

文章编号: 1000_0887(2006)05_0547_08

c 应用数学和力学编委会, ISSN 1000_0887

等通量壁多孔饱和圆管中粘性耗散对热发展强迫对流的影响*

K·霍曼¹, A·鲍尔夏海², A·伊吉拉里³

(1. 波斯湾大学 布什尔工程学院 机械工程系, 布什尔, 伊朗;

2. 德里兰大学 工程学院 机械工程系, 德里兰, 伊朗;

3. 皮措帕斯 法律与合同公司, 德里兰, 伊朗)

(周哲玮推荐)

摘要: 基于 Brinkman 流动模型, 研究了等通量壁多孔饱和圆管中粘性耗散对强迫对流的影响。在热发展区域, 进行了数值研究; 在充分发展区域, 进行了摄动分析并求得温度分布的表达式和 Nusselt 数。在发展区域, 利用数值解得到的充分发展 Nusselt 数与渐近分析结果进行了比较, 吻合很好。

关 键 词: 强迫对流; 粘性耗散; Brinkman 模型; Darcy 数; Nusselt 数

中图分类号: O357.3 文献标识码: A

符 号

Br	Brinkman 数, 由方程(14) 定义	T_w	壁温
c_p	等压比热容	u	μ_u^* / GR^2
Da	Darcy 数, K/R^2	u^*	过滤速度
G	作用的压力梯度	\hat{u}	u^* / U
k	传热系数	U	平均速度
K	渗透率	x^*	轴向坐标
M	μ_{eff}/μ	x	x^* / PeR
Nu	Nusselt 数, 由方程(11) 定义	r^*	径向坐标
Pe	Peclet 数, 由方程(3) 定义	r	r^* / R
q''	壁热通量	θ	无量纲发展温度 $k(T^* - T_{\infty})/q''R$
R	管道半径	θ	无量纲充分发展温度 $(T^* - T_w)/(T_m - T_w)$
s	$(MDa)^{-1/2}$	μ	流体粘度
T^*	温度	μ_{eff}	Brinkman 项中的有效粘度
T_{∞}	入口流体温度	ρ	流体密度
T_m	体平均温度	脚标 i, j	分别表示流向和横向的量

* 收稿日期: 2005_02_22; 修订日期: 2005_08_18

作者简介: K·霍曼, 讲师(联系人, Tel/Fax: + 98_77_4540376; E-mail: Hooman@ pgu. ac. ir).

本文原文为英文, 由吴承平译, 张禄坤校。

引言

由于高多孔介质在工程中使用日益广泛, 多孔饱和管道中的强迫对流问题最近又受到关注。Nield 和 Bejan 在文献[1]中, 列出了 30 篇以上的参考文献, 但都不包含热发展情况下粘性耗散的作用问题。Nield 等人^[2~4], Kuznetsov 等人^[5], Mahmud 和 Fraser^[6] 以及 Ranjbar_Kani 和 Hooman^[7] 利用 Brinkman 流动模型; Hooman 和 Gorji_Bandpy^[8, 9] 利用 Darcy 流动模型, 分别对平行板管道和圆管的研究工作, 部分填补了这一空白。Nield 等人^[10] 对两平行板间的充分发展流动, 提供了封闭形式解, 同时文献[2] 对恒温平行平板间的热发展强迫对流进行了研究。Kuznetsov 等人^[5] 通过改变圆管几何性质拓展了他们在文献[2] 中的工作。

Brinkman 流动模型下多孔饱和管道中的强迫对流, 是一个非常复杂的问题, 甚至在可以忽略粘性耗散的情况下, 问题的解析解仍很难得到。为绕过这一问题的解析解, 文献[11] 在充分发展区域给出了问题的渐近解和数值解。Ranjbar_Kani 和 Hooman^[7] 利用文献[11] 的结果, 对恒温壁圆管中流动的热发展, 加入了粘性耗散的作用。Mahmud 和 Fraser^[6, 12] 关于平行板管道流的研究, 是令人感兴趣的两项工作。文献[6] 分析研究了多孔体内的强迫对流, 而文献[12] 给出了热发展区域的数值解和充分发展情况的解析解。后者关于熵产生的很好的讨论和热传导及按照 Bejan 数流体流动不可逆性的讨论也非常有意义。

上述文章除了文献[10]都在恒温壁情况下讨论, 并考虑了等通量壁条件。本文将讨论等通量壁圆管中, 考虑粘性耗散作用的流动的热发展情况问题。因为文献[10]已经说明, 在等通量壁条件下流动功对温度场没有影响, 所以本文不包括流动功的作用。类似于文献[2] 和文献[5]、文献[6] 及文献[12]、文献[13], 我们的分析仅考虑 Darcy 耗散项, 忽略了 Al_Hadrami 等人^[14] 和 Nield^[15] 建议的其它项, 得到了解析解。与 Nield 等人^[2] 提出的 Darcy 项相比, 我们的解有一个附加项 $O(Da)$ 。我们关于多孔介质形状因子的结果, 类似于文献[16]。Brinkman 流动模型于 1947 年提出(参考文献[1]的引证), 没考虑惯性效应, 但 Darcy_Brinkman_Forchheimer 模型考虑了惯性的影响。显然, Brinkman 流动模型可以说是多孔介质热交换过程的完整的数学模型。该模型包括热传导过程的能量方程和流体运动的连续性方程。在某些特殊情况下, 该模型可以分解出这两类方程。在一定条件下, 应用该模型是完全有效的(详见文献[17])。

对不含固体材料的流体, 该问题早期的工作, 请参见文献[18]。

1 分析

1.1 基本方程

对充分发展的定常流动情况, 我们考虑在具有不渗透性管壁的管道内, $r^* = R$ 处 x^* 方向的单向流动, 见图 1。

管壁热通量保持为常数 q'' 。Brinkman 动量方程为

$$\mu_{\text{eff}} \left(\frac{d^2 u^*}{dr^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{du^*}{dr^*} \right) - \frac{\mu}{K} u^* + G = 0, \quad (1)$$

其中 μ_{eff} 为有效粘度, μ 为流体粘度, K 为渗透率, G 为负向作用压力梯度。定义无量纲变量

$$x = \frac{x^*}{PeR}, \quad r = \frac{r^*}{R}, \quad u = \frac{\mu u^*}{GR^2}, \quad (2)$$

其中 Pelet 数 Pe 定义为

$$Pe = \frac{\rho c_p R U}{k} \quad (3)$$

则方程(1)的无量纲形式为

$$M \left(\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} \right) - \frac{u}{Da} + 1 = 0 \quad (4)$$

粘度比 M 和 Darcy 数 Da 定义为

$$M = \frac{\mu_{eff}}{\mu}, \quad Da = \frac{K}{R^2} \quad (5)$$

方程(4)变为

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - s^2 u + \frac{1}{M} = 0, \quad (6)$$

其中形状因子 s 为

$$s = \left(\frac{1}{MDa} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

在无滑移边界条件 $u = 0, r = 1$ 和对称条件 $du/dr = 0, r = 0$ 下求解方程(6)• 平均速度 U 和体平均温度 T_m 为

$$U = \frac{2}{R^2} \int_0^R u^* r^* dr^*, \quad T_m = \frac{2}{R^2 U} \int_0^R u^* T^* r^* dr^*. \quad (8a, b)$$

再定义无量纲量

$$\hat{u} = \frac{u^*}{U}, \quad \theta = k \frac{T^* - T_{IN}}{q'' R}, \quad \Theta = \frac{T^* - T_w}{T_m - T_w}. \quad (9)$$

特别地, 由具有上述边界条件的方程(6)、(8a)和(9), 文献[11]得到的结果表明

$$\hat{u} = 2(1 - r^2) \left[1 + \frac{\epsilon}{24} (3r^2 - 1) \right] \quad (\epsilon = \frac{s^2}{2} \ll 1), \quad (10a)$$

$$\hat{u} = \left(1 + \frac{2}{s} \right) \left(1 - \frac{e^{-s(1-r)}}{\sqrt{r}} \right) \quad (\text{当 } s \gg 1). \quad (10b)$$

Nusselt 数 Nu 为

$$Nu = \frac{2Rq''}{k(T_w - T_m)}. \quad (11)$$

假定是局部热平衡和均质同性的• 不含热源项、轴向对流和热耗散的定常热能方程为

$$\rho c_p u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{k}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\mu u^{*2}}{K}, \quad (12)$$

其末项为粘性耗散项• 上式的无量纲形式为

$$\hat{u} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + Br \hat{u}^2, \quad (13)$$

其中 Br 为 Brinkman 数, 由下式定义

$$Br = \frac{\mu U^2 R}{q'' K}, \quad (14)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial r}(x, 0) = 0, \quad \theta(x, 1) = 0 \text{ (横向)}, \\ \theta(0, r) = 1 \text{ (顺向: 入口)}. \end{cases} \quad (15a, b)$$

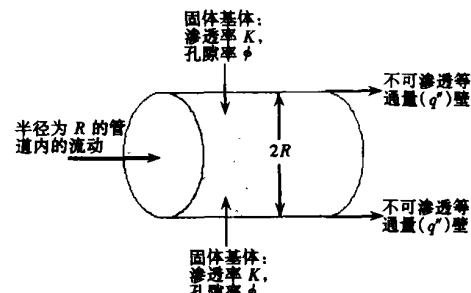


图 1 计算示意图

方程(4)变为

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - s^2 u + \frac{1}{M} = 0, \quad (6)$$

其中形状因子 s 为

$$s = \left(\frac{1}{MDa} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

在无滑移边界条件 $u = 0, r = 1$ 和对称条件 $du/dr = 0, r = 0$ 下求解方程(6)• 平均速度 U 和体平均温度 T_m 为

$$U = \frac{2}{R^2} \int_0^R u^* r^* dr^*, \quad T_m = \frac{2}{R^2 U} \int_0^R u^* T^* r^* dr^*. \quad (8a, b)$$

再定义无量纲量

$$\hat{u} = \frac{u^*}{U}, \quad \theta = k \frac{T^* - T_{IN}}{q'' R}, \quad \Theta = \frac{T^* - T_w}{T_m - T_w}. \quad (9)$$

特别地, 由具有上述边界条件的方程(6)、(8a)和(9), 文献[11]得到的结果表明

$$\hat{u} = 2(1 - r^2) \left[1 + \frac{\epsilon}{24} (3r^2 - 1) \right] \quad (\epsilon = \frac{s^2}{2} \ll 1), \quad (10a)$$

$$\hat{u} = \left(1 + \frac{2}{s} \right) \left(1 - \frac{e^{-s(1-r)}}{\sqrt{r}} \right) \quad (\text{当 } s \gg 1). \quad (10b)$$

Nusselt 数 Nu 为

$$Nu = \frac{2Rq''}{k(T_w - T_m)}. \quad (11)$$

假定是局部热平衡和均质同性的• 不含热源项、轴向对流和热耗散的定常热能方程为

$$\rho c_p u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{k}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\mu u^{*2}}{K}, \quad (12)$$

其末项为粘性耗散项• 上式的无量纲形式为

$$\hat{u} \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + Br \hat{u}^2, \quad (13)$$

其中 Br 为 Brinkman 数, 由下式定义

$$Br = \frac{\mu U^2 R}{q'' K}, \quad (14)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial r}(x, 0) = 0, \quad \theta(x, 1) = 0 \text{ (横向)}, \\ \theta(0, r) = 1 \text{ (顺向: 入口)}. \end{cases} \quad (15a, b)$$

2 解的步骤

2.1 热传入区域

现在的问题是在边界条件(15a, b)下解方程(13)。为此,我们利用文献[7]给出的速度分布的数值解,得出能量方程^[18]为

$$\theta_{i+1,j} = \frac{\Delta x}{\hat{u}_j} \left(\frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{(\Delta r)^2} + \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j-1}}{2r_j \Delta r} + Br \hat{u}_j^2 \right) + \theta_{i,j}, \quad (16)$$

边界条件为

$$\theta_{1,j} = 0, \quad \theta_{i,j_{\max}} = \theta_{i,j_{\max-1}} - \Delta r, \quad \theta_{i,1} = \theta_{i,2}, \quad (17a, b, c)$$

其中 $i = 1, j = 1$ 和 $j = j_{\max}$ 在计算域中分别表示 $x^* = 0, r^* = 0$ (管道中面)和 $r^* = R$ (管道壁面)。在边界条件(17a, b, c)下解此方程,得到局部温度分布。数值格式的具体应用请参见文献[7],此不赘述。

可以求得无量纲体积温度为

$$\theta_m(x) = 2 \int_0^1 \hat{u}(r) \theta(x, r) r dr. \quad (18)$$

局部Nusselt数为

$$Nu(x) = \frac{2}{\theta_{\text{wall}}(x) - \theta_m(x)}. \quad (19)$$

发展的Nusselt数表示为 $Nu(x)$,充分发展的Nusselt数表示为 Nu 。

2.2 充分发展区域

我们重写了充分发展区域的能量方程,利用热力学第一定律有

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} = \frac{Nu}{2} (-Br\varphi - 2\hat{u}(1 - Br\langle\varphi\rangle)), \quad (20)$$

和 $\langle\varphi\rangle = \int_0^1 \varphi r dr = \int_0^1 \hat{u}^2 r dr.$ (21)

方程(20)可在如下边界条件下求解

$$\theta(1) = 0, \quad \frac{d\theta}{dr}(0) = 0. \quad (22a, b)$$

最后通过相容性条件和如下积分得到Nusselt数值

$$\int_0^1 \theta \hat{u} r dr = 0.5. \quad (23)$$

要得到结果,我们还要分别考虑小的形状因子和大的形状因子 s 的情况。

2.2.1 小形状因子

当 $s \ll 1$ 时, s 称为小参数,我们利用正则渐近展开求得了温度分布,略去详细的数学推导,得

$$\frac{\theta}{Nu} = \frac{Br}{2} \left(\frac{r^6}{9} - \frac{r^4}{2} + r^2 - \frac{11}{18} + \frac{s^2}{6} \left(\frac{3r^8}{64} - \frac{7r^6}{36} + \frac{5r^4}{16} - \frac{r^2}{4} + \frac{49}{576} \right) \right) + (1 - Br\langle\varphi\rangle) \left(\frac{r^4 - 4r^2 + 3}{8} + \frac{s^2}{288} (r^6 - 3r^4 + 3r^2 - 1) \right), \quad (24)$$

基于文献[7]给出的速度剖面又有

$$\langle\varphi\rangle = \frac{2}{3} - \frac{\varepsilon}{72}. \quad (25)$$

因此,Nusselt数为

$$Nu = \frac{48/11}{1 + 0.09696Br - (s^2/1000)(12.12 + 3.67Br)}, \quad (26)$$

对每一小的 $s(s \rightarrow 0)$ 值,解趋于纯净流动,当忽略粘性耗散时,充分发展 Nusslet 数 Nu 趋于 $48/11$ 。

2.2.2 大形状因子

当 $s \gg 1$ 时, $1/s$ 是小参数, 求得温度分布为

$$\frac{\theta}{Nu} = \frac{(1-r^2)}{4} \left[(1+Br\langle\varphi\rangle) \left(1 + \frac{2}{s} \right) - \frac{Br}{2} \left(1 + \frac{4}{s} \right) \right], \quad (27)$$

其中 $\langle\varphi\rangle$ 求得为

$$\langle\varphi\rangle = \frac{1+4/s}{2}. \quad (28)$$

并得到 Nusselt 数为

$$Nu = \frac{8}{1 + (4 + Br)/s}. \quad (29)$$

方程(31) 表明, 1 阶近似的 Nusselt 数并不依赖于 Br • 这与 Nield 等人^[10] 在小 Darcy 数时得到的结果完全一致• 文献[10]说明, 这些 Darcy 数和 Nusselt 数通常不依赖于 Br (类似的粘性耗散模型)• 检查大 s 值时我们的解, 发现就是 $M = 0$ 时的已知解析解• 说明对于大的 s 值 ($s \rightarrow \infty$), 二者是等价的, 速度趋于块体速度, 即 $u^* \rightarrow KG/\mu$ 或 $u \rightarrow 1$, 并且在忽略粘性耗散时 $Nu \rightarrow 8$ • 显然, 这一结果与 Nield 和 Bejan^[1] 的 Darcy 流动模型的结果完全吻合•

3 结果和讨论

3.1 热传入区域

在此问题中, 有一个变化的大参数并且计算十分耗时• 我们能够通过流域计算温度场, 但为简便计, 我们仅计算 Nusselt 数值•

首先我们考虑粘性耗散可以忽略的情况• 局部 Nusselt 数的结果见图 2• 图 2 示出了对不同的 s 值, 发展的 Nusselt 数随 x 的变化曲线• 当 $s = 0$ 时, 解趋于经典 Graetz 问题, 充分发展 Nusselt 数趋于 $48/11$ • 另一方面, 当 s 值比较大时, 又近似于 Darcy 流动情况• 可以看出, 当 $s = 100$ 时, 充分发展 Nusselt 数趋近于 $Nu = 8$ • 显然, Nusselt 数随着 s 的减小而减小•

现在我们转向粘性耗散影响的研究• 图 3 示出了当 $s = 100$ 时, 对不同 Br 值, 粘性耗散对发展的 Nusselt 数的影响• 图 4 显示当 $s = 0.1$ 时, 对不同 Br 值, 发展 Nusselt 数随 x 的变化情况• 可以得到如下结论: 在管道入口处, Nusselt 数从最大值单调递减到与 Brinkman 数有关的充分发展值; 相反在恒温边界条件时, Nusselt 数是通过最小值达到与 Brinkman 数无关的充分发展值• 对恒温壁的管道, 管壁热通量顺流衰减使粘性耗散变为仅是能源, 而充分发展 Nusselt 数变得与 Brinkman 数无关(参见文献[7], 文献[5], 文献[2])• 因此, 对于我们研究的情况(等通量壁), 粘性耗散产生的热和壁的热通量始终存在, 以致可以说是这二者一起影响了充分发展 Nusselt 数• 这一结论也可以从 Nield 等人^[10] 和 Kaka,, 等人^[19] 的结果得出•

3.2 充分发展区域

从 2.2 节得到的渐近结果可以看出, 充分发展 Nusselt 数取决于 Brinkman 数• 我们的结果与纯净流动问题性质相似, 并且 Nusselt 数也表现出类似的发展趋势, 所不同的是耗散项的形式, 即如果采用与 Nield 等人^[10] 相同的模型, 我们的结果就可以和 Kaka,, 等人^[19] 的纯净流结果

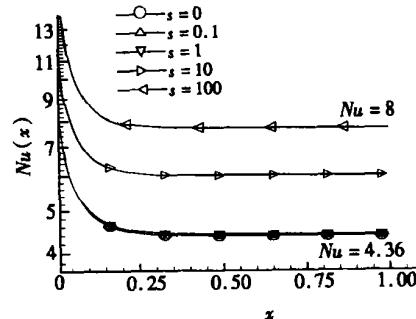


图 2 不同 s 值时, 发展 Nusselt 数值随 x 的变化 ($Br = 0$)

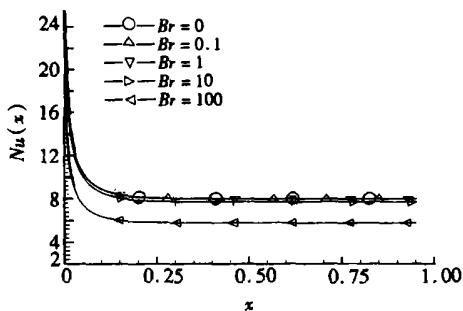


图3 不同 Br 值时, 粘性耗散对发展 Nusselt 数的影响 ($s = 100$)

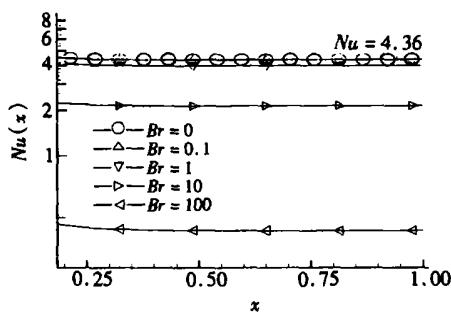


图4 不同 Br 值时, 粘性耗散对发展 Nusselt 数的影响 ($s = 0.1$)

相比较, 对不同 Br 数, 图5示出了充分发展 Nusselt 数随小 s 值的变化, 图6示出了充分发展 Nusselt 数随大 s 值的变化。在 $Br = 0$ 的极限情况, 大 s ($s \rightarrow \infty$) 和小 s ($s \rightarrow 0$) 的结果与文献中的相应结果完全吻合。为得到图5和图6, 我们利用了充分发展区域的渐近解, 当然也可以利用我们的数值解。

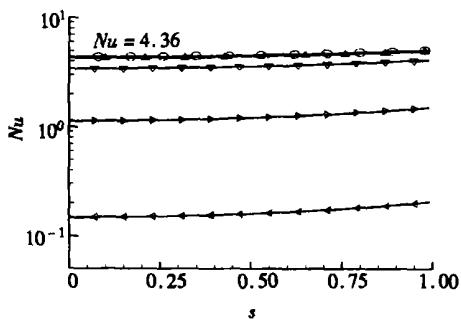


图5 不同 Br 值时, 充分发展 Nusselt 数随小 s 值的变化(图例同图3)

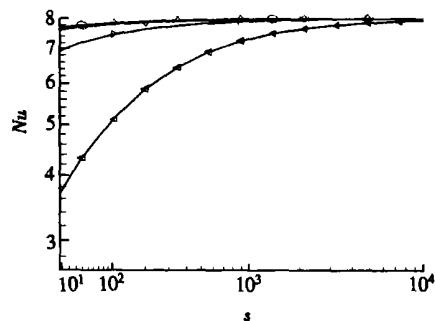


图6 不同 Br 值时, 充分发展 Nusselt 数随大 s 值的变化(图例同图3)

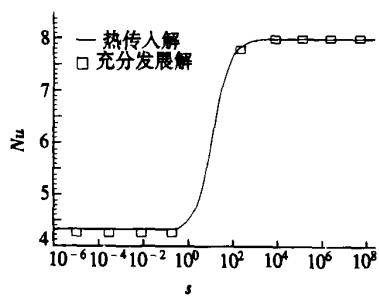


图7 两种方法得到的充分发展 Nusselt 数随 s 的变化 ($Br = 0.1$)

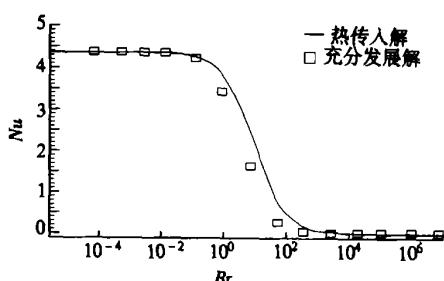


图8 两种方法得到的充分发展 Nusselt 数随 Br 的变化 ($s = 0.1$)

图7、图8是充分发展区域中, 本文数值解与渐近解结果的比较。可以看出, 在误差的有限范围内, 两种方法得到的充分发展 Nusselt 数吻合很好, 数值解略微小于渐近解。还可看出, Nusselt 数与数值解一样, 都随 s 和 Br 值单调变化。

4 结 论

在等通量壁多孔饱和圆管的热传入区域, 对温度场进行了数值模拟并求得 Nusselt 数。所得结果与公开发表的文献进行了比较, 吻合程度非常好。研究了 Brinkman 数和 Darcy 数(或形状因子)对热发展的影响。求得了充分发展区域中分别取大形状因子和小形状因子时的解析解。从本文工作可得如下结论:

- 热传入长度与 Brinkman 数几乎无关, 在同一时间对同一 Brinkman 数, 热传入长度较恒温壁情况更短。
- 充分发展 Nusselt 数取决于 Brinkman 数, 即随着 Brinkman 数的增大, 充分发展 Nusselt 数减小, 当取小形状因子时这一影响更大, 而取大形状因子时 Nusselt 数与 Brinkman 数几乎无关。
- 当 Brinkman 数大于 100 时, 小形状因子时的 Nusselt 数趋于 0。这一事实告诉我们, Brinkman 数为 100 可以作为一个门槛值, 从而很容易使 Nusselt 数为 0, 而不必求解热传入方程。
- Nusselt 数对形状因子很敏感, 即随形状因子值的减小, 充分发展 Nusselt 数减小。

感谢 本文第一作者非常感谢波斯湾大学的支持和帮助。我们十分感谢应用数学和力学英文版编辑部联系编辑沈美芳教授, 关于应在引言中提醒读者注意 Brinkman 流动模型的局限性。

[参 考 文 献]

- [1] Nield D A, Bejan A. Convection in Porous Media [M]. 2nd Ed. New York : Springer, 1999.
- [2] Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Thermally developing forced convection in a porous medium: parallel plate channel with walls at constant temperature, with longitudinal conduction and viscous dissipation effects[J]. Internat J Heat Mass Tran sfer , 2003, **46**: 643—651.
- [3] Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Thermally developing forced convection in a porous medium: parallel plate channel or circular tube with walls at constant heat flux[J]. J Porous Media , 2003, **6**: 203—212.
- [4] Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Thermally developing forced convection in a porous medium: parallel plate channel or circular tube with walls at constant temperature[J]. J Porous Media , 2004, **7**: 19—27.
- [5] Kuznetsov A V, Xiong M, Nield D A. Thermally developing forced convection in a porous medium: circular tube with walls at constant temperature, with longitudinal conduction and viscous dissipation effects[J]. Trans Porous Media , 2003, **53**: 331—345.
- [6] Mahmud S, Fraser R A. Flow and heat transfer inside porous stack: steady state problem[J]. Internat Comm Heat Mass Transfer , 2004, **31**(7) : 951—962.
- [7] Ranjbar_Kani A A, Hooman K. Viscous dissipation effects on thermally developing forced convection in a porous medium: circular duct with isothermal wall[J]. Internat Comm Heat Mass Tran sfer , 2004, **31**(6) : 897—907.
- [8] Hooman K, Gorji_Bandpy M. Laminar heat transfer to a highly viscous fluid flow in entrance region of a porous saturated circular tube with uniform wall temperature[J]. IUST_Internat J Eng Sci , 2004, **15**(3): 61—66.
- [9] Hooman K, Gorji_Bandpy M. Effects of viscous dissipation on forced convection in a porous saturated duct with a uniform wall temperature[J]. Heat Tran sfer Research , 2004, **35**(7/8) : 588—597.
- [10] Nield D A, Kuznetsov A V, Xiong M. Effects of viscous dissipation and flow work on forced convee-

- tion in a channel filled by a saturated porous medium[J]. Trans Porous Media, 2004, **56**: 351—367.
- [11] Hooman K, Ranjbar-Kani A A. Forced convection in a fluid-saturated porous-medium tube with isoflux wall[J]. Internat Comm Heat Mass Transfer, 2003, **30**: 1015—1026.
- [12] Mahmud S, Fraser R A. Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation[J]. Internat J Thermal Science, 2005, **44**: 21—32.
- [13] Bejan A. Convection Heat Transfer [M]. New York : Wiley, 1984.
- [14] Al_Hadrami A K, Elliott L, Ingham D B. A new model for viscous dissipation in porous media across a range of permeability values[J]. Trans Porous Media, 2003, **53**: 117—122.
- [15] Nield D A. Resolution of a paradox involving viscous dissipation and nonlinear drag in a porous medium[J]. Trans Porous Media, 2000, **41**: 349—357.
- [16] Kaviany M. Laminar flow through a porous channel bounded by isothermal parallel plates[J]. Internat J Heat Mass Transfer, 1985, **28**: 851—858.
- [17] Nield D A. Modelling fluid flow in saturated porous media and at interfaces[A]. In: Ingham D B, Pop I Eds. Transport Phenomena in Porous Media II [C]. Oxford : Elsevier Science, 2002.
- [18] Shah R K, London A L. Laminar Flow Forced Convection in Ducts (Advances in Heat Transfer) [M]. New York : Academic Press, 1978.
- [19] Kakac S, Shah R K, Aung W. Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer [M]. New York Wiley, 1987.

Effects of Viscous Dissipation on Thermally Developing Forced Convection in a Porous Saturated Circular Tube With an Isoflux Wall

K. Hooman¹, A. Pourshaghaghy², A. Ejlali³

(1. Mechanical Engineering Department, Bushehr Engineering Faculty,

Persian Gulf University, Bushehr, Iran;

2. Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering,

University of Tehran, Tehran, Iran;

3. Legal and Contracts, Petropars Co., Tehran, Iran)

Abstract: The viscous dissipation effect on forced convection in a porous saturated circular tube with an isoflux wall is investigated on the basis of the Brinkman flow model. For the thermally developing region, a numerical study was reported while a perturbation analysis was presented to find expressions for the temperature profile and the Nusselt number for the fully developed region. The fully developed Nusselt number found by numerical solution for the developing region was compared with that of asymptotic analysis and a good degree of agreement is observed.

Key words: forced convection; viscous dissipation; Brinkman model; Darcy number; Nusselt number