

文章编号: 1000-0887(2005) 07-0847-07

一种新的大位移井钻柱几何 非线性分析方法*

谈梅兰^{1,2}, 王鑫伟²

(1. 江苏大学 理学院, 江苏 镇江 212013;

2. 南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京 210016)

(叶志明推荐)

摘要: 提出了基于实测的井深及相应的井斜角和方位角来获得确保井内钻柱参考构形长度不变的井眼轴线插值方法。当以空间大位移井的井眼轴线为钻柱的参考构形时, 钻柱内的初始内力可以由井眼轴线的曲率和挠率确定。利用基于在空间自然坐标系下的包含所有单元刚体位移和常应变模式的位移函数, 严格地按虚功原理推出了具有初始曲率和挠率的钻柱单元内由初始内力所引起的等效节点力计算公式, 为大位移井钻柱的几何非线性处理提供了理论依据。澄清了钻柱有限元分析中的若干基本概念。为随后进行的以井眼轴线为参考构形的小变形分析, 计算钻柱的自重和基于自然坐标系下的线性刚度矩阵及一致载荷列阵提供了保证。

关键词: 有限元; 几何非线性; 数值模拟; 钻柱

中图分类号: O241; O322 **文献标识码:** A

引 言

在三维曲井井眼内, 钻柱产生大变形, 属空间大转动梁(有些位置处的位移的一阶导数绝对值大于 1)。但应力和应变仍保持线弹性关系。钻柱的变形在计算时通常可分为两部分考虑: 一是由于井眼轴线的挠曲, 使钻柱由原来的直线状态变到与井眼轴线相一致的状态而发生的变形, 这部分变形称为初始变形, 其中包含了较大的转角位移, 蕴含了有限转动问题; 二是相对于井眼轴线产生的后续变形, 这部分变形属于小变形。钻柱的变形总量是大变形, 属于几何非线性问题。国内一些有关钻柱的几何非线性分析方面的文章, 个别在概念上有错误, 有的与实际情况相差悬殊, 没有普遍性。文献[1]在推导考虑大位移的非线性应变矩阵时, 曲率表达式中分母上与位移一阶导数有关的部分进行了 Taylor 级数展开。由于位移的一阶导数在有些场合可能大于 1, 这样关于一阶导数的幂级数就不收敛。即使小于 1, 若不是比 1 小得多, 仅取级数前 3 项也不能保证精度。文献[2]和文献[3]等利用带有动坐标的迭代法来分析三维大挠度钻柱的受力和变形, 但在迭代计算时, 把 3 个转角自由度看作和 3 个线位移自由度一样按矢量来迭加。当转角不是无限小时, 或者说大到一定程度时, 角位移就不再可以看作通常意义下

* 收稿日期: 2003_10_09; 修订日期: 2005_03_08

基金项目: 美国史密斯钻头公司基金资助项目(2001_013_13L)

作者简介: 谈梅兰(1959—), 女, 江苏人, 副教授, 博士(联系人, Tel: + 86_511_8780197; E_mail: tamml@ujs.edu.cn)。

的矢量^[4]。带有动坐标的迭代法中关于空间大转动角的处理方法,文献[5]进行了陈述。

在钻井时,每钻进一段井深,可测出井深、方位角和井斜角。有了这些测点数据,就可确定井眼轴线。对两测点之间井眼轴线形状假设的不同,导致了不同的插值方法。若采用3次样条插值方法,对井眼轴线参变量函数进行插值,建立井眼轴线插值函数,这样得到的井眼轴线与实测结果可能不符^[6,7]。特别是当相邻两测点的井斜角和方位角相等或位移的一阶导数相等时,如果仍用3次样条曲线来模拟,将在这两测点之间的井眼轴线上或在某平面的投影曲线上出现拐点。这种插值方法的致命缺点是不能保证三维曲井的井轴长度不变,这就不能为正确地计算钻柱的自重、初始内力和在以井眼轴线为参考构形时的结构刚度矩阵及一致载荷列阵提供可靠的保证。

鉴于上述情况,本文提出了根据各测点的井深 s 、相应测点处实测的方位角 φ 和井斜角 θ 来获得确保钻柱参考构形长度不变的井眼轴线插值方法。根据井眼轴线的曲率和挠率,可得到钻柱的初始内力。对于变形成任意空间曲线形状的钻柱,利用基于在自然坐标系下的包含所有单元刚体位移和常应变模式的位移函数^[8],从理论上说明了在以井眼轴线为参考构形时,由初始内力引起的等效节点力的计算方法。实际钻柱的分析除了几何非线性外,还应包含与井壁的接触非线性。由于页数限制,这里仅给出了钻柱几何非线性的处理方法,钻柱的双重非线性问题将在以后发表的文章中讨论。

1 钻柱参考构形的数学描述

让 $h_{i-1} = s_i - s_{i-1}$ 表示两测点间 ($s_{i-1} \leq s \leq s_i$) ($i = 1, 2, \dots, n$) 的距离,井深 s 处的方位角 φ 和井斜角 θ 可以用相邻两测点的井斜角 (θ_{i-1}, θ_i) 和方位角 (φ_{i-1}, φ_i) 分别对其进行线性插值,即

$$\begin{cases} \theta = \theta_{i-1} + (\theta_i - \theta_{i-1})(s - s_{i-1})/h_{i-1}, \\ \varphi = \varphi_{i-1} + (\varphi_i - \varphi_{i-1})(s - s_{i-1})/h_{i-1}, \end{cases} \quad (1)$$

实际的井眼轴线可以看成是一条光滑的连续曲线,因此,在保证位置坐标对井深的一阶导数连续的前提下,对一阶导数进行积分来分段构造钻柱参考构形轴线的插值函数。利用位置坐标对井深 s 的一阶、二阶和三阶导数,由微分几何方法可求得钻柱参考构形轴线上各点处的曲率和挠率。

1.1 问题描述

为了确定井眼轴线在空间的位置,选取与现场实际一致的地理坐标系 $OXYZ$,原点选在地面上任一点。对某一特定井,通常选井口作为坐标原点, X 、 Y 、 Z 轴分别指向正北、正东和铅垂向下。井眼轴线可以用参数方程表示为:

$$\mathbf{R}(s) = X(s)\mathbf{i} + Y(s)\mathbf{j} + Z(s)\mathbf{k}, \quad (2)$$

式中,弧长参数 s 是井深, $X(s)$ 、 $Y(s)$ 、 $Z(s)$ 是井眼轴线上点的位置坐标。

井眼轴线某点处坐标对井深 s 的一阶导数^[6]:

$$\begin{cases} X'(s) = \sin\theta\cos\varphi, \\ Y'(s) = \sin\theta\sin\varphi, \\ Z'(s) = \cos\theta, \end{cases} \quad (3)$$

式中 (\quad)' 表示的是对弧长 s 的导数。不同井深位置的方位角 $\varphi(s)$ 和井斜角 $\theta(s)$ 可由实测数据和式(1)求得。这样钻柱参考构形轴线的插值问题可以叙述为:已知一系列 s_i 、 φ_i 、 θ_i (i

$= 0, 1, 2, \dots, n$) 及井斜起始点处 $X(s_0) = X_0, Y(s_0) = Y_0, Z(s_0) = Z_0$, 在保证位置坐标的一阶导数连续的前提下, 分段求出坐标 $X(s), Y(s), Z(s)$ 二阶导数 $X''(s), Y''(s), Z''(s)$ 和三阶导数 $X'''(s), Y'''(s), Z'''(s)$ 以及曲率 $\kappa(s)$ 和挠率 $\tau(s)$ 。

1.2 位置坐标插值函数

由式(3)可见,

$$\sqrt{[X'(s)]^2 + [Y'(s)]^2 + [Z'(s)]^2} \equiv 1, \quad (4)$$

式(4)的成立与 φ 和 θ 的值无关。因此, 对式(3)的 3 个式子积分可以得到长度不变的钻柱参考构形曲线的插值函数。插值函数有 2 种不同形式。

1.2.1 线性插值函数

若同时有 $\varphi_i = \varphi_{i-1}$ 和 $\theta_i = \theta_{i-1}$, 则将式(3) 在区间 $s_{i-1} \leq s \leq s_i$ 上积分得到的应该是线性插值函数:

$$X(s) = X_{i-1} + X'(s_{i-1})(s - s_{i-1}) \quad (5)$$

$Y(s), Z(s)$ 的表达式与式(5)类似, 不再赘述。

1.2.2 一般螺旋线插值函数

先考虑 $Z'(s)$, 由于它只受 $\theta(s)$ 的影响。当 $\theta_i - \theta_{i-1} = 0$ 时, $Z(s)$ 是与式(5) 类似的线性函数。当有 $\theta_i - \theta_{i-1} \neq 0$ 时, 则在区间 $s_{i-1} \leq s \leq s_i$ 上的坐标 $Z(s)$ 的插值函数可表示为

$$Z(s) = Z_{i-1} + \frac{h_{i-1} \left\{ \frac{\sin[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1})/h_{i-1} + \theta_{i-1}] - \sin(\theta_{i-1})}{\theta_i - \theta_{i-1}} \right\}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \quad (6)$$

$X(s)$ 和 $Y(s)$ 会因相邻 2 测点的 $\theta(s), \varphi(s)$ 间的关系不同而有 3 种不同形式。若同时有 $\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1} \neq 0$ 和 $\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1} \neq 0$, 则区间 $s_{i-1} \leq s \leq s_i$ 上的坐标 $X(s), Y(s)$ 的插值函数为:

$$X(s) = X_{i-1} + \frac{h_{i-1} \left[\frac{(\theta_i - \theta_{i-1}) \cos(\theta_{i-1}) \cos(\varphi_{i-1}) + (\varphi_i - \varphi_{i-1}) \sin(\theta_{i-1}) \sin(\varphi_{i-1})}{(\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1})} \right] - \frac{h_{i-1}}{2} \left\{ \frac{\cos[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} + \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} + \frac{\cos[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} - \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1}} \right\}}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} \quad (7)$$

$$Y(s) = Y_{i-1} + \frac{h_{i-1} \left[\frac{(\theta_i - \theta_{i-1}) \cos(\theta_{i-1}) \sin(\varphi_{i-1}) - (\varphi_i - \varphi_{i-1}) \sin(\theta_{i-1}) \cos(\varphi_{i-1})}{(\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1})} \right] + \frac{h_{i-1}}{2} \left\{ \frac{-\sin[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} + \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} + \frac{\sin[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} - \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1}} \right\}}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} \quad (8)$$

若有 $\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1} = 0$, 则 $X(s)$ 和 $Y(s)$ 取下列形式

$$X(s) = X_{i-1} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{h_{i-1} \cos(\theta_{i-1} - \varphi_{i-1})}{\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1}} + (s - s_{i-1}) \sin(\theta_{i-1} + \varphi_{i-1}) - \frac{h_{i-1} \cos[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} - \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1}} \right\} \quad (9)$$

$$Y(s) = Y_{i-1} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{h_{i-1} \sin[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} - \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1}} - \frac{\varphi_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1}} - (s - s_{i-1}) \cos(\theta_{i-1} + \varphi_{i-1}) \right\} \quad (10)$$

若有 $\theta_i - \theta_{i-1} - \varphi_i + \varphi_{i-1} = 0$, 则 $X(s)$ 和 $Y(s)$ 分别为

$$X(s) = X_{i-1} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{h_{i-1} \cos(\theta_{i-1} + \varphi_{i-1})}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} + (s - s_{i-1}) \sin(\theta_{i-1} - \varphi_{i-1}) - \frac{h_{i-1} \cos[(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} + \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} \right\}, \quad (11)$$

$$Y(s) = Y_{i-1} + \frac{1}{2} \left\{ - \frac{h_{i-1} [\sin(s - s_{i-1})(\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1})/h_{i-1} + (\theta_{i-1} + \varphi_{i-1})]}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} + \frac{h_{i-1} \sin(\theta_{i-1} + \varphi_{i-1})}{\theta_i - \theta_{i-1} + \varphi_i - \varphi_{i-1}} + (s - s_{i-1}) \cos(\theta_{i-1} - \varphi_{i-1}) \right\}. \quad (12)$$

1.3 曲率和挠率

将式(3)再对 s 求二阶、三阶导数, 然后由微分几何^[9] 所列的曲率 $\kappa(s)$ 和挠率 $\tau(s)$ 计算公式:

$$\kappa(s) = |R''|, \quad \tau(s) = (R' R'' R \odot) / |R'|^2, \quad (13)$$

注意到式(1), 可得在区间 $s_{i-1} \leq s \leq s_i$ 上取一般螺旋线形状的钻柱参考构形的曲率 $\kappa(s)$ 和挠率 $\tau(s)$:

$$\begin{cases} \kappa(s) = \frac{1}{h_{i-1}} \sqrt{(\theta_i - \theta_{i-1})^2 + (\varphi_i - \varphi_{i-1})^2 \sin^2 \theta}, \\ \tau(s) = \frac{|(\varphi_i - \varphi_{i-1}) \cos \theta|}{h_{i-1}} \left\{ 1 + \frac{(\theta_i - \theta_{i-1})^2}{(\theta_i - \theta_{i-1})^2 + (\varphi_i - \varphi_{i-1})^2 \sin^2 \theta} \right\} \end{cases} \quad (14)$$

有 4 种特殊情况, 曲率 $\kappa(s)$ 和挠率 $\tau(s)$ 取 4 种不同形式:

a. 若同时有 $\varphi_i = \varphi_{i-1}$ 和 $\theta_i = \theta_{i-1}$, 钻柱参考构形轴线取直线形状:

$$\kappa(s) = \tau(s) = 0; \quad (15)$$

b. 若有 $\varphi_i = \varphi_{i-1}$, 钻柱参考构形轴线取圆弧形状:

$$\kappa(s) = |\theta_i - \theta_{i-1}| / h_{i-1}, \quad \tau(s) = 0; \quad (16)$$

c. 若有 $\theta_i = \theta_{i-1} \neq \pi/2$, 钻柱参考构形轴线取圆柱螺旋线形状:

$$\kappa(s) = \frac{|(\varphi_i - \varphi_{i-1}) \sin \theta_{i-1}|}{h_{i-1}}, \quad \tau(s) = \frac{|(\varphi_i - \varphi_{i-1}) \cos \theta_{i-1}|}{h_{i-1}}; \quad (17)$$

d. 若有 $\theta_i = \theta_{i-1} = \pi/2$, 钻柱参考构形轴线取圆弧形状:

$$\kappa(s) = |\varphi_i - \varphi_{i-1}| / h_{i-1}, \quad \tau(s) = 0. \quad (18)$$

至此, 根据实测的井深、井斜角和方位角, 得到了光滑的、实际长度不变的钻柱参考构形轴线的形状。

2 几何非线性的处理

以井眼轴线为参考构形时, 可认为钻柱内已存在有初始内力 σ_0 ; 而相对于井眼轴线的后续变形为小变形。在钻柱内产生的附加内力记作 σ_1 , 总的内力 $\sigma = \sigma_0 + \sigma_1$ 。

对于有限长 h_{i-1} 的处于参考构形位置上的两节点钻柱单元, 可用具有基矢量 (e_t, e_n, e_b) 的自然坐标系来描述。每个节点有 3 个线位移 $[u \ v \ w]^T$, 分别沿构形轴线的切线、主法线和副法线方向; 3 个角位移 $[\theta \ \varphi \ \phi]^T$, 是分别绕切线、主法线和副法线 3 轴的转角。所受的外力有: 沿钻柱轴线的分布力 $[q_t \ q_n \ q_b]^T$ 和分布力偶矩 $[m_t \ m_n \ m_b]^T$; 作用在两节点上的集中力 $[F_{t(i-1)} \ F_{n(i-1)} \ F_{b(i-1)}]^T$, $[F_{ti} \ F_{ni} \ F_{bi}]^T$ 和集中力偶矩

$$[M_{t(i-1)} \ M_{n(i-1)} \ M_{b(i-1)}]^T, [M_{ti} \ M_{ni} \ M_{bi}]^T,$$

其中包括井壁的约束反力。在外力作用下, 钻柱单元在井眼内的节点位移(小位移) 列阵可表示为

$$d_e = [u_{i-1} \quad v_{i-1} \quad w_{i-1} \quad \theta_{i-1} \quad \varphi_{i-1} \quad \phi_{i-1} \quad u_i \quad v_i \quad w_i \quad \theta_i \quad \varphi_i \quad \phi_i]^T, \quad (19)$$

内力 $\sigma_1 = \mathbf{CB}d_e$, 其中 \mathbf{B} 为井眼轴线参考构形下的单元应变矩阵, \mathbf{C} 是与单元截面形状尺寸和材料有关的弹性刚度矩阵。假定从这一平衡位置对单元施加一组任意的无限小的虚位移 δd_e , 相应的虚应变 $\delta \varepsilon = \mathbf{B}\delta d_e$ 。在单元内, 相应的内力虚功为

$$\delta W_i = \int_{s_{i-1}}^{s_i} \left\{ \delta \varepsilon \right\}^T \sigma_0 ds = \left\{ \delta d_e \right\}^T \left[\int_{s_{i-1}}^{s_i} \mathbf{B}^T \sigma_0 ds + \mathbf{K}_e d_e \right], \quad (20)$$

式中 $\mathbf{K}_e = \int_{s_{i-1}}^{s_i} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} ds$ 是参考构形下的单元线性刚度矩阵。外力虚功为

$$\delta W_e = \left\{ \delta d_e \right\}^T \mathbf{F}_e, \quad (21)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e = & \int_{s_{i-1}}^{s_i} [\mathbf{N}(s)]^T [q_t \quad q_n \quad q_b \quad m_t \quad m_n \quad m_b]^T ds + \\ & [F_{t(i-1)} \quad F_{n(i-1)} \quad F_{b(i-1)} \quad M_{t(i-1)} \quad M_{n(i-1)} \quad M_{b(i-1)} \\ & F_{ti} \quad F_{ni} \quad F_{bi} \quad M_{ti} \quad M_{ni} \quad M_{bi}]^T, \end{aligned} \quad (22)$$

$\mathbf{N}(s)$ 为形函数矩阵^[8]。据小位移弹性理论中的虚位移原理, $\delta W_i = \delta W_e$, 由于 $\left\{ \delta d_e \right\}^T \neq 0$, 故有

$$\mathbf{K}_e d_e = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_{0e}, \quad (23)$$

这就是以井眼轴线为参考构形时的钻柱单元刚度方程, 其中

$$\mathbf{F}_{0e} = - \int_{s_{i-1}}^{s_i} \mathbf{B}^T \sigma_0 ds, \quad (24)$$

力 \mathbf{F}_{0e} 反映了初始内力 σ_0 的影响, 与文献[10] 中的结果相同。

对于各向同性线弹性材料的圆截面梁, 根据梁的经典理论和广义“Bernoulli-Eulerian”理论^[11], 由于不考虑钻柱的横向剪切变形和截面的翘曲, 在参考构形下假设没有轴向变形。令曲率改变量为 $K_t = \tau(s)$, $K_n = 0$, $K_b = \kappa(s)$ 。这样, 钻柱内的初始内力可表示成

$$\sigma_0(s) = [F_t \quad M_t \quad M_n \quad M_b]^T = [0 \quad GJ\tau(s) \quad 0 \quad EI\kappa(s)]^T, \quad (25)$$

式中 J 是截面极惯性矩, I 是截面关于中性轴(n 或 b) 惯性矩。 E 和 G 分别为材料的弹性模量和剪切弹性模量。

3 实例计算

例1 定向井羊丛22井(大港羊三木油田)。测点间钻柱总长1223 m, 实测井眼数据参考文献[6]。

利用全部的测点数据用两种插值方法进行了模拟, 所得结果如图1所示。在用样条插值方法^[6]得到的曲线上用82段直线代替曲线, 计算所得的长为1682.51 m, 比实长长了37.57%。

利用式(14)~(18)可求得钻柱轴线上各点的曲率和挠率。在每一测点处, 曲率和挠率不

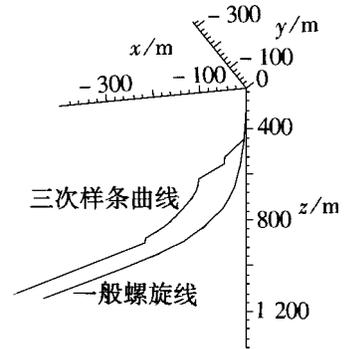


图1 羊丛22井井眼轴线

连续,由式(25)可知,初始内力——弯矩和扭矩也会不连续。但由式(23)和(24)知,作用在整个单元各截面上的初始内力的影响,最终将表现为单元的等效节点力,在当前的参考构形下,某一截面处内力的近似所带来的影响不会太大。

为了验证本文提出的钻柱几何非线性处理方法的合理性,只需要验证式(23)和(24)的正确性。下面的例2给出的是一个转动小应变的例子^[12]。由于悬臂梁的某一加载步的构形已知(相当于井眼轴线的测点值已知),可利用本文介绍方法进行求解,并与文献[12]中的解相比较来验证本文方法的正确性。

例2 图2所示悬臂梁,取无量纲量 $EI = 1$, $EA = 10^8$, $L = 1$,分4个单元,每一载荷步 $\Delta P = 0.01$,用修正的 Lagrange(U L)及带有动坐标的迭代法^[13]可求得 $P = 5.00$ 时的位置。已知各节点处的斜率,运用本文给出的插值函数重新插值,求得长仍为1的近似的当前参考构形位置及曲率。

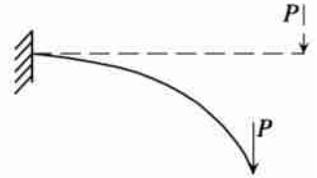


图2 端部受集中力的悬臂梁

表1给出了在当前构形下,一步分别加载 $P = 5.00$ 、 $P = 5.05$ 、 $P = 5.10$ 时用曲梁单元^[8]与用修正的 Lagrange(U L)及带有动坐标的迭代法所确定的自由端位置间的相对误差。

表1 自由端的位置误差

载荷	自由端的位置误差					
	$P = 5.00$		$P = 5.05$		$P = 5.10$	
坐标	x	y	x	y	x	y
分步加载	0.612 55	0.720 59	0.609 93	0.722 42	0.607 35	0.724 22
一步加载	0.613 35	0.714 13	0.612 03	0.715 31	0.610 82	0.716 43
百分误差 $e/(%)$	0.130 6	-0.896 5	0.344 3	-0.984 2	0.571 3	-1.075 6

由表1数据可见:误差随着载荷步长的增大而增大。因此,为保证计算的精确度,在用空间曲梁单元对已有初始变形的杆件进行有限元分析时,后续变形必须是小变形。而三维曲井内的钻柱相对于以井眼轴线这一位置的参考构形所发生的后续变形是小变形,所以,可以方便地采用修正的 Lagrange(U L),即(23)和(24)式,来近似处理钻柱与井眼轴线相一致时的初始变形所引起的几何非线性(大位移、大转动)问题。

4 结 论

本文提出的井眼轴线插值方法,完全基于实测数据,不需要对实测数据做任何光滑处理,使得到的井眼轴线轨迹能与实际情况相符。这样,以井眼轴线为参考构形,在进行随后的小变形分析时,可为计算钻柱的自重、初始内力和基于自然坐标系下的线性刚度矩阵及一致载荷列阵提供可靠的保证。严格地按虚功原理推得的初始内力所引起的等效节点力计算公式,为大位移井钻柱的几何非线性处理提供了理论依据。澄清了钻柱有限元分析中的若干基本概念。

[参 考 文 献]

- [1] 刘延强,吕英民.环空钻柱结构三维非线性分析[J].应用数学和力学,1994,15(3):259—272.
- [2] 于永南,帅健,吕英民,等.下部钻具组合的大变形分析——有限元动坐标迭代法的应用[J].石油大学学报,1993,17(1):36—40.
- [3] 刘延强,吕英民,于永南.环空大挠度钻柱力学分析的动坐标迭代法及其简化应用[J].计算结构力学及其应用,1998,19(1):110—113.

- [4] Argyris J H. An excursion into large rotations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1982, 32(2/3): 85—155.
- [5] 谈梅兰, 王鑫伟. 梁的三维空间大转动的有效处理方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2004, 36(6): 584—588.
- [6] 吕英民. 有限元法在钻柱力学中的应用——井眼轨迹控制理论与实践[M]. 山东: 石油大学出版社, 1996, 8—12.
- [7] 刘延强, 蔡强康, 吕英民. 三维井眼轴线的数值模拟计算[J]. 石油大学学报, 1990, 14(3): 45—54.
- [8] 谈梅兰, 王鑫伟. 一种有效的分析任意空间形状曲杆单元的位移函数[J]. 工程力学, 2004, 21(3): 134—137.
- [9] 苏步青, 胡和生, 沈纯理, 等. 微分几何[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979, 6—7.
- [10] 刘正兴, 孙雁, 王国庆. 计算固体力学[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
- [11] Love A E H. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity [M]. 4th ed New York: Dover Publications, 1927.
- [12] Yang T Y. Finite Element Structural Analysis [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1986, 247—249.
- [13] Cook R D. Concepts and Applications of Finite Element Analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 1981, 353—356.

New Method for Geometric Nonlinear Analysis of Large Displacement Drill Strings

TAN Mei_lan^{1, 2}, WANG Xin_wei²

(1. Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, P. R. China;

2. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics
& Astronautics, Nanjing 210016, P. R. China)

Abstract: Based on the actual measured well depth, azimuth and oblique angles, a novel interpolation method to obtain the well axis is developed. The initial stress of drill string at the reference state being consistent with well axis can be obtained from the curvatures and the tortuosity of well axis. By using the principle of virtual work, formula to compute the equivalent load vector of the initial stress was derived. In the derivation, natural (curvilinear) coordinate system was adopted since both the curvature and the tortuosity were generally not zero. A set of displacement functions fully reflecting the rigid body modes was used. Some basic concepts in the finite element analysis of drill string have been clarified. It is hoped that the proposed method would offer a theoretical basis for handling the geometry nonlinear problem of the drill string in a 3_D large displacement wellbore.

Key words: finite element; geometric nonlinearity; numerical simulation; drill string