_0\|_E^2 = \|\boldsymbol{u}(\cdot, t)\|_{H^2}^2 \le 2(E_0 + E_1 + E_2 + E_3).$$

$\forall t \ge t_0 = T_0(R, \|\boldsymbol{u}_0\|_{H^2}, \|g(x)\|_{H^1})$, 因此

$$A = \left\{\boldsymbol{u}(\cdot, t) \in H^2(\Omega), \|\boldsymbol{u}(\cdot, t)\|_{H^2(\Omega)}\right\} \le 2(E_0 + E_1 + E_2 + E_3)$$

为半群算子 S_t 的有界吸收集, 由此可得在 H^2 中存在弱紧的整体吸引子.

附注 如文献[3]中定理4所指出的, 定理3所得到的整体吸引子 $\mathcal{A}$ 为吸收集 A 的 ω_极限集, 即

$$\mathcal{A} = \omega(A) = \bigcap_{s \ge 0} \overline{\bigcup_{t \ge s} S_t A}.$$

[参 考 文 献]

[1] GUO Bo_ling. Initial boundary value problem for one class of system of multidimensional inhomogeneous GBBM equations[J]. Chinese Ann Math, Ser B, 1987, 8(2): 226—238.

[2] GUO Bo_ling. The global solutions of some problems for a system of equations of Schrodinger_Klein Gordon field[J]. Scientia Sinica, Ser A, 1982, 25(3): 898—901.

[3] Temam R. Infinite Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics[M]. Berlin: Springer_Verlag, 1988.

[4] Constanntin P, Foias C, Temam R. Attractors respresenting turbulent flows[J]. Mem Amer Math Soc, 1985, (353): 364.

[5] Babin A V, Vishik M I. Attractors of partial differential equations and estimate of their dimension[J]. Uspekhi Math Nauk, 1983, 38: 133—187.

Long Time Behavior for the Solution of the Initial_Boundary Value Problem of One Class of Systems With Multidimensional Inhomogeneous GBBM Equations

FANG Shao_mei[1,2], GUO Bo_ling[3]

(1. Department of Mathematics, Shaoguan University, Shaoguan, Guangdong 512005, P.R. China;

2. Department of Mathematics, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, P.R. China;

3. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, P.R. China)

Abstract: The following initial_boundary value problem for the systems with multidimensional inhomogeneous generalized Benjamin_Bona_Mahony(GBBM) equations is reviewed. The existence of global attractors of this problem was proved by means of a uniform a priori estimate for time.

Key words: multidimensional GBBM equation; a apriori estimate; global attractor