

文章编号: 1000-0887(2004) 06-0551-07

基于非线性混沌时序动力系统的 预测方法研究

马军海^{1,3}, 陈予恕², 辛宝贵³

(1. 天津大学 管理学院, 天津 300072;

2. 天津大学 力学系, 天津 300072;

3. 天津财经大学, 天津 300222)

(我刊编委陈予恕来稿)

摘要: 主要研究由混沌时序所确定的非线性动力系统的预测方法。研究了非线性自相关混沌模型的结构, 模型阶数的确立技术。将神经网络和小波理论相结合, 研究了小波变换神经网络的结构, 给出了小波神经网络的学习方法; 提出了一种新的基于小波网络的参数辨识方法。该方法可以有选择地提取时序中的不同的时间、频率尺度, 实现原时序的趋势或细节预测。通过对混沌时序进行预处理, 并比较预处理后的预测结果, 得到了一些有益的结果: 用非线性自相关混沌模型采用小波网络对模型参数进行辨识, 其辨识的准确程度较高, 用该模型对混沌时序(包括含有噪声)的预测比较有效。

关键词: 非线性自相关混沌模型; 小波神经网络; 参数识别; 时序预测

中图分类号: O175.14; O241.81 **文献标识码:** A

引 言

最近十几年里建立在混沌理论基础之上的动力系统的相空间重构理论, 对混沌时序的建模、预测和宏观调控, 取得了良好的效果。在混沌时序建模及预测技术的研究过程中, 国内外学者做了大量的卓有成效的研究工作, 提出了很多有价值的可应用的模型和建模方法^[1~12], 史忠植等人用神经网络理论对非线性时序开展了研究, 取得了一定的成果; Liang Yue_cao^[11], Zhang Qing_hua^[2]等人用小波理论对非线性时序开展了研究, 也取得了一些成果; E. Castillo, J.M. Gutierrez^[3], Kevin Judd 和 Alistair^[4], Christian G. Schroer^[5]等人分别对混沌时序的建模及预测开展了卓有成效的研究。而采用哪种具体的非线性模型或方法应根据具体的背景分析结果进行。

小波分析理论是最近几十年才建立起来的理论, 它们特别适合于处理非线性混沌现象

收稿日期: 2002_04_09; 修订日期: 2003_12_23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70271071, 19990510)

作者简介: 马军海(1965), 男, 山东青岛人, 教授, 博士, 博士生导师, 已在国内外核心期刊发表论文 30 余篇, 主要研究方向: 复杂非线性动力系统、复杂混沌时序重构及其工程应用(联系人。

Tel: + 86_22_81593670; E_mail: lzqsl@126.com);

陈予恕(1931), 男, 山东肥城人, 教授、博士生导师, 俄罗斯应用科学院外籍院士

小波分析是一种很好的时频分析工具, 无论是时域还是频域, 它都能给出信号良好的局部表示, 非常适合于对信号进行分析和特征提取. 采用非线性自相关混沌模型^[6], 用小波网络来辨识模型中的参数, 这正适合于复杂混沌数据含有噪声或数据呈现混沌特征的情形, 研究表明, 用线性自相关混沌模型对混沌时序的预测相对有效.

1 非线性自相关混沌模型的结构

假设 $y_i (i = 1, 2, 3, \dots, N)$ 是我们所得到的时间序列, 经相位随机化方法^[10, 12, 13] 检验其是混沌时间序列

$$x_n = G[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_{n-M}] + k_n, \quad (1)$$

这里, G 是非线性函数, M 是最佳嵌入维数. 建立如下非线性自相关混沌模型:

$$x_n = \sum_{m=0}^M P_m(n) + k_n, \quad (2)$$

$P_0(n) = 1$, $m > 0$ 时 $P_m(n) = x_{n-i_{m_1}} x_{n-i_{m_2}} \dots x_{n-i_{m_j}}$, $\{i_{m_j}\}$ 是确定的整数

(2) 式中的模型阶数为 $\max_m \{i_{m_j}\}$

下面采用快速正交算法和小波网络来计算模型(2)中的参数, 取

$$x_n = \sum_{m=0}^M g_m W_m(n) + k_n, \quad (3)$$

这里 $W_m(n)$ 为重构 P_m 正交函数, 且 $W_0(n) = 1$, $g_0 = x$, 正交扩展系数 g_m 由目标函数(4)式确定:

$$J = \sum_{n=0}^N \left(x_n - \sum_{m=0}^M g_m W_m(n) \right)^2 \quad (4)$$

取

$$W_m(n) = P_m(n) - \sum_{r=0}^{m-1} g_r W_r(n), \quad (5)$$

这里

$$g_m = \frac{\sum_{n=0}^N P_m(n)}{\sum_{n=0}^N (W_r(n))^2}, \quad g_m = \frac{\sum_{n=0}^N y_n W_m(n)}{\sum_{n=0}^N (W_m(n))^2} \quad (6)$$

$$g_m = \sum_{i=m}^M g_i V_i, \quad V_m = 1, \quad V_i = -\sum_{r=m}^{i-1} g_r V_r \quad (i = m+1, m+2, \dots, M) \quad (7)$$

取

$$Q(m) = \sum_{n=0}^N g_m^2 W_m^2(n), \quad (8)$$

模型的阶由(9)式确定:

$$\left[Q(M) \setminus \left[\sum_{n=0}^N y_n^2 - \sum_{m=0}^{M-1} g_m^2 D(m, m) \right] \right]^{1/2} > \frac{2}{\sqrt{N}} \quad (9)$$

(4) 式中,

$$J = \sum_{n=0}^N \left(x_n - \sum_{m=0}^M g_m W_m(n) \right)^2 = f(1, 0, 2, 0, 2, 1, \dots, m, m-1, \dots, M, M-1) \quad (10)$$

采用小波神经网络对模型中的参数 $g_{m, m-1}$, $m = 1, 2, \dots, M$ 进行辨识工作, 其基本思路如下

2 小波神经网络的结构

设函数 $\varphi(w)$ 满足容许性条件:

$$\int_{\mathbf{R}} |\varphi(w)|^2 dw < \infty$$

那么可数集合 $\left\{ \sqrt{a_k} (a_k x - b_k) : a_k \in \mathbf{R}_+, b_k \in \mathbf{R}, k \in \mathbf{Z} \right\}$ 满足框架性质, 即存在两个常数 $A > 0$ 和 $B < \infty$, 使得对任意的 $f \in L^2(\mathbf{R})$, 可得:

$$A \|f\|^2 \leq \sum_k | \langle f, \sqrt{a_k} (a_k x - b_k) \rangle |^2 \leq B \|f\|^2 \quad (11)$$

这表明框架 $\left\{ \sqrt{a_k} (a_k x - b_k) \right\}$ 在 $L^2(\mathbf{R})$ 中是稠密的, 即框架 $\left\{ \sqrt{a_k} (a_k x - b_k) \right\}$ 中元素的所有线性组合的集合

$$g(x) = \sum_{i=1}^L w_i \sqrt{a_i} (a_i x - b_i) = \sum_{i=1}^L w_i [D_i(t - t_i)] + g, \quad (12)$$

其中 t_i 是一平移向量, a_i 为任意的伸缩参数, b_i 为任意的平移参数, D_i 是对角矩阵 $D_i = \text{diag}(d_i)$, g 为函数 $g(x)$ 的均值的估计值. (12) 式称为小波网络. 这里 L 的值取为最佳嵌入维数, 小波函数 w 是几个墨西哥草帽的乘积:

$$w(s) = (1 - s^2)^2 e^{-s^2/2}, \quad (13)$$

在小波网络中, 见图 1, w_i, a_i, b_i 均为可调参数. 这使得网络学习非线性函数较为灵活, 可以满足较高的逼近精度要求.

经计算混沌时间序列 $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$ 的最佳嵌入维数为 m , 并取 (12) 式中的 $L = m$, 令: $a = \min\{x(i), 1 \mid i = 1, \dots, N\}$, $b = \max\{x(i), 1 \mid i = 1, \dots, N\}$, $g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i)$, 则我们选择小波函数 w 为:

$$\varphi(x) = w(x_1) w(x_2) \dots w(x_m) \quad (14)$$

当 $m = 2$ 时,

$$\begin{cases} t_1(1) = t_1(2) = (b + a)/2, d_1(1) = d_1(2) = 2/(b - a), \\ \mathbf{D}_1 = \text{diag}[d_1(1), d_1(2)], d_2(1) = d_2(2) = 2^2/(b - a), \\ \mathbf{D}_2 = \text{diag}[d_2(1), d_2(2)], \\ d_3(1) = d_3(2) = 2^3/(b - a), \mathbf{D}_3 = \text{diag}[d_3(1), d_3(2)] \end{cases} \quad (15)$$

3 小波神经网络学习算法

设有 M 个学习样本对 $\left\{ (x_m, y_m) : y_m = f(x_m), m = 1, 2, \dots, M \right\}$, 记 \mathbf{p} 为所有参数 w_i, a_i 及 $b_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 组成的参数向量, $g(x)$ 为网络 (12) 中的表达式, 网络目标函数为:

$$E(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (g(x_m) - y_m)^2 \quad (16)$$

用梯度下降算法极小化上述目标函数可得到最优参数 \mathbf{p}^* , 其迭代过程为:

$$\mathbf{p}(k+1) = \mathbf{p}(k) - \eta \nabla E(\mathbf{p}(k)), \quad (17)$$

其中 $\eta > 0$ 为学习步长, $\nabla E(\mathbf{p})$ 是目标函数 $E(\mathbf{p})$ 关于参数 \mathbf{p} 的梯度, 即

$$\nabla E(\mathbf{p}) = \left(\frac{\partial}{\partial w_i} (g(x_m) - y_m), \dots, \frac{\partial}{\partial a_i} (g(x_m) - y_m), \dots, \frac{\partial}{\partial b_i} (g(x_m) - y_m) \right) \quad (18)$$

为了提高收敛速度, 可以选择较优的学习步长. 仿真实验表明小波神经网络较之传统的前馈

神经网络的逼近精度有较大的提高

4 数据预处理

采用本文的非线性自相关混沌模型对动态数据进行建模,然后采用小波神经网络对模型中的参数进行辨析工作,辨析工作前先对数据进行预处理:

$$x_i = \frac{x_i - x}{N} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N)$$

5 计算结果

取 Henon 映射和在天津大学非线性机械振动模型上得到的两组实验数据,对本文的算法进行验证,根据文献[10, 13]的判断,两组实验数据均为混沌数据 表1及表2为用本文算法及小波算法对 Henon 映射的模型系数计算值的比较

表1 对 Henon 映射的模型系数值及用两种方法对其参数估计值的比较

模型项	y_{n-1}	y_{n-1}^2	y_{n-2}	y_{n-2}^2	y_{n-3}	y_{n-3}^2	y_{n-4}
模型系数	3.168	-1.000	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000
本文算法	3.168	-1.000	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000
小波算法	3.168	-1.000	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000

表2 对 Henon 映射(加入 2% 的白噪声)的模型系数值及用两种方法对其参数估计值的比较

模型项	y_{n-1}	y_{n-1}^2	y_{n-2}	y_{n-2}^2	y_{n-3}	y_{n-3}^2	y_{n-4}
模型系数	3.168	-1.000	0.300	0.000	0.000	0.000	0.000
本文算法	2.869	-0.953	0.293	0.000	0.000	0.000	0.000
小波算法	2.975	-0.980	0.294	0.001	0.000	0.000	0.000

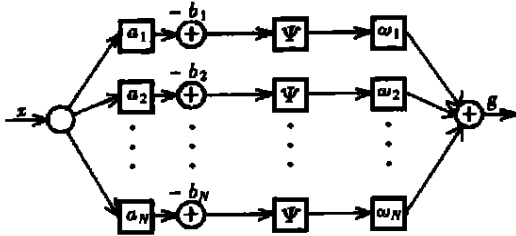


图1 小波神经网络结构

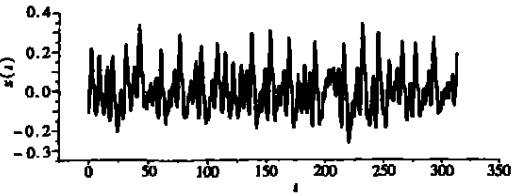


图2 第一组混沌实验数据的时间历程图

第一组混沌实验数据的时间历程图如图2,相图如图3

第二组混沌实验数据的时间历程图如图4, x_y 相图如图5, x_z 相图如图6, y_z 相图如图7, x_{y_z} 相图如图8 根据(9)式的计算结果,上述实验数据的最佳嵌入维数均为5,所以可以取方程(2)的阶数为5

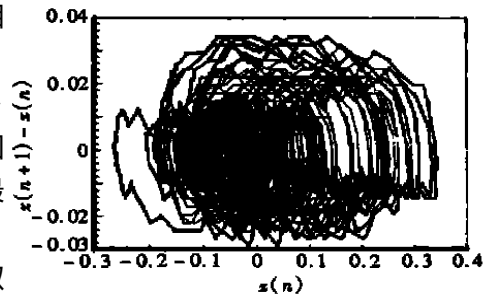


图3 第一组混沌实验数据的相图

对实验数据,取样本点60点,采用方程(2),取模型的阶数为5,采用小波神经网络计算模型中的各参数,算得第一组数据的均值 $x = -7.7333$,标

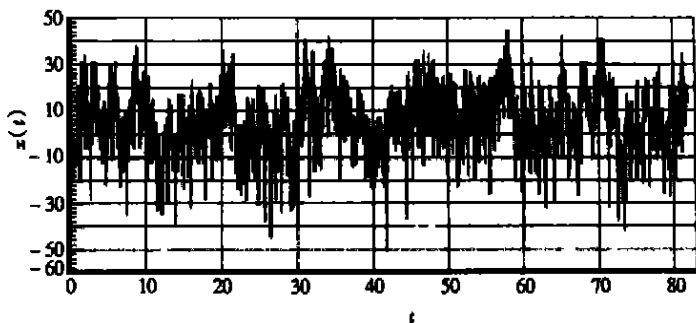


图4 第二组混沌实验数据的时间历程图

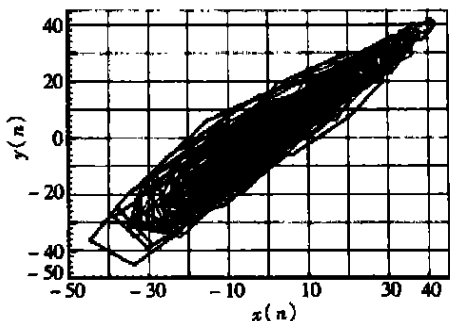


图5 第二组混沌实验数据的x,y相图

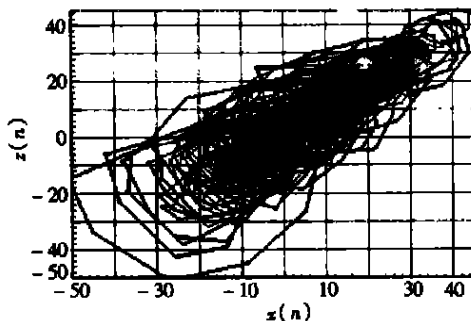


图6 第二组混沌实验数据的x,z相图

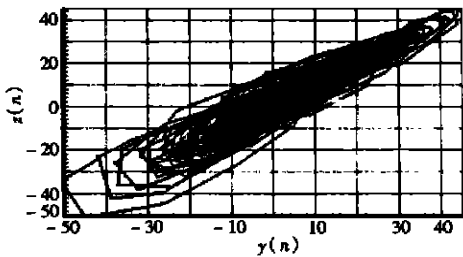


图7 第二组混沌实验数据的y,z相图

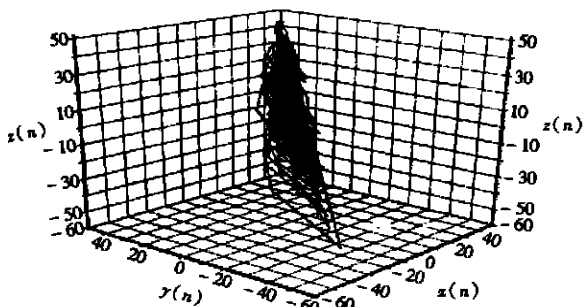


图8 第二组混沌实验数据的x,y,z相图

准差 = 6.406 741, 数据模型为:

$$\begin{aligned} \frac{x_{t+n} - x}{x} = & -3.222\ 317x_{t+n-1} + 2.813\ 152x_{t+n-2} + 0.265\ 9x_{t+n-3} + \\ & 0.078\ 35x_{t+n-4} + 7.740\ 718x_{t+n-5} + 11.582\ 5x_{t+n-1}^2 - \\ & 11.747\ 3x_{t+n-1}x_{t+n-2} - 2.192\ 8x_{t+n-1}x_{t+n-3} + \\ & 0.179\ 6x_{t+n-1}x_{t+n-4} - 6.674\ 1x_{t+n-5}^2, \end{aligned}$$

算得第二组数据的均值 $\bar{x} = 0.044\ 2$, 标准差 = 0.097 537, 数据模型为:

$$\begin{aligned} \frac{x_{t+n} - x}{x} = & 1.116\ 6x_{t+n-1} - 0.441x_{t+n-2} + 0.600\ 4x_{t+n-3} - \\ & 0.574\ 1x_{t+n-4} + 0.127\ 37x_{t+n-5} - 3.102\ 8x_{t+n-1}^3 + \\ & 4.525\ 7x_{t+n-1}x_{t+n-2} - 6.925\ 9x_{t+n-1}x_{t+n-3} - \end{aligned}$$

$$9.342 \ 3x_{t+n-1}x_{t+n-4} + 0.201 \ 8x_{t+n-1}^2x_{t+n-5}$$

6 结 论

用非线性自相关混沌模型对动态混沌数据进行建模,先对数据进行预处理,采用本文提出的小波网络算法辨识模型参数,其辨识度良好 和小波算法比较其运算的速度及参数辨识的精确程度基本上是一致的 含有噪声时其参数辨识的精确程度基本上也是一致的

计算表明,对第一和第二组混沌实验数据所建的混沌模型具有良好的短期预测效果,研究表明其预测点一般不超过 10 点,否则其相对误差会变得很大,要想继续预测需对混沌实验数据重新计算模型参数

计算表明,由(9)式所确定的混沌模型的阶是比较准确的

研究表明,计算预测点值的时间一般比实际问题中的时序数据历经时间值要长,这也是以后研究工作中必须要解决的一个难题

[参 考 文 献]

- [1] LIANG Yue_cao, HOGN Yi_guang, FANG Hai_ping, et al. Predicting chaotic time series with wavelet networks[J]. Phys D, 1995, **85**(8): 225-238.
- [2] ZHANG Qing_hua. Wavelet Networks[J]. IEE Transactions on Neural Networks, 1992, **11**(6): 889-898.
- [3] Castillo E, Gutierrez J M. Nonlinear time series modeling and prediction using functional networks extracting information masked by chaos[J]. Phys Lett A, 1998, **244**(5): 71-84.
- [4] Judd Kevin, Alistair Mess. Embedding as a modeling problem[J]. Phys D, 1998, **12**(4): 273-286.
- [5] Schroer Christian G, Sauer Tim, Ott Edward, et al. Predicting chaotic most of the time from embeddings with self_intersections[J]. Phys Rev Lett, 1998, **8**(7): 1410-1412.
- [6] Chon Ki H. Detection of chaotic determinism in time series from randomly forced maps[J]. Phys D, 1997, **99**(5): 471-486.
- [7] Kitoh Satoshi, Kimura Mahito, Mori Takao, et al. A fundamental bias in calculating dimension from finite data sets[J]. Phys D, 2000, **141**(10): 171-182.
- [8] 马军海,陈予恕,刘曾荣. 动力系统实测数据的非线性混沌模型重构[J]. 应用数学和力学, 1999, **2**(11): 1128-1134.
- [9] 马军海,陈予恕. 低维混沌时序非线性动力系统的预测方法及其应用研究[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(5): 441-448.
- [10] 马军海,陈予恕,刘曾荣. 不同随机分布的相位随机化对实测数据影响的分析研究[J]. 应用数学和力学, 1998, **19**(11): 955-964.
- [11] 马军海,陈予恕,刘曾荣. 动力系统实测数据的 Lyapunov 指数的矩阵算法[J]. 应用数学和力学, 1999, **2**(9): 919-927.
- [12] 马军海,陈予恕. 混沌时序相空间重构的分析和应用研究[J]. 应用数学和力学, 2000, **21**(11): 1237-1245.
- [13] 马军海,陈予恕,刘曾荣. 动力系统实测数据的非线性混沌特性的判定[J]. 应用数学和力学, 1998, **19**(6): 481-488.

Study on Prediction Methods for Dynamic Systems of Nonlinear Chaotic Time Series

MA Jun_hai^{1,3}, CHEN Yu_shu², XIN Bao_gui³

(1. Management School, Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China;

2. Mechanics Department, Tianjin University, Tianjin 300072, P. R. China;

3. Tianjin University of Finance and Economics, Tianjin 300222, P. R. China)

Abstract: The prediction methods for nonlinear dynamic systems which are decided by chaotic time series are mainly studied as well as structures of nonlinear self-related chaotic models and their dimensions. By combining neural networks and wavelet theories, the structures of wavelet transform neural networks were studied and also a wavelet neural networks learning method was given. Based on wavelet networks, a new method for parameter identification was suggested, which can be used selectively to extract different scales of frequency and time in time series in order to realize prediction of tendencies or details of original time series. Through pre-treatment and comparison of results before and after the treatment, several useful conclusions are reached: High accurate identification can be guaranteed by applying wavelet networks to identify parameters of self-related chaotic models and more valid prediction of the chaotic time series including noise can be achieved accordingly.

Key words: nonlinear self-related chaotic model; wavelet neural network; parameter identification; time series prediction