

文章编号: 1000-0887(2004) 05-0472-09

# 赤道东太平洋海气耦合振荡的非线性分析及 ENSO 循环的极限环理论

黄思训, 项杰, 韩威

(解放军理工大学 气象学院, 南京 211101)

(戴世强推荐)

**摘要:** 把赤道东太平洋地区大气对流层、海洋混合层看作是在定常热源(太阳辐射)驱动下的动力系统, 利用一个局域平均的热力学气候模式, 建立了海气耦合自激振荡模型, 得到了一个封闭的自治的二次系统, 对系统进行了线性和非线性分析. 结合系统稳定的极限环解, 对海气耦合的物理机制进行了探讨. 和观测事实的比较表明, 在赤道东太平洋区域平均的以 500 hPa 为代表的大气对流层的温度距平和海表温度距平, 在相平面上和极限环解定性上很一致. 这为研究热带海气相互作用的年际变化提供了一个理论模型.

**关键词:** ENSO; 极限环; 自激振荡

**中图分类号:** P433      **文献标识码:** A

## 1 引言及符号说明

厄尔尼诺和南方涛动(ENSO)是热带气候系统年际变化的最强信号, 引起了广泛的关注. 自 Bjerknes (1969)<sup>[1]</sup> 的开创性工作以来, 关于海气耦合系统的性质进行了大量研究<sup>[2~9]</sup>, Neelin 等(1998)<sup>[10]</sup> 对 ENSO 理论模式的研究进行了很好的回顾, 海气耦合的复杂性和非线性为利用理论模式的研究带来了许多困难, 目前理论研究模式主要还是线性模式, 当前在研究海气耦合系统的非线性演化问题上仍存在许多值得深入之处.

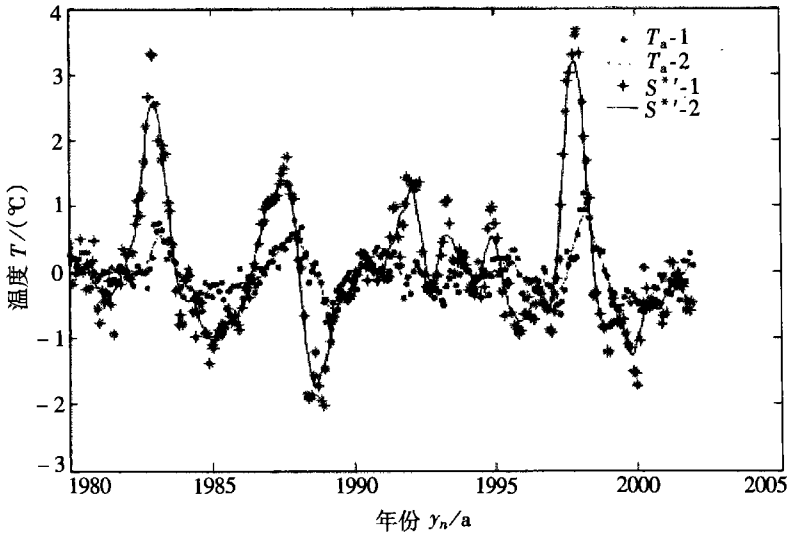
海气耦合相互作用在本质上是一个非线性的物理过程, 从而线性模型很难揭示海气耦合振荡的内在机理<sup>[11]</sup>. 本文对海气耦合相互作用建立了一个自激振荡模型, 将赤道东太平洋地区的海洋混合层和大气对流层作为一个由太阳辐射驱动的自激振荡系统的两个相互耦合作用的组成部分. 模型中只考虑了海洋中冷水上涌引起的热力耗散和大气瞬时涡旋对热量的扩散作用, 以及太阳进入系统的净辐射. 模式方程组中包含大气对流层和海洋混合层的热力学能量方程和海气交界面能量平衡方程. 我们对在赤道东太平洋区域(85 W~140 W, 10 S~10 N)作局域平均, 导出距平方程组, 将大气和海洋的辐射收支在平均云量、平均海温附近 Taylor 展开到二阶, 根据一些气候模式中的经验公式, 使海气耦合系统成为一个封闭的二次系统. 选取

收稿日期: 2003\_06\_28; 修订日期: 2004\_01\_20

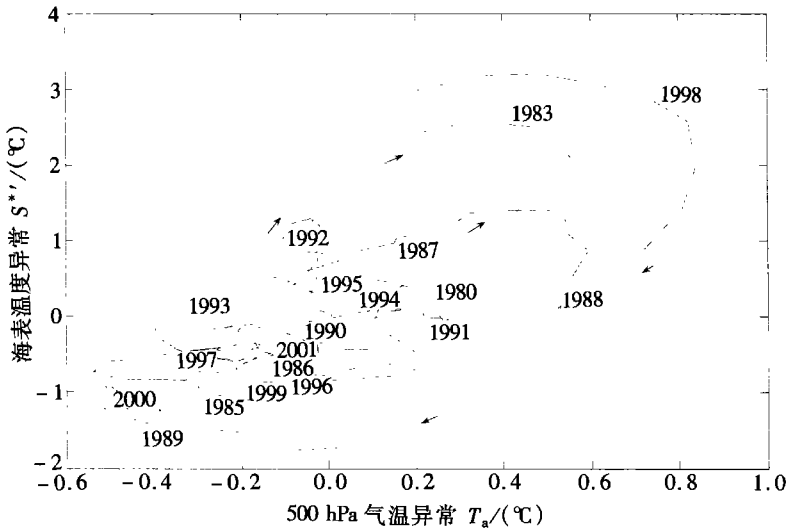
基金项目: 自然科学基金资助项目(40075014); 上海市科协重点基金资助项目(02DJ14032)

作者简介: 黄思训(1946), 男, 教授, 博导(联系人. Tel: + 86\_25\_52641693(h), + 86\_25\_80830634(o); E-mail: huangsxp@yahoo.com.cn).





(a) Niño3 区的海表温度异常(  $S^*$  )与 500 hPa 气温异常(  $T_a$  )  
在 1980~ 2001 年的演变  
( 1 表示原始数据, 2 表示时间窗为 6 个月的滑动平均结果)



(b) Niño3 区的海表温度异常(  $S^*$  )与 500 hPa 气温异常(  $T_a$  )  
在相空间中的演变(1980~ 2001 年) (在相空间中的演化,  
两个时间序列都进行了时间窗为 6 个月的滑动平均)

图 1 1980~ 2001 年海表温度异常(Niño3 区域)和纬向平均  
的 500 hPa 大气温度异常(20 N~ 20 S)

$$\frac{T_a}{t} + \frac{(u_a T_a)}{x} + \frac{(v_a T_a)}{y} + \frac{(w_a T_a)}{z} = \frac{1}{a C_p} \left[ -\frac{h_a}{z} + LP \frac{r_a}{z} \right], \quad (2)$$

$$R_s = LE + H + Q_d, \quad (3)$$

其中  $h_a(h_s)$  是向上(向下)的垂直湍流热通量,  $r_a$  是辐射通量,  $L$  是凝结潜热,  $P$  是蒸发率,  $R_s = r_s |_{z=0}$ ,  $E = P |_{z=0}$ ,  $H = h_a |_{z=0}$ ,  $Q_d = h_s |_{z=0}$

边界条件为:

对流层顶:  $z = z_r; w_a = h_a = 0;$

海面:  $z = 0; w_a = w_s = 0, h_a = H, h_s = Q_d;$

混合层底:  $z = -D; w_s = w_{-D}, h_s = 0, T_s = T_{-D}$

以赤道 140 W 为原点建立局地坐标系, 记为  $L_x$  赤道东太平洋的平均纬向宽度, 侧边界条件为  $u_s |_{x=L_x} = 0$  设海洋混合层等温  $T_s = T_{-D}$ , 赤道东太平洋水平流速是纬向的, 即  $v_s = 0$  大气和海洋的辐射收支分别具有以下形式:

$$R_a = I_0(m + \quad) + I_s(1-f) - fI_s - GI_s(1- \quad), \quad (4)$$

$$R_s = I_0[1- gc(1- \quad) - (dc + \quad) - m] - I_s(1-f) \quad (5)$$

将(1)~(3)在赤道东太平洋地区(14 W~85 W, 10 S~10 N)区域平均, 利用气候模式中的一些经验公式, (1)和(2)最后可以化为如下形式(详细推导参见[11]),

$$\frac{dT_a}{dt} = c_{11}T_a + c_{12}T_s + c_{13}T_aT_s + c_{14}T_s^2, \quad (6)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = c_{21}T_a + c_{22}T_s + c_{23}T_aT_s + c_{24}T_s^2, \quad (7)$$

系数  $c_{ij}$  的表达式在附录中给出

### 3 耦合系统的线性和非线性分析

为了研究非线性动力系统(6)~(7), 首先讨论其线性系统的性质, 对(6)~(7)右端的各项系数进行量级分析知其二次项的系数要比一次项系数小  $10^2 \sim 10^3$  的量级, 因此讨论线性化方程具有一定的意义 此时(6)~(7)退化为

$$\frac{dT_a}{dt} = c_{11}T_a + c_{12}T_s, \quad (8)$$

$$\frac{dT_s}{dt} = c_{21}T_a + c_{22}T_s \quad (9)$$

显然(8)、(9)的特征方程为

$$\lambda^2 - (c_{11} + c_{22})\lambda + c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21} = 0, \quad (10)$$

(10)的特征根为

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2}[(c_{11} + c_{22}) \pm \sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_{12}c_{21}}] \quad (11)$$

为了分析大气和海洋的辐射收支之间的关系, 令

$$R_{as} = I_0(m + \quad) - f I_s, \quad (12)$$

则(4)~(5)为

$$R_a = I_s - f I_s - G(1- \quad)I_s + R_{as}, \quad (13)$$

$$R_s = I_0[1- gc(1- \quad) - dc] - I_s - R_{as} \quad (14)$$

可见  $R_{as}$  是海洋混合层和大气对流层辐射能量的交换项, 随着  $\quad$  的增大, 海气之间能量交换速率加快, 振荡频率变大, 因而振荡周期变短

下面对赤道东太平洋地区大气对流层和海洋混合层所建立的海气耦合模型进行非线性的研究 因为系统与外界有着能量的交换(太阳辐射, 海水热量平流, 加热深层海水), 故这是一个非保守系统, 这是其一; 其二, 大量观测资料分析表明, 海气耦合振荡(振幅、周期)并不依赖于初始扰动, 呈现自激振荡的性质 线性化模型在刻画系统振荡周期方面是成功的, 但却无法描述海气耦合振荡的过程 (6)~(7)是一个多参数作用的复杂系统, 为了深入研究, 我们将作

一系列的变换,把二次系统转化为正规的第 类方程<sup>[12]</sup>

$$\frac{dx}{d} = -y + x + mxy + lx^2, \tag{15}$$

$$\frac{dy}{d} = x(1 - ax - y) \tag{16}$$

根据文中关于(15)~(16)为有界二次系统的充要条件和存在唯一的极限环的条件以及系统(15)、(16)的平衡点(0,0)由稳定焦点变为不稳定焦点,当 从0增加时,平衡点(0,0)附近至少出现一个外稳定环和一个内稳定环(可能重合为一个稳定环)的条件,我们可以得到系统(15)、(16)存在唯一稳定的极限环的判据如下:

1  $(1 + l)^2 + 4ma < 0, m > 0;$  (17)

2  $(a - - m)^2 + 4(l + ma) > 0;$  (18)

3  $0 < 1$  (19)

由判据知,如果系统(15)~(16)存在极限环,那么一定包围系统唯一的焦点(0,0)(气候平衡态) 因为我们选取 与  $T_s$  为变动参数,所以在参数平面上找到满足判据的区域是十分有意义的 通过数值计算,我们得到满足判据的区域(图 2a 中黑色区域)

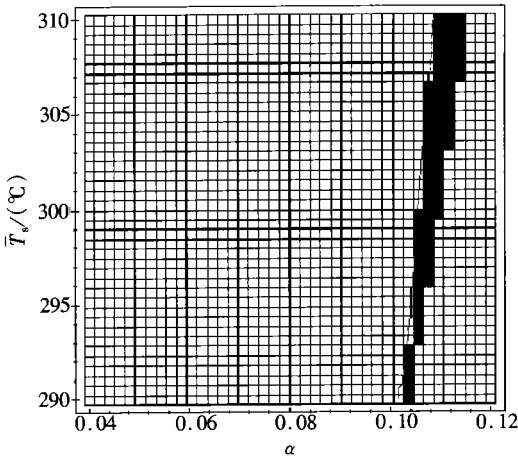


图 2(a) 极限环存在的区域  
(参数平面上黑色区域是系统(6)~(7)存在唯一稳定极限环的区域 因为判据(19)不是一个有确定上限的条件,所以我们将参数平面离散化后,进行数值计算而得到极限环存在的区域)

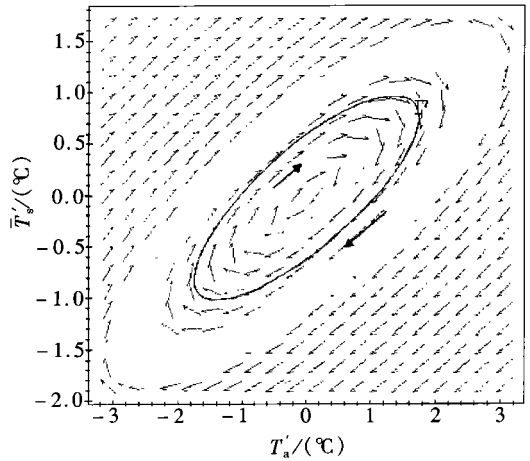


图 2(b) 系统(6)~(7)的极限环解  
( 内部是增长型的振荡, 外部是衰减型的振荡,这是数值积分 1200 个月得到的结果 )

在满足判据的参数区域中任取一点(例如  $\alpha = 0.10482606, T_s = 297$ ),分别取初始扰动为  $(T_a, T_s) |_{t=0} = (0, 0.5), (T_a, T_s) |_{t=0} = (0, 2), (T_a, T_s) |_{t=0} = (0, 0.965)$ ,积分 1200 个月,其相图如图 2(b) 所示 初始条件为(0, 2)时轨线逆时针向内走;(0, 0.05)时逆时针向外走;初始条件为(0, 0.965)时轨线是一稳定的极限环,记为  $\Gamma$ ,其所对应的振荡周期为 43.7 个月,旋转方向为逆时针 由于平衡态(0,0)是系统的细焦点,对于在极限环内或外的初值所对应的振荡是准周期的运动,周期大约为 43.7 个月 对 内部的初值,振荡是缓慢增长型的;对 外部的初值,振荡是缓慢衰减型的 由此可见,对于赤道东太平洋地区海气耦合三年左右的振荡是现实的

## 4 海气耦合振荡的物理机制

上面我们从大气对流层、海洋混合层的热力学能量方程和海气交界面的能量平衡方程出发,在赤道东太平洋区域(85 W~140 W, 10 S~10 N)作经纬向平均,在平均云量( $\bar{\tau} = 0.5$ ),平均海温( $T_s = 297$ )附近 Taylor 展开到二阶,利用气候模式中的经验公式使海气耦合系统成为一个封闭的二次自治系统,从理论上得到了系统存在极限环的判据,并通过数值计算找到了系统唯一的稳定的极限环,因此海气耦合系统是一个自激振荡的系统。稳定的极限环解说明振荡(振幅和周期)不依赖于初始扰动,只要存在扰动,经过一定的时间,就会得到固定振幅和周期的振荡。这一点和线性振动不同,那里振幅和周期可任意改变,且决定于初始条件;并且和非线性保守系统也不同,那里周期随振幅变化,且决定于初始条件。下面我们在此基础上分析海气耦合系统自激振荡的物理机制,用图 3 来简单描述。

在图 3 中,把太阳辐射看作是驱动海气系统振荡的非振荡性能源( $I_0 =$  为常数),而大气对流层和海洋混合层是具有能量耗散的非保守的非线性振荡系统。由于模型中含有许多经验参数,选择  $\theta$  为变动参数,是对模型中各经验参数的一个综合修正。如果选取其他参数,如水汽凝结率的修正系数  $\beta$ ,也会得到类似的结果。由(12)知,  $R_{s0}$  是海洋混合层和大气对流层辐射能量的交换项,因此  $\theta$  也是调节能量在大气和海洋中分配的参数。

$\theta$  越大,大气对流层获得的太阳辐射能量越多,海洋混合层获得的太阳辐射能量越少,系统的不稳定性增加。如果  $\theta$  在一定范围内取值,太阳辐射能量在大气对流层和海洋混合层的分配与各自的能量耗散动态平衡,从而使海气耦合系统自激振荡得以实现。

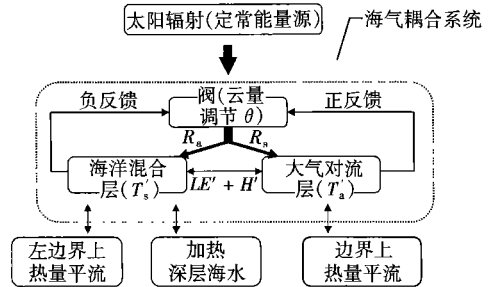
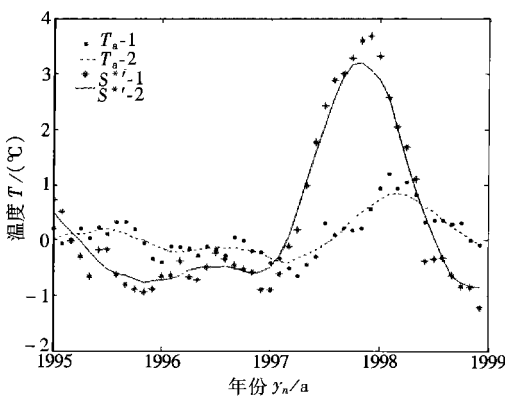


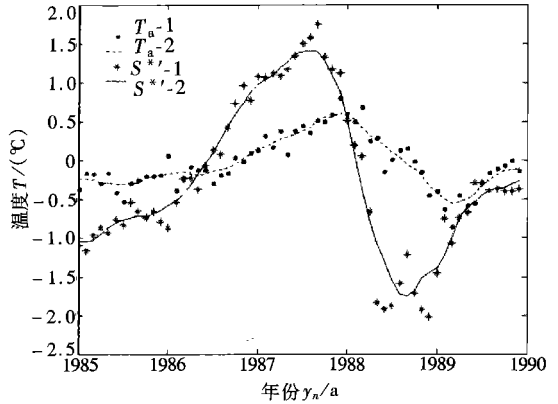
图 3 海气耦合自激振荡系统示意图

## 5 模型的振荡性质与 ENSO 循环的比较

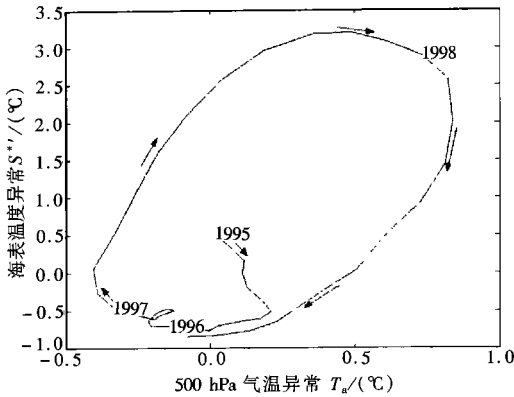
系统在一定参数变化范围内存在极限环解,这从一个侧面说明了系统内在的振荡性质,实际 ENSO 系统中的参数随状态是变化的,因此会在一定条件下系统变得不稳定,而非线性的控制会使扰动的不稳定振幅发展到一定程度又回复稳定,如图 1(b) 所示。因此本研究对于理解 ENSO 循环的内在振荡特性是有益的。为了进一步与实际观测的资料比较,探讨其适用的范围和程度,我们选取了两次典型的 ENSO 过程,一个是 1995 年至 1998 年(图 4(a), (c)),另一个是 1985 年到 1989 年(图 4(b), (d)),资料与图 1 中所使用的一样。NINO3 区局地平均(代表赤道东太平洋地区)的海温距平代表赤道东太平洋海洋上层的热异常状况,而对流层中层的大气温度距平(500 hPa)大气温度距平作为对流层的垂直平均的温度距平的代表,表征对流层的热状况,图 4(c), (d) 中的极限环解和观测资料在相空间的性质定性上(图 2(b)) 是非常一致的。同时,在时间结构上系统的极限环解和观测资料的时间序列也是很相似的,在模型(图 2(b)) 和观测资料(图 4(a), (b)) 中,  $S^*$  距平均超前大气温度距平一定的时间。这表明大气温度距平的演化受到海洋温度距平的强迫,另一方面,大气热状况向海洋的适应需要 4~6 个月的时间,正是因为这种强迫和滞后,产生了海气耦合系统的年际的振荡。



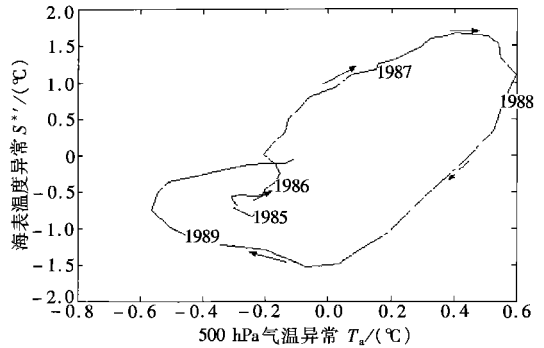
(a) 1995 年 1 月到 1998 年 12 月的时间序列



(b) 1985 年 1 月到 1989 年 12 月的时间序列



(c) 1995 年 1 月到 1998 年 12 月的异常在相空间中的演化



(d) 1985 年 1 月到 1989 年 12 月的异常在相空间中的演化

图 4 海表温度异常(Nino3 区域)和纬向平均的 500 hPa 大气温度异常(20 N~ 20 S)

( 1 表示原始数据, 2 表示时间窗为 6 个月的滑动平均结果)

## 6 总 结

本文把赤道东太平洋地区大气对流层, 海洋混合层看作是在定常热源(太阳辐射) 驱动下的动力系统, 利用一个局域平均的热力学气候模式, 建立了海气耦合自激振荡模型, 得到了一个封闭的自治的二次系统, 对系统进行了线性和非线性分析. 在线性近似下着重分析了系统振荡的周期, 发现在一定参数范围内, 系统可以存在 2~ 9 年的振荡周期; 振荡可以是稳定的, 也可以是不稳定的. 为深入研究非线性系统的性质, 通过一系列变换将二次系统化为正规的第 I 类方程, 利用极限环理论的最新成果, 得到了海气耦合系统存在稳定极限环解的判据, 通过大量数值计算找到了极限环存在的参数区域, 从而从理论上证明了海气耦合年际振荡的可能性和现实性; 结合系统稳定的极限环解, 对海气耦合的物理机制进行了探讨. 研究表明, 如果大气对流层获得的太阳辐射能量越多, 海洋混合层获得的太阳辐射能量越少, 系统的不稳定性就会增加, 而太阳辐射在大气对流层和海洋混合层之间的分配是通过云量等因子来调节的. 当由于调节参数随时间的变化使得太阳辐射能量在大气对流层和海洋混合层的分配与各自的能量耗散动态平衡时, 海气耦合系统的自激振荡得以实现.

本文的研究是一个初步的探索, 仅考虑了赤道东太平洋大气对流层和海洋混合层之间的

热力过程的相互作用, 关于赤道西太平洋与东太平洋之间的相互作用, 波动传播与演化以及风应力异常强迫等动力过程的研究正在进行

### 附 录

(6) ~ (7) 式中系数  $c_{ij}$  的表达式:

$$c_{11} = -k_a k_n^2 - \frac{gw^*}{c_p F_1} + \frac{A - H^*}{c_p M},$$

$$c_{12} = \frac{1}{c_p F_1} gw^* F_2 + \frac{1}{c_p M} [4 T_s^3 (A_1 - G) + H^* - F_2 A],$$

$$c_{13} = \frac{4}{c_p M F_1} T_s^3 A_1,$$

$$c_{14} = \frac{2}{c_p M} T_s^2 \left[ 3(A_1 - G) - 2F_2 A_1 T_s \frac{1}{F_1} \right],$$

$$c_{21} = -E_1 + \frac{1}{a c_s D} \left[ \frac{A_2}{F_1} + (B_e + 1) H^* \right],$$

$$c_{22} = F_2 E_1 - \frac{1}{D} W_{-D} - \frac{1}{a c_s D} \left[ 4 T_s^3 (1 - f) + \frac{F_2 A_2}{F_1} + (B_e + 1) H^* \right],$$

$$c_{23} = -E_1 \frac{1}{T_s} + \frac{4}{a c_s D F_1} f T_s^3,$$

$$c_{24} = E_1 F_2 \frac{1}{T_s} - \frac{2}{a c_s D} T_s^2 \left[ 3(1 - f) + 2f T_s F_2 \frac{1}{F_1} \right],$$

$$A = \frac{1}{F_1} (I_0 + A_1 T_s^4 + LP^*),$$

$$A_1 = + G - f( + ),$$

$$A_2 = I_0 (g_G - d_G - ) + f T_s^4,$$

$$E_1 = \frac{1}{D F_1} W_{-D}^* T_s, \quad W_{-D}^* = \frac{1}{s(FK)^{1/2}} \sqrt{2} a C_a V_a W^*,$$

$$T_s = T_a |_{x=0} - T_{-D}, \quad H^* = a C_H C_P | V_a |,$$

$$P^* = -w^* \int_0^r \frac{w}{z} dz$$

### [参 考 文 献]

- [1] Bjerknes J. Atmospheric teleconnections from the equatorial Pacific [J]. *Mon Wea Rev*, 1969, **97**(3): 163-172.
- [2] Philander S G H, Yamagata T, Pacanowski R C. Unstable air-sea interactions in the tropics [J]. *J Atmos Sci*, 1984, **41**(4): 604-613.
- [3] Zebiak S E, Cane M A. A model El Niño Southern Oscillation [J]. *Mon Wea Rev*, 1987, **115**(10): 2262-2278.
- [4] Wakata Y, Sarachik E S. On the role of equatorial ocean modes in the ENSO cycle [J]. *J Phys Oceanog*, 1991, **21**(3): 434-443.
- [5] Jin F F, Neelin J D. Modes of interannual tropical ocean-atmosphere interaction—a unified view Part I: Numerical results [J]. *J Atmos Sci*, 1993, **50**(21): 3477-3503.
- [6] Jin F F, Neelin J D. Modes of interannual tropical ocean-atmosphere interaction—a unified view Part II: Analytical results in fully-coupled cases [J]. *J Atmos Sci*, 1993, **50**(21): 3523-3540.
- [7] Battisti D S, Hirst A C. Interannual variability in the tropical atmosphere-ocean model: Influence of the basic state, ocean geometry and nonlinearity [J]. *J Atmos Sci*, 1989, **46**(12): 1687-1712.
- [8] Philander S G H. *El Niño, La Niña, and the Southern Oscillation* [M]. San Diego, Calif: Academic,



- 1990.
- [9] 巢纪平. 厄尔尼诺和南方涛动力学[M], 北京: 气象出版社, 1993.
- [10] Neelin J D, Battisti D S, Hirst A C, et al. ENSO theory[J]. J Geophys Res, 1998, **103**(c7): 14261-14290.
- [11] 项杰, 赤道东太平洋海气耦合振荡的理论分析[D]. 南京: 空军气象学院硕士论文, 1990.
- [12] 叶彦谦. 极限环理论[M]. 上海: 上海科技出版社, 1984.

## Nonlinear Analysis of Equatorial Eastern Pacific Air-Sea Coupling Oscillation and a Limit Cycle Theory for ENSO Cycle

HUANG Si\_xun, XIANG Jie, HAN Wei

(P. O. Box 003, Nanjing 211101, P. R. China)

**Abstract:** The troposphere and ocean mixed layer were considered as two components of a dynamic system operated by solar radiation as the constant source of energy, where upon an air-sea coupling self-excited coupling oscillation model was based with the aid of a locally averaged thermodynamic climate model, resulting mathematically in a closed self-governed dynamic system, a so-called El Niño-Southern Oscillation(ENSO) system. With the limit cycle solution of the system. It is shown that the essential physics of the coupled system can be described by the ENSO system. Compared with the observations, the theoretical limit cycle orbit matches the observed phase loop qualitatively. The ENSO system provides a useful theoretical framework for study of interannual variation of the tropical climate system.

**Key words:** ENSO; limit cycle; self-excited oscillation