

文章编号: 1000-0887(2005)09-1091-06

大型射电望远镜馈源体轨迹跟踪系统的力学分析*

刘明治, 沈玉如, 刘 军, 那 柏

(西安电子科技大学 机电工程学院, 西安 710071)

(王乘推荐)

摘要: 给出了悬挂重物的悬索系统悬链线的曲线方程及其受力分析, 在此基础上, 运用作复合运动的刚体的运动学和动力学的方法, 对大型射电望远镜的馈源系统进行了力学分析及馈源体轨迹跟踪运动的控制研究, 给出了控制馈源体轨迹跟踪运动的方法及步骤。算例验证了理论及方法的正确性、可行性

关键词: 悬链线; 悬链力学; 射电望远镜; 轨迹跟踪运动; 控制

中图分类号: O342 文献标识码: A

引 言

悬链力学是经典力学在悬索系统中的应用。近几年来, 随着科技的高速发展, 对悬链力学提出了越来越高的要求; 大型射电望远镜的馈源系统的力学分析及馈源体的跟踪运动控制便属于它的一个实际应用^[1]。

建造新一代大射电望远镜(LT)是世界天文与天线专家在1993年日本京都大会上联合发起的, 中国科学院北京天文台LT中国推进委员会组织国内各行各业各部门的专家学者积极工作, 争取让国际天文学界在我国贵州建立这样的大型射电望远镜^[2]。他们针对我国贵州境内的Karst地貌, 提出了各种设计构思。其中之一是线馈源由6根大跨度的悬索支撑其扫描运动通过伺服系统对悬索的松、张、收、放来实现。

设悬索在大地上的固定点为A、B、C、D、E、F, 相对应悬索与馈源体的6个接点分别为a、b、c、d、e、f。O点为馈源的焦点。

为达到预想的观察目的, 馈源体轴线与过焦点的垂直线成角并绕该垂直线以一定的角速度旋转(图1)。这样, 在跟踪观察某一星体时, 为了保证馈源体的一定的空间位置, 6根悬索的长度必须进行严格控制, 还必须调整6根悬索的张力。由于要改变悬

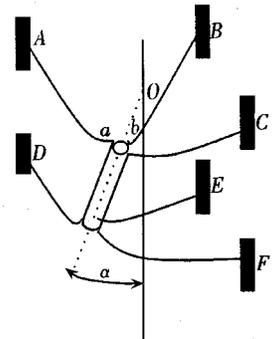


图1 LT线馈源模型

* 收稿日期: 2004_04_26; 修订日期: 2005_03_15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59675040)

作者简介: 刘明治(1944—), 男, 陕西人, 教授, 博士, 博士生导师(Tel: + 86_29_88203040; E_mail: liumingzhi@yahoo.com.cn)

索长度,所以悬索的在大地上的支承点的支承力也一定发生变化。要确定悬索长度及悬索张力,必须对馈源系统进行力学分析。要实现上述分析结果,必须对悬索系统进行跟踪运动控制。所以,欲获得馈源体的准确空间跟踪定位,必须对大型射电望远镜的馈源系统进行力学分析及馈源体的跟踪运动控制研究。从事这些问题研究的专家不少,但迄今为止,还没见到很满意的报道。因此有必要深入开展这方面的研究。

本文给出了悬挂重物的悬索系统悬链线的曲线方程及其受力分析,在此基础上,运用作复合运动的刚体的运动学和动力学的方法对大型射电望远镜的馈源系统进行了力学分析及馈源体轨迹跟踪运动的控制研究,给出了控制轨迹跟踪运动的方法及步骤。算例验证了文中理论及方法的正确性、可行性。

需要说明的是:由于馈源体的工作区域低于周围地面,一般大型射电望远镜系统安装在低盆地之中(所谓的 Karst 地形),所以,这里暂不考虑风力的影响。

1 一端有重物结构

长 L 线密度为 ρ 的柔软索较悬于水平间距为 X_0 的 A 、 B 两点上, A 点为滑动铰,可沿铅垂面上下滑动, A 、 B 两点与滑动轴始终在同一平面内。在 A 点上作用有水平力 H 和重物重 W , 重力加速度为 g , 令 $a = H/(g\rho)$, 于是在图 2 所示坐标下, 可得:

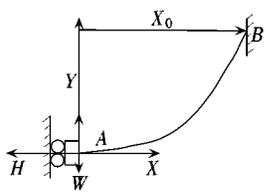


图 2 一端有重物结构

$$Y' = \text{sh}(X/a + \text{arsh}(W/H)), \quad (1)$$

$$Y = a \left\{ \text{ch}[X/a + \text{arsh}(W/H)] - [(H^2 + W^2)/H^2]^{0.5} \right\}, \quad (2)$$

于是,悬链线高 h , 悬链线长 L , 点 B 处的水平力 H_B , 垂直力 F_B 分别为:

$$h = a \left\{ \text{ch}[X_0/a + \text{arsh}(W/H)] - [(H^2 + W^2)/H^2]^{0.5} \right\}, \quad (3)$$

$$L = a \left\{ \text{sh}[X_0/a + \text{arsh}(W/H)] \right\} - aW/H, \quad (4)$$

$$F_B = H \text{sh}(X_0/a + \text{arsh}(W/H)) + W = L \rho g + W, \quad (5)$$

$$H_B = L \rho g (\text{sh}(X_0/a) + \text{arsh}(W/H))^{-1}. \quad (6)$$

2 大型射电望远镜的馈源轨迹跟踪运动动力学及其控制

大型射电望远镜是用 6 根悬索支承的馈源体,为跟踪观察对象,必须控制馈源体按一定规则在空间运动。为便于分析,我们建立 3 个坐标系:1) 以馈源焦点为坐标原点 O , 方向向下的垂直轴为 Z 轴, 建立惯性坐标系 O_XYZ ; 2) 以馈源形心 O_k 为坐标原点, 建立参考坐标系 $O_k X^i Y^i Z^i$, 它的各轴与惯言坐标系 O_XYZ 的各轴平行, 且方向相同; 3) 以馈源形心为原点, 以馈源体对称轴为 Z_k 轴(从上底面中心 A 到下底面中心 B 的方向为正方向), 建立馈源坐标系 $O_k X_k Y_k Z_k$ 。馈源本身可以看作为一个长圆柱体, 相对于柔性大的悬索, 我们认为它是一个刚体。为了馈源体运动的平稳, 我们令馈源体绕自己轴线的转角为零。这样馈源体在空间的位置由 6 个坐标确定。为使馈源体轴线在空间处于一定的位置, 馈源体必须作形心的平移及以形心 O_k 为不动点, 绕在参考坐标系的 3 个轴上的投影为 v_1, v_2, v_3 的单位向量构成的轴转动 β 角。设馈源的 6 个支点为 $a_i, b_i, c_i (i = 1, 2)$, 它们相对馈源体坐标系的坐标为 $(X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik}) (i = 1, 2, \dots, 6)$, 馈源体 6 个支点在惯性坐标系中的坐标经过变化就可完全确定。

2.1 馈源的空间位置及受力分析

某一瞬时馈源体上的某一点 (X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik}) 在惯性坐标系的坐标 (x, y, z) 由形心位移 $(u,$

v, w) 及 Y_1, Y_2, Y_3 及 β 确定。于是, 运用作复合运动(平动和绕定轴转动)的刚体的坐标变换关系, 馈源坐标系中坐标为 (X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik}) 的点在惯性坐标系中的坐标为:

$$(X_i, Y_i, Z_i)^T = (u, v, w) + \mathbf{EG}^T(X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik})^T \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -\theta_1 & \theta_0 & -\theta_3 & \theta_2 \\ -\theta_2 & \theta_3 & \theta_0 & -\theta_2 \\ -\theta_3 & -\theta_2 & \theta_2 & \theta_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\theta_1 & \theta_0 & \theta_3 & -\theta_2 \\ -\theta_2 & -\theta_3 & \theta_0 & \theta_1 \\ -\theta_3 & \theta_2 & -\theta_1 & \theta_0 \end{bmatrix},$$

$$\theta_0 = \cos(\beta/2), \quad \theta_1 = Y_1 \sin(\beta/2), \quad \theta_2 = Y_2 \sin(\beta/2), \quad \theta_3 = Y_3 \sin(\beta/2).$$

设6个点的支承力为 F_{ai}, F_{bi}, F_{ci} ($i = 1, 2$), 它们又可以分为垂直力及位于相应悬索平面的水平力(如 F_{ai} 可分为 (W_{ai}, H_{ai})), 设这些力为 W_i, H_{xi}, H_{yi} ($i = 1, 2, \dots, 6$), 其中 H_{xi}, H_{yi} 分别为水平力在 X, Y 轴上的投影, H_{xi}, H_{yi} 与 H_i 的关系已知, 即他们可用 H_i 来表示。这6个点的支承力加于悬索下端, 这些力经悬索传至馈源的外支承点, 成为外界对馈源系统的支承力。现在问题变成: 已知6根悬索的材料密度 ρ , 长度 L_i 及馈源重量 W , 来确定馈源的空间位置及内力。

所以, 这里共有12个未知量, 它们由力平衡方程, 悬索长度等于定值的联立求解来确定

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^6 W_i + W = 0, \quad \sum_{i=1}^6 H_{xi} = 0, \quad \sum_{i=1}^6 H_{yi} = 0, \quad \sum_{i=1}^6 (M_{uxi} + M_{hxi}) + M_{ux} = 0, \\ \sum_{i=1}^6 (M_{uyi} + M_{hyi}) + M_{uy} = 0, \quad \sum_{i=1}^6 (M_{zxi} + M_{hzi}) + M_{uz} = 0, \\ L_i = a_i \left\{ \operatorname{sh}[X_{i0-i}/a_i + \operatorname{arsh}(W_i/H_i)] \right\} - a_i W_i/H_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6), \end{cases} \quad (8)$$

其中, H_{xi}, H_{yi} 分别为 H_i 在 X, Y 轴上的投影。 $M_{uxi}, M_{uyi}, M_{uzi}, M_{hxi}, M_{hyi}, M_{hzi}, M_{ux}, M_{uy}, M_{uz}$ 分别为 W_i, H_i 及重力 W 对 X, Y, Z 轴的矩。

$$a_i = H_i/(g\rho),$$

X_{i0-i} 分别为第 i 根悬索内、外支承点间距离 XOY 面上的投影。

把(7)式代入(8)式, 则(8)式含12个未知数 W_i, H_i (这里 u, v, w, Y_1, Y_2, Y_3 及 β 已知。但 $Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 = 1$), 有12个方程。所以, 联立求解(7)、(8)式, 可以求得6个 W_i, H_i 。把 u, v, w, Y_1, Y_2, Y_3 及 β 代入(7)式, 可以求得馈源6个内支承点的坐标, 从而完成馈源的空间位置及内力的求解。可仿照式(5)、(6), 求得各悬索6个外支承点所受的力的大小及方向。

2.2 源轨迹跟踪运动的控制

馈源轨迹跟踪运动控制是已知6根悬索的材料, 馈源重量及馈源的空间运动状态去确定6根悬索长度及在悬索外支承点加于悬索的外力的大小及方向, 与上面不同之处仅在于必须计及惯性力的影响。设馈源的材料密度 ρ_i , 馈源以角速度 β 绕 Z 轴作匀速圆周运动(相应地馈源体要绕自己的纵轴转动的规律也已知)。那么在馈源坐标系中坐标为 (X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik}) 的馈源上的任意点在惯性坐标系中的坐标为:

$$(X_i, Y_i, Z_i)^T = (u, v, w) + \mathbf{EG}^T(X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik})^T \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (9)$$

这里 \mathbf{E}, \mathbf{G} 的公式与(7)的相同, 显然这里只有 β 是变量, 对(9)式求导得:

$$(\dot{X}_i, \dot{Y}_i, \dot{Z}_i)^T = (\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}) + (\mathbf{EG}^T + \mathbf{EG}) (X_{ik}, Y_{ik}, Z_{ik})^T \cdot \quad (10)$$

显然 $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ 和 $\mathbf{EG}^T + \mathbf{EG}$ 均是关于 β 的函数, 只要给定 β 其它量就能被确定。由于馈源跟踪运动状态已知, 所以, (10)式右端全为已知量, 馈源上任意点的速度可以求得。从(10)式进一

步可以求出馈源上任一点的加速度在3个坐标轴上的分量,从而可求出馈源体的惯性力在3个坐标轴上的惯性力分量 M_x 、 M_y 、 M_z 及对3个坐标轴上的惯性矩分量 M_{ux} 、 M_{uy} 、 M_{uz} 。

由于馈源运动状态已知,所以,馈源上6个内支承点的坐标已知,未知的只是内支承点的支承力,所以,这里共有12个未知量,它们由力平衡方程及悬索两端支承点的铅垂向高度等于定值的联立求解来确定。即:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^6 W_i + W + M_z = 0, \sum_{i=1}^6 H_{xi} + M_x = 0, \sum_{i=1}^6 H_{yi} + M_y = 0, \\ \sum_{i=1}^6 M_{xi} + M_{ux} = 0, \sum_{i=1}^6 M_{yi} + M_{uy} = 0, \sum_{i=1}^6 M_{zi} + M_{uz} = 0, \\ Z_{iw-n} = a_i \left\{ \text{ch}[X_{iw-n}/a_i + \text{arsh}(W_i/H_i)] \right\} - a_i [(W_i^2 + H_i^2)/H_i^2]^{0.5} \end{cases} \quad (11)$$

(i = 1, 2, 3, 4, 5, 6),

其中, H_{xi} 、 H_{yi} 分别为 H_i 在 X 、 Y 轴上的投影。

M_{xi} 、 M_{yi} 、 M_{zi} 分别为 W_i 、 H_i 对 X 、 Y 、 Z 轴的矩。

M_x 、 M_y 、 M_z 为馈源体的惯性力在3个坐标轴上的惯性力分量。 M_{ux} 、 M_{uy} 、 M_{uz} 为馈源的惯性力对 X 、 Y 、 Z 轴的矩。

$$a_i = H_i / (g\rho)$$

Z_{iw-n} 、 X_{iw-n} 分别为第 i 根悬索内、外支承点间距离在 Z 轴及 XOY 面上的投影。

联立求解(11)式,即得 W_i 、 H_i ,进而可求悬索的长度(L_i)和外支承点所受力(W_{wi} , H_{wi})的大小及方向:

$$L_i = a_i \left\{ \text{sh}[X_{iw-n}/a_i + \text{arsh}(W_i/H_i)] \right\} - a_i W_i / H_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (12)$$

$$W_{wi} = W_i + L_i \rho, \quad H_{wi} = H_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6). \quad (13)$$

按时控制各悬索长度及6个外支承点所受的力的大小及方向,就可以使馈源体按预定的轨迹跟踪运动状态运动。

2.3 馈源轨迹跟踪运动的控制方案

从上面分析已经得出:只要按时控制各悬索长度及6个外支承点所受的力的大小及方向,就可以使馈源体按预定的轨迹跟踪运动状态运动。但是,由于各个瞬时各悬索长度及6个外支承点所受的力的大小及方向均发生变化,如何实现这些变化?这是我们下面要解决的问题。

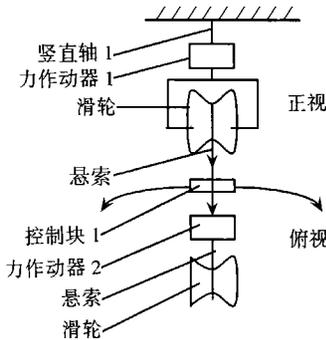


图3 控制悬索系统的方案

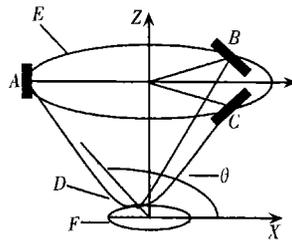


图4 算例简图

实现“各个瞬时各悬索长度及6个外支承点所受的力的大小及方向均发生变化”的控制方案简图如图3所示:每根悬索外支承点处有一可绕竖直轴1转动的滑轮,悬索从滑轮中穿过,固定于控制块1上,控制块1一方面可绕竖直轴1的中心在水平面内转动以控制外支承力的

方向,另一方面又可在这个水平面内径向移动以控制悬索的长度。竖直轴 1 及控制块 1 上均装有力作动器以控制外支承处悬索的垂直力及水平力。这样,从起始位置开始对每一瞬时,根据检测到的馈源的目前状态,计算机向 6 条悬索系统逐个给出 3 条指令,经过放大后,一条用于带动电机转动,经减速,带动控制块 1 及竖直轴 1 转动,调整外支承力的方向;一条作为力作动器 1 的输入,使之产生所需的垂直力;一条作为力作动器 2 的输入,使之产生所需的水平力;从而可按要求进行馈源体的跟踪运动状态控制。

以上仅作为粗调方案。若要进一步提高控制精度,可在上述方案的基础上在馈源体与支架之间增加细调系统,用于调整馈源体与支架之间的相对位置。这样粗调系统用于调整馈源体支架在空间的位置,细调系统用于调整馈源体与支架之间的相对位置,从而保证馈源体的准确空间位置。

3 算 例

为便于说明问题,我们假设馈源体为一质点 D ,该质点 D 用 3 根悬索固定与大地上的 ABC 3 点, ABC 3 点均匀的分布于半径 300 m 的位于水平面上的圆周 E 上,质点 D 以每秒 $\pi/12$ 的匀角速度在半径为 30 m 的圆周 F 上运动。圆周 F 与圆周 E 平行,两者的圆心在同一铅垂线上,圆心间的垂直距离为 50 m (图 4)。3 根悬索用同样材料制成,截面积均相等,质量线密度均为 100 g/m,馈源体质量为 100 kg。

这种简化情况下,其力平衡方程式和约束条件分别为:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 W_i = W, \\ \sum_{i=1}^3 H_i \cos \alpha_i = mr \omega^2 \cos \theta, \\ \sum_{i=1}^3 H_i \sin \alpha_i = mr \omega^2 \sin \theta, \end{cases} \quad (14)$$

表 1 不同位置对应的各变量值

$\theta/(\circ)$	0	30	45	60	90	120	135	150	180
W_1/N	239.2	249.9	269.3	297.8	363.6	129.5	153.7	178.0	195.1
W_2/N	425.1	178.0	192.9	195.8	177.9	129.5	397.5	363.5	298.1
W_3/N	427.2	363.5	329.3	297.8	249.9	232.5	240.3	330.4	298.1
H_1/N	2 431.9	2 490.2	2 572.9	2 689.3	2 928.7	3 121.7	3 194.2	3 234.2	3 273.8
H_2/N	3 145.0	3 234.3	3 253.0	3 268.7	3 236.1	3 121.7	3 088.8	2 927.0	2 692.9
H_3/N	3 145.0	2 927.0	2 802.5	2 689.3	2 491.7	2 412.3	2 437.0	2 490.2	2 692.9
$\alpha_1/(\circ)$	180	182.63	183.78	184.72	185.71	185.20	184.35	183.13	180
$\alpha_2/(\circ)$	65.20	63.13	61.64	60	56.87	54.79	54.33	54.29	55.28
$\alpha_3/(\circ)$	- 65.20	- 65.71	- 65.37	- 64.72	- 62.63	- 60.00	- 58.64	- 57.37	- 55.28
L_1/m	334.1	330.4	325.9	320.2	305.7	290.6	284.1	279.0	274.6
L_2/m	290.5	279.0	275.8	274.7	279.0	290.6	298.0	305.7	320.2
L_3/m	290.5	305.7	313.3	320.2	330.4	334.0	333.1	330.4	320.2

$$\operatorname{arch}[h/a_i + (H_i^2 + W_i^2)^{0.5}/H_i] - \operatorname{arsh}(W_i/H_i) = x_{0i}/a_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (15)$$

其中, $x_{0i} = [(x_i - r \cos \theta)^2 + (y_i - r \sin \theta)^2]^{0.5}$,

$$\alpha_i = \arccos[(x_i - r \cos \theta) / x_{0i}]$$

进一步, 可得悬索长度及外支承点的力分别为:

$$L_i = a_i \left\{ \operatorname{sh}[x_{0i} / a_i + \operatorname{arsh}(W_i / H_i)] \right\} - a_i W_i / H_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6), \quad (16)$$

$$W_i = W_i + L_i \rho_i, \quad H_{wi} = H_i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (17)$$

用优化方法连立求解(14)及(15)式, 将所有的结果代入(16)及(17)式, 可得对馈源体不同的空间位置($\theta / ^\circ$), 它的3个外支承点的垂直力 W_i 、水平力 H_i 、悬索长度 L_i 及水平力 H_i 与 X 轴的夹角 α_i 。计算结果如表1所示。

由表1可见: 对不同的 θ (度), 3个外支承点的水平力、垂直力、水平力与 X 轴的夹角及悬索长度均发生变化。要确保馈源体的准确的空间位置及姿态, 必须及时准确的控制悬索长度及施加于悬索上(外支承点处)的作用力的大小及方向。这样, 对 θ 的微小增量, 只要即时算出下一时刻的悬索长度及施加于悬索上作用力的大小及方向, 并施加这样的作用力于悬索上, 同时调整悬索的长度, 则可以确保馈源体按预定的空间位置及姿态完成跟踪运动。显然, 计算点越多, 精度越高。实际上, 由于馈源体的运动速度很慢, 所以, 该法可以实时控制。

4 总 结

本文给出了悬挂重物的悬索系统悬链线的曲线方程及其受力分析, 在此基础上, 运用作复合运动的刚体的运动学和动力学的方法, 对大型射电望远镜的馈源系统进行了力学分析及馈源体轨迹跟踪运动的控制研究, 给出了轨迹跟踪运动控制的方法及步骤。

算例验证了文中理论及方法的正确性、可行性。

[参 考 文 献]

- [1] National Astronomy and Ionosphere Center. A Proposal for the Second Arecibo Upgrading Program [M]. USA: National Astronomy and Ionosphere Center, March, 1986.
- [2] 南仁东. 国际LT项目争建建议书[M]. 北京: 北京天文台, 1995.

Mechanical Analysis of the Orbit Tracking Movement of Feed System in Large Spherical Radio Telescope

LIU Ming_zhi, SHEN Yu_ru, LIU Jun, NA Bai

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, P. R. China)

Abstract: The curve equation and its mechanics analysis of suspended_cable under the condition of end load are given. Then on the basis of it, the mechanical analysis of suspended_cable system for large spherical radio telescope is studied, procedures of the control for the orbit tracking movement of the line feed in large spherical radio telescope are given. The validity of the results mentioned above is confirmed by means of computer simulations.

Key words: curve equation of suspended_cable; suspension mechanics; large spherical radio telescope; orbit tracking movement; control