应用数学和力学, 第 26 卷 第 10 期(2005 年 10 月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000_0887(2005) 10_1229_07

一类耦合非线性 Schrödinger 方程组的集中现象*

李晓光[1,2,3], 张 健[1]

(1. 四川师范大学 数学与软件科学学院, 成都 610066;
2. 四川师范大学 经济学院, 成都 610066;
3. 四川师范大学 软件实验室, 成都 610066)

(张鸿庆推荐)

摘要: 在二维空间中考虑了一类非线性 Schrödinger 方程组• 在能量守恒及质量守恒的基础上, 通过对解的极限行为的研究, 建立了一系列解在原点的局部恒等式, 得到了方程组的径向对称爆破解的集中性质•

关 键 词: 非线性 Schrödinger 方程; 整体解; 爆破; 爆破点; 集中
中图分类号: O175.24 文献标识码: A

引 言

在二维空间中考虑如下形式的非线性 Schrödinger 方程组:

$$\begin{cases} \mathrm{i}\phi_t - \Delta\phi = (|\phi|^2 - |\psi|^2)\phi, & t > 0,\ x \in R^2, \\ \mathrm{i}\psi_t - \Delta\psi = (-|\phi|^2 + |\psi|^2)\psi, & t > 0,\ x \in R^2, \end{cases} \tag{1}$$

这里 $\phi = \phi(x, t): [0, T) \times R^2 \to \mathrm{C}$, $\psi = \psi(x, t): [0, T) \times R^2 \to \mathrm{C}$, Δ 是 Laplace 算子• 方程组(1) 描述非线性介质中两波相干模型(见文献[1, 2])•

很多文献讨论了如下单个非线性 Schrödinger 方程:

$$\begin{cases} \mathrm{i}\varphi_t - \Delta\varphi = |\varphi|^2\varphi, & t > 0, x \in R^2, \\ \varphi(0, x) = \varphi_0(x), & x \in R^2, \end{cases} \tag{2}$$

这里 $\varphi = \varphi(x, t): [0, T) \times R^2 \to \mathrm{C}$• 其中 Weinstein[3] 证明了如果

$$\varphi_0 \in \Sigma := H^1(R^2) \cap \left\{ u \in L^2(R^2): |x| u \in L^2(R^2) \right\},$$

那么存在 $T > 0$ 使得 $\varphi \in C([0, T), \Sigma)$ 并且如果 $\|\varphi_0\|_{L^2}$ 充分小则 $T = \infty$• 具体地讲, 用 Q 表示如下方程的基态解(唯一径向对称解)•

---

* 收稿日期: 2003_10_24; 修订日期: 2005_03_20
基金项目: 国家自然基金资助项目(10271084); 四川省重点实验室四川师范大学计算机软件实验室基金资助项目
作者简介: 李晓光(1975—), 男, 四川武胜人, 博士(联系人. Tel: +86_28_66885975; E_mail: lixiaoguang1235@msn.com)•

$$\begin{cases} \Delta Q + |Q|^2 Q = -Q & (\text{在 } R^2 \text{ 内}), \\ Q > 0 & (\text{在 } R^2 \text{ 内}). \end{cases} \tag{3}$$

Weinstein 证明了如果 $\|\varphi_0\|_{L^2} < \|Q\|_{L^2}$, 则 Cauchy 问题(2) 的解整体存在($T = \infty$), 另一方面, 如果 $\|\varphi_0\|_{L^2} \geqslant \|Q\|_{L^2}$, 那么解有可能在有限时间爆破($T < \infty$). Merle, Tsutumi[4], Weinstein[5] 研究了 Cauchy 问题(2) 的爆破解的 L^2_集中性质得到关于(2) 的爆破解的如下结论:

(i) 如果初值径向对称即 $\varphi_0(x) = \varphi_0(|x|)$, 那么

$$\forall R > 0,\ \liminf_{t \to T} \|\varphi(t, x)\|^2_{L^2(B(0,R))} \geqslant \|Q\|^2_{L^2};$$

(ii) 如果初值不满足径向对称条件, 则存在函数 $x(t)$ 使得

$$\forall R > 0,\ \liminf_{t \to T} \|\varphi(t, x)\|^2_{L^2(B(x(t),R))} \geqslant \|Q\|^2_{L^2},$$

这里 Q 是式(3) 的唯一径向对称解.

设方程组(1) 具有如下的初始值条件:

$$\phi(0, x) = \phi_0(x),\quad \psi(0, x) = \psi_0(x),\qquad x \in R^N. \tag{4}$$

众所周知(见文献[5], [6]), $\forall(\phi_0, \psi_0) \in H^1(R^2) \times H^1(R^2)$, Cauchy 问题(1)、(4) 存在唯一解 (ϕ, ψ) 且 $(\phi, \psi) \in C([0, T), H^1(R^2) \times H^1(R^2))$, 其中 $T = \infty$ 或

$$T < \infty,\quad \lim_{t \to T}(\|\phi\|_{H^1} + \|\psi\|_{H^1}) = \infty.$$

同时 $\forall t \in [0, T)$, $(\phi(t, x), \psi(u, x))$ 满足如下质量守恒律及能量守恒律:

$$\int_{R^2} |\phi(t, x)|^2 \mathrm{d}x = \int_{R^2} |\phi_0(x)|^2 \mathrm{d}x, \tag{5}$$

$$\int_{R^2} |\psi(t, x)|^2 \mathrm{d}x = \int_{R^2} |\psi_0(x)|^2 \mathrm{d}x, \tag{6}$$

$$E(\phi, \psi) = \int_{R^2} \left(|\nabla \psi|^2 + |\nabla \psi|^2 - \frac{1}{2}|\phi|^4 - \frac{1}{2}|\psi|^4 + |\phi|^2 |\psi|^2 \right) \mathrm{d}x = E(\phi_0, \psi_0). \tag{7}$$

如果 $T = \infty$, 我们称 $(\phi(t, x), \psi(t, x))$ 为 Cauchy 问题(1)、(4) 的整体解. 如果 $T < \infty$, 称 $(\phi(t, x), \psi(t, x))$ 为 Cauchy 问题(1)、(4) 的爆破解.

第 1 节我们讨论整体解的存在性, 第 2 节我们证明解的爆破性质, 第 3 节我们研究爆破解的爆破点与 L^2_集中性质.

本文中, 我们把 $\|\cdot\|_{L^q(R^2)}$ 简化为 $\|\cdot\|_{L^q}$, 各种常数用 c 表示.

1 整体解的存在性

本节中我们将证明如下定理:

定理 1 假设 $(\phi_0, \psi_0) \in H^1(R^2) \times H^1(R^2)$, 且 $\|\phi_0\|_{L^2} < \|Q\|_{L^2}$, $\|\psi_0\|_{L^2} < \|Q\|_{L^2}$, 那么 $(\phi(t), \psi(t))$ Cauchy 问题(1)、(4) 的解 $(\phi(t), \psi(t))$ 整体存在且 $(\phi(t), \psi(t)) \in C([0, T); H^1(R^2) \times H^1(R^2))$.

证明定理 1 之前先给出如下关键引理

引理 1[3]

$$\forall u \in H^1(R^2),\ \frac{1}{2}\|u\|^4_{L^4} \leqslant \frac{\|u\|^2_{L^2}}{\|Q\|^2_{L^2}} \|\nabla u\|^2_{L^2},$$

这里 Q 是方程(3) 的基态解.

现在证明定理 1．

证明　由式(7)，有

$$\|\nabla\phi\|_{L^2}+\|\nabla\psi\|_{L^2}=E(\phi_0,\psi_0)+\frac{1}{2}\|\phi\|_{L^4}^4+\frac{1}{2}\|\psi\|_{L^4}^4-\|\phi\psi\|_{L^2}^2．\tag{8}$$

由式(8)及引理 1 得

$$\left(1-\frac{\|\phi\|_{L^2}^2}{\|Q\|_{L^2}^2}\right)\|\nabla\phi\|_{L^2}^2+\left(1-\frac{\|\psi\|_{L^2}^2}{\|Q\|_{L^2}^2}\right)\|\nabla\psi\|_{L^2}^2\leqslant E(\phi_0,\psi_0)．\tag{9}$$

根据式(9)、(5)、(6)及假设 $\|\phi_0\|_{L^2}<\|Q\|_{L^2}$, $\|\psi_0\|_{L^2}<\|Q\|_{L^2}$, 我们有

$$\|\nabla\phi(t)\|_{L^2}\leqslant c,\quad \|\nabla\psi(t)\|_{L^2}\leqslant c,\tag{10}$$

这里 c 是正常数．

由式(5)、(6)、(10)，结论得证．

2　解的爆破性质

我们将在本节讨论 Cauchy 问题(1)、(4)的解的爆破性质．结论如下：

定理 2　设 $(\phi_0,\psi_0)\in H^1(R^2)\times H^1(R^2)$, 且 $(\phi,\psi)\in C([0,T);H^1(R^2)\times H^1(R^2))$ 是 Cauchy 问题(1)、(4) 在 $[0,T)$ 上的解．假设

$$(|x|\phi_0(x),|x|\psi_0(x))\in L^2(R^2)\times L^2(R^2)$$

且

$$E(\phi_0,\psi_0)<0．$$

则 $T<\infty$ 且

$$\lim_{t\to T}(\|\phi\|_{H^1}+\|\psi\|_{H^1})=\infty．$$

在证明定理 2 之前，我们先给出一个相关引理．

引理 2[6,8]　设 $(\phi_0,\psi_0)\in H^1(R^2)\times H^1(R^2)$, $(|x|\phi_0(x),|x|\psi_0(x))\in L^2\times L^2$, $(\phi,\psi)\in C([0,T),H^1(R^2)\times H^1(R^2))$ 是 Cauchy 问题(1)、(4) 在 $[0,T)$ 上的解．令

$$J(t)=\int_{R^2}|x|^2(|\phi|^2+|\psi|^2)\mathrm{d}x,$$

则

$$J'(t)=4\mathrm{Im}\int_{R^2}x\phi\nabla\phi\mathrm{d}x+4\mathrm{Im}\int_{R^2}x\psi\nabla\psi\mathrm{d}x,\tag{11}$$

$$J''(t)=16E(\phi_0,\psi_0)．\tag{12}$$

现在我们证明定理 2．

证明(反证法)　假设解 (ϕ,ψ) 的存在时间 $T=\infty$, 根据经典分析的知识，有

$$J(t)=J(0)+J'(0)t+\int_0^t(t-s)J''(s)\mathrm{d}s,\qquad 0\leqslant t<\infty．\tag{13}$$

由式(13)和引理 2 知

$$J(t)=J(0)+J'(0)t+8E(\phi_0,\psi_0)t^2,\qquad 0<t<\infty．\tag{14}$$

又因 $J(t)$ 是非负函数，且 $E(0)<0$, 故式(14) 和引理 2 表明存在 $T^*<\infty$ 使得

$$\lim_{t\to T^*}J(t)=0．$$

这意味着

$$\lim_{t\to T^*}\int_{R^2}|x|^2|\phi|^2\mathrm{d}x=\lim_{t\to T^*}\int_{R^2}|x|^2|\psi|^2\mathrm{d}x=0,$$

这与式(5)、(6)矛盾•

3 爆破点及 L^2_集中

我们将在本节研究 Cauchy 问题(1)、(4)的爆破解的精细结构•

引理 3[7] 设 $u \in H^1(R^2)$, 是一个径向对称函数, R 为任意正常数则

$$\| u \|^2_{L^\infty(|x|>R)} \leqslant c \| \nabla u \|_{L^2(|x|>R)} \| u \|_{L^2(|x|>R)} \cdot$$

设 $\rho_R \in C_0^\infty$ 是单调减的径向对称函数($\rho_R(x) = \rho_R(|x|)$) 且 $\rho_R(x) = 1(|x| < R)$, $\rho_R(x) = 0(|x| > 2R)$, $\forall x$ $|\rho_R(x)| \leqslant 1$•

由引理 3, 经简单计算可得

引理 4[4] 设 $u \in H^1(R^2)$ 是一个径向对称函数, R 为任意正常数, 则

$$\| \rho_R u \|^4_{L^4} \leqslant (\| \nabla u \|_{L^2(|x|<2R)} + \| u \|_{L^2(|x|<2R)})^2 \| u \|^2_{L^2} \cdot$$

定理 3(爆破点) 假设 $(\phi_0(x), \psi_0(x)) = (\phi_0(|x|), \psi_0(|x|))$, Cauchy 问题(1)、(4)的解$(\phi(t), \psi(t)) \in C([0, T), H^1(R^2) \times H^1(R^2))$ 在有限时间 T 爆破, 则原点 O 是爆破点, 意义如下

(i) $\forall R > 0$, $\| \nabla \phi(t) \|_{L^2(|x|<R)} + \| \nabla \psi(t) \|_{L^2(|x|<R)} \to \infty \quad (t \to T)$;

(ii) 如果 $\forall t < T$, $(\phi(t), \psi(t)) \in L^\infty(R^2) \times L^\infty(R^2)$, 则对任意的 $R > 0$, 有

$$\lim_{t \to T} (\| \phi(t) \|_{L^\infty(|x|<R)} + \| \psi(t) \|_{L^\infty(|x|<R)}) \to \infty \cdot$$

证明 (i) 由能量守恒(7), 得

$$\begin{aligned} \| \nabla \phi(t) \|^2_{L^2} + \| \nabla \psi(t) \|^2_{L^2} = {} & \frac{1}{2} \| \phi(t) \|^4_{L^4(|x|<R/2)} + \\ & \frac{1}{2} \| \phi(t) \|^4_{L^4(|x|>R/2)} + \frac{1}{2} \| \psi(t) \|^4_{L^4(|x|<R/2)} + \\ & \frac{1}{2} \| \psi(t) \|^4_{L^4(|x|>R/2)} - \int_{R^2} |\phi|^2 |\psi|^2 \mathrm{d}x + E(\phi_0, \psi_0) \cdot \end{aligned} \tag{15}$$

因

$$\| \phi(t) \|^4_{L^4(|x|<R/2)} \leqslant \| \rho_{R/2} \phi(t) \|^4_{L^4}$$

及

$$\| \psi(t) \|^4_{L^4(|x|<R/2)} \leqslant \| \rho_{R/2} \psi(t) \|^4_{L^4},$$

又因

$$\| \phi(t) \|^4_{L^4(|x|>R/2)} \leqslant \| \phi(t) \|^4_{L^\infty(|x|>R/2)} \| \phi(t) \|^2_{L^2(|x|>R/2)}$$

及

$$\| \psi(t) \|^4_{L^4(|x|>R/2)} \leqslant \| \psi(t) \|^4_{L^\infty(|x|>R/2)} \| \psi(t) \|^2_{L^2(|x|>R/2)},$$

故由式(15), 引理 3、引理 4 及式(5)、(6)知

$$\begin{aligned} \| \nabla \phi(t) \|^2_{L^2} + \| \nabla \psi(t) \|^2_{L^2} \leqslant {} & c(\| \nabla \phi(t) \|_{L^2(|x|<R)} + c)^2 + \\ & c(\| \nabla \psi(t) \|_{L^2(|x|<R)} + c)^2 + c \| \nabla \phi(t) \|_{L^2} + c \| \nabla \psi(t) \|_{L^2} + c \cdot \end{aligned}$$

又因

$$\| \nabla \phi(t) \|_{L^2} + \| \nabla \psi(t) \|_{L^2} \to \infty \qquad (\text{当 } t \to T),$$

故(i)得证•

(ii) 与以上证明类似• 由式(15)、引理 3 及质量守恒式(5)、(6), 得

$$\| \nabla \phi(t) \|^2_{L^2} + \| \nabla \psi(t) \|^2_{L^2} \leqslant c \| \phi(t) \|^4_{L^\infty(|x|<R)} +$$

$$c\|\nabla\psi(t)\|_{L^\infty(|x|<R)}^4+c\|\nabla\phi(t)\|_{L^2}+c\|\nabla\psi(t)\|_{L^2}+c.$$

根据这个不等式,通过与(i)相同的证明可得(ii).

引理 5　φ_0 为一个确定的函数, u_n 为 $H^1(R^2)$ 中一序列且存在 c_0, 使得 $\forall n$:

$$\begin{cases} H_1 & u_n(x)=u_n(|x|),\\ H_2 & \int_{R^2}|u_n(x)|^2\mathrm{d}x=\int_{R^2}|\varphi_0(x)|^2\mathrm{d}x,\\ H_3 & \forall R>0,\ \int_{|x|<R}|\nabla u_n(x)|^2\mathrm{d}x\to\infty\quad(\text{当 } n\to\infty),\\ H_4 & H(u_n)=\int_{R^2}|\nabla u_n(x)|^2-\frac{1}{2}|u_n(x)|^4\mathrm{d}x\leqslant c_0, \end{cases}$$

则对任意的 $R>0$, 有

$$\lim_{t\to T}\frac{\|u_n\|_{L^4(|x|>R)}^4}{\|\nabla(\rho_R u_n)\|_{L^2}^2}=0.$$

证明　由 H_1、H_2、H_4, 引理 3 及 Gagliardo_Nirenberg 不等式, 得

$$\|\nabla u_n(x)\|_{L^2(|x|>R)}^2\leqslant-\|\nabla u_n\|_{L^2(|x|<R)}^2+$$
$$\frac{1}{2}\|u_n\|_{L^4(|x|<R)}^4+\frac{1}{2}\|u_n\|_{L^4(|x|>R)}^4+H(u_n)\leqslant$$
$$\frac{1}{2}\|u_n\|_{L^4(|x|<R)}^4+\frac{1}{2}\|u_n\|_{L^4(|x|>R)}^4+c_0\leqslant$$
$$c+c\|\rho_R u_n\|_{L^4}^4+c\|\nabla u_n\|_{L^2(|x|>R)}\leqslant$$
$$c+c\|\nabla(\rho_R u_n)\|_{L^2}^2+c\|\nabla u_n\|_{L^2(|x|>R)}.$$

又因 H_3 故存在 $K<+\infty$ 使得

$$\limsup_{t\to T}\frac{\|\nabla u_n\|_{L^2(|x|>R)}^2}{\|\nabla(\rho_R u_n)\|_{L^2}^2}=K.\tag{16}$$

由引理 3, 假设 H_2 知

$$\|u_n\|_{L^4(|x|>R)}^4\leqslant\|u_n\|_{L^\infty(|x|>R)}^2\|u_n\|_{L^2}^2\leqslant$$
$$c\|u_n\|_{L^2}^3\|\nabla u_n\|_{L^2(|x|>R)}\leqslant c\|\nabla u_n\|_{L^2(|x|>R)}.$$

又因式(16)故命题得证.

现在我们可以证明如下定理:

定理 4(L^2_集中)　设

$(\phi_0(x),\psi_0(x))\in H^1(R^2)\times H^1(R^2)$, $(\phi_0(x),\psi_0(x))=(\phi_0(|x|),\psi_0(|x|))$.

如果 $(\phi(t),\psi(t))\in C([0,T),H^1(R^2)\times H^1(R^2))$ 是 Cauchy 问题(1)、(4)的爆破解且满足

$$\lim_{t\to T}\|\nabla\phi(t)\|_{L^2}=\infty,\tag{17}$$

$$\lim_{t\to T}\|\nabla\psi(t)\|_{L^2}=\infty.\tag{18}$$

那么对任意的 $R>0$,

$$\liminf_{t\to T}\left(\|\phi(t)\|_{L^2(B(0,R))}+\|\psi(t)\|_{L^2(B(0,R))}\right)\geqslant\|Q\|_{L^2},$$

这里 Q 是方程(3)的基态解.

另外, 以下两个不等式至少有一个成立.

$$\liminf_{t\to T}\|\phi(t)\|_{L^2(B(0,R))}\geqslant\|Q\|_{L^2}$$

或

$$\lim_{t\to T}\inf \| \psi(t) \|_{L^2(B(0,R))} \geqslant \| Q \|_{L^2}.$$

证明　由能量守恒式(7), 有

$$\int_{R^2}\left(| \nabla\phi |^2 - \frac{1}{2} | \phi |^4 \right) dx + \int_{R^2}\left(| \nabla\psi |^2 - \frac{1}{2} | \psi |^4 \right) dx = E(\phi_0, \psi_0) - \int_{R^2} | \phi |^2 | \psi |^2 dx,$$

故以下两式至少有一个成立 $(c > 0)$

$$H[\phi] = \int_{R^2}\left(| \nabla\phi |^2 - \frac{1}{2} | \phi |^4 \right) dx < c \tag{19}$$

或

$$H[\psi] = \int_{R^2}\left(| \nabla\psi |^2 - \frac{1}{2} | \psi |^4 \right) dx < c. \tag{20}$$

如果式(19)成立, 那么

$$\| \nabla\phi(t) \|_{L^2}^2 - \frac{1}{2} \| \phi(t) \|_{L^4(|x|<R)}^4 = \frac{1}{2} \| \phi(t) \|_{L^4(|x|>R)}^4 + H[\phi]. \tag{21}$$

而且根据质量守恒式(5)、(6)可得

$$-\frac{1}{2} \| \rho_R\phi(t) \|_{L^4}^4 \leqslant -\frac{1}{2} \| \phi(t) \|_{L^4(|x|<R)}^4 \tag{22}$$

及

$$\| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2}^2 \leqslant \left\{ \| \rho_R \nabla\phi(t) \|_{L^2} + \| \nabla\rho_R\phi(t) \|_{L^2} \right\}^2 \leqslant \| \nabla\phi(t) \|_{L^2}^2 + c \| \rho_R \nabla\phi(t) \|_{L^2} + c.$$

因此

$$\| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2}^2 \leqslant \| \nabla\phi(t) \|_{L^2}^2 + c \| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2} + c. \tag{23}$$

由式(21)~(23)我们有

$$\| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2}^2 - \frac{1}{2} \| \rho_R\phi(t) \|_{L^4}^4 \leqslant \frac{1}{2} \| \phi(t) \|_{L^4(|x|>R)}^4 + c \| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2} + c. \tag{24}$$

又因引理1, 得

$$1 - \frac{\| \rho_R\phi(t) \|_{L^2}^2}{\| Q \|_{L^2}^2} \leqslant \frac{1}{2} \frac{\| \phi(t) \|_{L^4(|x|>R)}^4}{\| \nabla\rho_R\phi(t) \|_{L^2}^2} + \frac{c \| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2} + c}{\| \nabla(\rho_R\phi(t)) \|_{L^2}^2}. \tag{25}$$

同时根据式(19)和假设式(17), 通过与定理3相同的证明可得

$$\forall R > 0, \quad \| \nabla\phi(t) \|_{L^2(|x|<R)} \to \infty \quad (t \to T). \tag{26}$$

由式(25)、(26)、(5)、(6)、(17)及引理5我们可得

$$\lim_{t\to T}\inf \| \phi(t) \|_{L^2(|x|<2R)} \geqslant \lim_{t\to T}\inf \| \rho_R\phi(t) \|_{L^2} \geqslant \| Q \|_{L^2}. \tag{27}$$

如果式(20)成立, 由相同的证明, 可得

$$\lim_{t\to T}\inf \| \psi(t) \|_{L^2(|x|<2R)} \geqslant \lim_{t\to T}\inf \| \rho_R\psi(t) \|_{L^2} \geqslant \| Q \|_{L^2}. \tag{28}$$

由式(27)和(28), 定理得证.

[参　考　文　献]

[1]　Newboult G K, Parker D F, Fanlkner T R. Coupled nonlinear Schrödinger equations arising in the study of monomode step_index opitical fibers[J]. Journal of Mathematical Physics, 1989, **30**(4): 930—936.

[2] Hayata K, Koshiba M. Multidimensional solutions in cubic nonlinear media[J]. Optics Letters, 1994, **19**(21): 1717—1719.

[3] Weinstein M I. Nonlinear Schrödinger equations and sharp interpolation estimates[J]. Communications Mathematical Physics, 1983, **87**(4): 567—576.

[4] Merle F, Tsutumi Y. L^2_concentration of blow_up solution for the nonlinear Schrödinger equations with the critical power nonlinearity[J]. Journal of Differential Equations, 1990, **84**(2): 205—214.

[5] Weinstein M I. On the structure and formation singularities in solutions to nonlinear dispersive evolution equations[J]. Communications in Partial Differential Equations, 1986, **11**(5): 545—565.

[6] ZHANG Jian. Instability of optical solitions for two_wave interaction model in cubic nonlinear media [J]. Advance in Mathematical Sciences and Applications, 1998, **8**(2): 691—713.

[7] Strauss W A. Existence of solitary waves in higher dimensions[J]. Communications Mathematical Physics, 1977, **55**(1): 149—162.

[8] Cazenave T. An Introduction to Nonlinear Schrödinger Equations[M]. Textos de Metodos Matematicos, 26, Rio de Janero: Instituto de Mathmatica_UFRJ, 1993.

Concentration of Coupled Cubic Nonlinear Schrödinger Equations

LI Xiao_guang[1,2,3], ZHANG Jian[1]

(1. College of Mathematics and Software Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, P.R. China;

2. College of Economics, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, P.R. China;

3. Software Laboratory, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, P.R. China)

Abstract: A coupled nonlinear Schrödinger equations is considered in 2_D space. Based upon the conservation of mass and energy, local identities was established by the study of the limit behavior of the solutions, and concentration for the blow_up solutions with radially symmetry was obtained.

Key words: nonlinear Schrödinger equation; global existence; blow up; blow_up point; concentration