文章编号: 1000_0887(2006) 09_1009_08

c 应用数学和力学编委会, ISSN 1000_0887

求解广义混合隐拟平衡问题的预测修正算法*

丁协平[1], 林炎诚[2], 姚任之[3]

(1. 四川师范大学 数学与软件科学学院, 成都 610066;
2. 中国医药大学 公共教育中心, 台湾 台中 404;
3. 中山大学 应用数学系, 台湾 高雄 804)

(我刊编委 丁协平来稿)

摘要: 引入和研究了一类新的具有四元函数的广义混合隐拟平衡问题. 这类平衡问题包含了很多已知的广义平衡问题和广义混合隐拟变分不等式问题作为很特殊的情形. 利用辅助原理技巧建议和分析了求解广义混合隐拟平衡问题的预测修正迭代算法. 所建议算法的收敛性仅需要映象的连续性和部分松弛强单调性.

关 键 词: 广义混合隐拟平衡问题; 辅助变分不等式; 预测修正迭代算法; 部分松弛强单调性

中图分类号: O177.92 文献标识码: A

引 言

平衡问题理论为我们提供了研究来自金融, 经济, 网络分析, 运输, 力学, 弹性和最优化等众多非线性问题的统一, 自然和有力的框架. 平衡问题已经在各种不同的方向上被延伸和推广. 熟知已存在求解各种变分不等式问题的数值方法. 为求解一般混合变分不等式, 广义变分不等式和拟变分不等式, Noor[1~6]引入和研究了预测修正迭代算法. 为了使用辅助变分不等式技巧求解广义混合似变分不等式和广义混合拟变分包含, Ding[7~9]推广和完善了 Noor 在文献[1]~文献[6]中关于预测修正迭代算法上的结果.

最近 Noor[10,11]和 Ding[12]进一步研究了广义混合拟平衡问题和广义混合隐似平衡问题且建议和分析了求解这些问题的某些迭代算法.

由上述研究工作的启发和激励, 我们引入了一类新的具有四元函数的广义混合隐拟平衡问题(GMIQEP). 利用辅助原理技巧, 对求解 GMIQEP 建议和分析了某些预测修正迭代算法. 所建议的算法的收敛性仅需要映象的连续性和部分松弛强单调性.

---

* 收稿日期: 2005_07_12; 修订日期: 2006_06_06
基金项目: 四川省教育厅重点科研基金资助项目(2003A081); 台湾科学委员会基金资助项目
作者简介: 丁协平(1938—), 男, 四川自贡人, 教授(联系人. Tel. + 86_28_84780952; E_mail: xieping_ding@hotmail.com);
林炎成(1963—), 男, 副教授;
姚任之(1959—), 男, 高雄人, 教授, 博士生导师.

1　预备知识

设H是具有范数$\|\cdot\|$和内积$\langle\cdot,\cdot\rangle$的实Hilbert空间• $CB(H)$是H的一切非空有界闭子集的簇• 假设$T, A: H\to CB(H)$是集值映象, $F: H\times H\times K\times K\to(-\infty,\infty]$和$\varphi: H\times H\to(-\infty,\infty]$是单值函数和$g: H\to K$是单值映象其中$K$是$H$的闭凸子集• 我们考虑下面广义混合隐拟平衡问题(GMIQEP): 求$u\in H$, $g(u)\in K$, $u^*\in T(u)$, $t\in A(u)$使得

$$F(u^*, t, g(v), g(u))+\varphi(g(v), g(u))-\varphi(g(u), g(u))\geqslant 0,\quad \forall g(v)\in K\cdot \tag{1}$$

我们容易观察到对映象T、A、F、g和φ的适当选取, GMIQEP(1)将化归在文献[1]~文献[13]中研究的相应问题•

现在我们引入以后要用到的某些概念•

定义1.1　设K是H的非空子集• 设$T, A: H\to CB(H)$是集值映象, $g: H\to K$, $F: H\times H\times K\times K\to(-\infty,\infty]$和$\varphi: H\times H\to(-\infty,\infty]$是单值映象•

1) 称F在第一自变量关于T是部分松弛隐强单调的, 如果存在常数$\alpha>0$使得

$$F(s_1,\cdot, g(v), g(w))+F(s_2,\cdot, g(w), g(v))\leqslant \alpha\|g(u)-g(v)\|^2,\quad \forall u, v, w\in H;\ s_1\in T(w);\ s_2\in T(u)\cdot$$

2) 称F在第二自变量关于A是部分松弛隐强单调的, 如果存在常数$\gamma>0$使得

$$F(\cdot, t_1, g(v), g(w))+F(\cdot, t_2, g(w), g(v))\leqslant \gamma\|g(u)-g(v)\|^2,\quad \forall u, v, w\in H;\ t_1\in A(w);\ t_2\in A(u)\cdot$$

3) 称φ是旋转对称的, 如果

$$\varphi(u, u)+\varphi(v, v)-\varphi(u, v)-\varphi(v, u)\geqslant 0,\quad \forall u, v\in H\cdot$$

4) 称T在H上是M_连续的, 如果$\{u_n\}\subset H$和$u_n\to u^*$, 则在$CB(H)$的Hausdorff度量M下有$T(u_n)\to T(u^*)$•

2　迭代算法和收敛性定理

对给定的$u\in H$, $u^*\in T(u)$和$t\in A(u)$, 我们考虑下面辅助变分不等式问题(AVIP): 求$\hat{u}\in H$使得

$$\langle g(\hat{u})-g(u), g(v)-g(\hat{u})\rangle+\rho F(u^*, t, g(v), g(\hat{u}))+\rho\varphi(g(v), g(\hat{u}))-\rho\varphi(g(\hat{u}), g(\hat{u}))\geqslant 0,\quad \forall g(v)\in K,$$

其中$\rho>0$是一常数•

我们注意到如果在(AVIP)中$\hat{u}=u$, 则(u, u^*, t)是GMIQEP(1)的一个解• 根据此观察, 对求解GMIQEP(1), 我们能建议下面预测修正迭代算法•

算法2.1　对给定$u_0\in H$, $v_0\in T(u_0)$和$t_0\in A(u_0)$, 由下面迭代格式计算GMIQEP(1)的近似解序列(u_n, v_n, t_n)

$$\langle g(y_n)-g(u_n), g(v)-g(y_n)\rangle+\mu F(v_n, t_n, g(v), g(y_n))+\mu\varphi(g(v), g(y_n))-\mu\varphi(g(y_n), g(y_n))\geqslant 0,\quad \forall g(v)\in K, \tag{2}$$

$$\langle g(w_n)-g(y_n), g(v)-g(w_n)\rangle+\beta F(\xi_n, d_n, g(v), g(w_n))+\beta\varphi(g(v), g(w_n))-\beta\varphi(g(w_n), g(w_n))\geqslant 0,\quad \forall g(v)\in K, \tag{3}$$

$$\langle g(u_{n+1})-g(w_n), g(v)-g(u_{n+1})\rangle+\rho F(\eta_n, f_n, g(v), g(u_{n+1}))+$$

$$\rho\varphi(g(v),g(u_{n+1}))-\rho\varphi(g(u_{n+1}),g(u_{n+1}))\geqslant 0,\qquad \forall g(v)\in K,\tag{4}$$

$$v_n\in T(u_n),\ \|v_{n+1}-v_n\|\leqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)M(T(u_{n+1}),T(u_n)),\tag{5}$$

$$\xi_n\in T(y_n),\ \|\xi_{n+1}-\xi_n\|\leqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)M(T(y_{n+1}),T(y_n)),\tag{6}$$

$$\eta_n\in T(w_n),\ \|\eta_{n+1}-\eta_n\|\leqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)M(T(w_{n+1}),T(w_n)),\tag{7}$$

$$t_n\in A(u_n),\ \|t_{n+1}-t_n\|\leqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)M(A(u_{n+1}),A(u_n)),\tag{8}$$

$$d_n\in A(y_n),\ \|d_{n+1}-d_n\|\leqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)M(A(y_{n+1}),A(y_n)),\tag{9}$$

$$f_n\in A(w_n),\ \|f_{n+1}-f_n\|\leqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)M(A(w_{n+1}),A(w_n)),\tag{10}$$

其中 $\mu>0$, $\beta>0$ 和 $\rho>0$ 是常数和 M 是 $CB(H)$ 上的 Hausdorff 度量•

为讨论算法 2.1 的收敛性, 我们需要下面引理•

引理 2.1 设 (u,u^*,t) 是 GMIQEP(1) 的一个精确解和 $\{u_n\}$, $\{v_n\}$, $\{t_n\}$ 是由算法 2.1 生成的近似解序列• 假设 F 分别在第一和第二自变量关于 T 和 A 是部分松弛隐强单调的具有常数 $\alpha>0$ 和 $\gamma>0$• 进一步假设

$$F(s,t,g(u),g(v))+F(s,t,g(v),g(u))=0,\qquad \forall u,v,s,t\in H\text{•}\tag{*}$$

则有

$$\|g(u_{n+1})-g(u)\|^2\leqslant$$
$$\|g(u_n)-g(u)\|^2-(1-2\rho(\alpha+\gamma))\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2,\tag{11}$$

$$\|g(w_n)-g(u)\|^2\leqslant$$
$$\|g(w_{n-1})-g(u)\|^2-(1-2\beta(\alpha+\gamma))\|g(w_n)-g(y_n)\|^2,\tag{12}$$

$$\|g(y_n)-g(u)\|^2\leqslant$$
$$\|g(y_{n-1})-g(u)\|^2-(1-2\mu(\alpha+\gamma))\|g(y_n)-g(u_n)\|^2,\tag{13}$$

其中 $0<\rho,\beta,\mu<1/(2(\alpha+\gamma))$•

证明 设 (u,u^*,t) 是 GMIQEP(1) 的一解• 则 $g(u)\in K$, $u^*\in T(u)$, $t\in A(u)$ 和

$$\mu F(u^*,t,g(v),g(u))+\mu\varphi(g(v),g(u))-\mu\varphi(g(u),g(u))\geqslant 0,$$
$$\forall g(v)\in K,\tag{14}$$

$$\beta F(u^*,t,g(v),g(u))+\beta\varphi(g(v),g(u))-\beta\varphi(g(u),g(u))\geqslant 0,$$
$$\forall g(v)\in K,\tag{15}$$

$$\rho F(u^*,t,g(v),g(u))+\rho\varphi(g(v),g(u))-\rho\varphi(g(u),g(u))\geqslant 0,$$
$$\forall g(v)\in K\text{•}\tag{16}$$

在(16)中取 $v=u_{n+1}$ 和在(4)中取 $v=u$, 有

$$\rho F(u^*,t,g(u_{n+1}),g(u))+\rho\varphi(g(u_{n+1}),g(u))-\rho\varphi(g(u),g(u))\geqslant 0,\tag{17}$$

和

$$\langle g(u_{n+1})-g(w_n),g(u)-g(u_{n+1})\rangle+\rho F(\eta_n,f_n,g(u),g(u_{n+1}))+$$
$$\rho\varphi(g(u),g(u_{n+1}))-\rho\varphi(g(u_{n+1}),g(u_{n+1}))\geqslant 0\text{•}\tag{18}$$

(17) 和(18) 相加, 有

$$\langle g(u_{n+1})-g(w_n),g(u)-g(u_{n+1})\rangle\geqslant$$

$$-\rho[F(u^*,t,g(u_{n+1}),g(u))+F(\eta_n,f_n,g(u),g(u_{n+1}))]+$$
$$\rho[\varphi(g(u),g(u))+\varphi(g(u_{n+1}),g(u_{n+1}))-$$
$$\varphi(g(u_{n+1}),g(u))-\varphi(g(u),g(u_{n+1}))]. \tag{19}$$

由 φ 的旋转对称性, (19) 和假设(*), 有

$$\langle g(u_{n+1})-g(w_n),g(u)-g(u_{n+1})\rangle\geqslant$$
$$-\rho[F(u^*,t,g(u_{n+1}),g(u))+F(\eta_n,f_n,g(u),g(u_{n+1}))]=$$
$$-\rho[F(u^*,t,g(u_{n+1}),g(u))+F(u^*,f_n,g(u),g(u_{n+1}))]+$$
$$\rho[F(u^*,f_n,g(u),g(u_{n+1}))-F(\eta_n,f_n,g(u),g(u_{n+1}))]=$$
$$-\rho[F(u^*,t,g(u_{n+1}),g(u))+F(u^*,f_n,g(u),g(u_{n+1}))]-$$
$$\rho[F(u^*,f_n,g(u_{n+1}),g(u))+F(\eta_n,f_n,g(u),g(u_{n+1}))). \tag{20}$$

因为 F 分别在第一和第二自变量关于 T 和 A 是部分松弛隐强单调的具有常数 $\alpha>0$ 和 $\gamma>0$, 由(20)有

$$\langle g(u_{n+1})-g(w_n),g(u)-g(u_{n+1})\rangle\geqslant-\rho(\alpha+\gamma)\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2. \tag{21}$$

因为

$$\|g(u)-g(w_n)\|^2=\|g(u)-g(u_{n+1})+g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2=$$
$$\|g(u)-g(u_{n+1})\|^2+\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2+$$
$$2\langle g(u)-g(u_{n+1}),g(u_{n+1})-g(w_n)\rangle,$$

由(21), 有

$$\langle g(u)-g(u_{n+1}),g(u_{n+1})-g(w_n)=$$
$$\frac{1}{2}[\|g(u)-g(w_n)\|^2-\|g(u)-g(u_{n+1})\|^2-\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2]\geqslant$$
$$-\rho(\alpha+\gamma)\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2,$$

所以有

$$\|g(u_{n+1})-g(u)\|^2\leqslant$$
$$\|g(u)-g(w_n)\|^2-(1-2\rho(\alpha+\gamma))\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2. \tag{22}$$

在(15)中令 $v=w_n$ 和在(3)中令 $v=u$, 有

$$\beta F(u^*,t,g(w_n),g(u))+\beta\varphi(g(w_n),g(u))-\beta\varphi(g(u),g(u))\geqslant0, \tag{23}$$

$$\langle g(w_n)-g(y_n),g(u)-g(w_n)\rangle+\beta F(\xi_n,d_n,g(u),g(w_n))+$$
$$\beta\varphi(g(u),g(w_n))-\beta\varphi(g(w_n),g(w_n))\geqslant0. \tag{24}$$

(23)和(24)相加得到

$$\langle g(w_n)-g(y_n),g(u)-g(w_n)\rangle\geqslant$$
$$-\beta[F(\xi_n,d_n,g(u),g(w_n))+F(u^*,t,g(w_n),g(u)]+$$
$$\beta[\varphi(g(u),g(u))+\varphi(g(w_n),g(w_n))-$$
$$\varphi(g(w_n),g(u))-\varphi(g(u),g(w_n))]. \tag{25}$$

从 φ 的旋转对称性, (25) 和假设(*) 推得

$$\langle g(w_n)-g(y_n),g(u)-g(w_n)\rangle\geqslant$$
$$-\beta[F(\xi_n,d_n,g(u),g(w_n))+F(u^*,t,g(w_n),g(u)]=$$
$$-\beta[F(u^*,t,g(w_n),g(u))+F(u^*,d_n,g(u),g(w_n))]-$$
$$\beta[F(u^*,d_n,g(w_n),g(u))+F(\eta_n,d_n,g(u),g(w_n))]. \tag{26}$$

因为 F 分别在第一和第二自变量关于 T 和 A 是部分松弛隐强单调的具有常数 $\alpha > 0$ 和 $\gamma > 0$，由(26)有

$$\langle g(w_n) - g(y_n), g(u) - g(w_n)\rangle \geqslant -\beta(\alpha + \gamma)\|g(y_n) - g(w_n)\|^2. \tag{27}$$

因为

$$\|g(u) - g(y_n)\|^2 = \|g(u) - g(w_n) + g(w_n) - g(y_n)\|^2 =$$
$$\|g(u) - g(w_n)\|^2 + \|g(w_n) - g(y_n)\|^2 +$$
$$2\langle g(u) - g(w_n), g(w_n) - g(y_n)\rangle,$$

由(27)有

$$\langle g(u) - g(w_n), g(w_n) - g(y_n)\rangle =$$
$$\frac{1}{2}[\|g(u) - g(y_n)\|^2 - \|g(u) - g(w_n)\|^2 - \|g(w_n) - g(y_n)\|^2] \geqslant$$
$$-\beta(\alpha + \gamma)\|g(w_n) - g(y_n)\|^2,$$

所以有

$$\|g(u) - g(w_n)\|^2 \leqslant$$
$$\|g(u) - g(y_n)\|^2 - (1 - 2\beta(\alpha + \gamma))\|g(w_n) - g(y_n)\|^2. \tag{28}$$

在(14)中令 $v = y_n$ 和在(2)中令 $v = u$，有

$$\mu F(u^*, t, g(y_n), g(u)) + \mu\varphi(g(y_n), g(u)) - \mu\varphi(g(u), g(u)) \geqslant 0, \tag{29}$$

$$\langle g(y_n) - g(u_n), g(u) - g(y_n)\rangle + \mu F(v_n, t_n, g(u), g(y_n)) +$$
$$\mu\varphi(g(u), g(y_n)) - \mu\varphi(g(y_n), g(y_n)) \geqslant 0. \tag{30}$$

因为 φ 是旋转对称的，注意到假设(*)，(29)和(30)相加，得到

$$\langle g(y_n) - g(u_n), g(u) - g(y_n)\rangle \geqslant$$
$$-\mu[F(v_n, t_n, g(u), g(y_n)) + F(u^*, t, g(y_n), g(u)] +$$
$$\mu[\varphi(g(u), g(u)) + \varphi(g(y_n), g(y_n)) - \varphi(g(y_n), g(u)) - \varphi(g(u), g(y_n))] \geqslant$$
$$-\mu[F(v_n, t_n, g(u), g(y_n)) + F(u^*, t, g(y_n), g(u)] =$$
$$-\mu[F(u^*, t, g(y_n), g(u)) + F(v_n, t, g(u), g(y_n))] -$$
$$\mu[F(v_n, t, g(y_n), g(u)) + F(v_n, t_n, g(u), g(y_n))].$$

因为 F 分别在第一和第二自变量关于 T 和 A 是部分松弛隐强单调的具有常数 $\alpha > 0$ 和 $\gamma > 0$，有

$$\langle g(y_n) - g(u_n), g(u) - g(y_n)\rangle \geqslant -\mu(\alpha + \gamma)\|g(u_n) - g(y_n)\|^2. \tag{31}$$

因为

$$\|g(u) - g(u_n)\|^2 = \|g(u) - g(y_n) + g(y_n) - g(u_n)\|^2 =$$
$$\|g(u) - g(y_n)\|^2 + \|g(y_n) - g(u_n)\|^2 + 2\langle g(u) - g(y_n), g(y_n) - g(u_n)\rangle,$$

从(31)有

$$\langle g(u) - g(y_n), g(y_n) - g(u_n)\rangle =$$
$$\frac{1}{2}[\|g(u) - g(u_n)\|^2 - \|g(u) - g(y_n)\|^2 - \|g(y_n) - g(u_n)\|^2] \geqslant$$
$$-\mu(\alpha + \gamma)\|g(u_n) - g(y_n)\|^2,$$

所以有

$$\|g(u) - g(y_n)\|^2 \leqslant$$

$$\|g(u)-g(u_n)\|^2-(1-2\mu(\alpha+\gamma))\|g(u_n)-g(y_n)\|^2. \tag{32}$$

结合(22)、(28)和(32), 推得结论(11)、(12)和(13)成立.

注 2.1 如果 $F(s,t,g(u),g(v))=\langle N(s,t),g(v)-g(u)\rangle$ 对一切 $s,t,u,v\in H$ 成立, 其中 $N:H\times H\to H$ 是一单值映象, 容易看出假设(*)成立.

我们用 Ω 表 GMIQEP(1) 的解集如下

$$\Omega=\Big\{(u,u^*,t)\in H\times H\times H: g(u)\in K,\ u^*\in T(u),\ t\in A(u),\ F(u^*,t,g(v),g(u))+\varphi(g(v),g(u))-\varphi(g(u),g(u))\geqslant 0,\quad \forall g(y)\in K\Big\}.$$

定理 2.2 设 H 是有限维 Hilbert 空间, K 是 H 的非空闭凸子集, $T,A:H\to CB(H)$ 是 M_连续集值映象, $g:H\to K$ 是连续单值映象, $F:H\times H\times K\times K\to(-\infty,\infty]$ 是连续的和 $\varphi:H\times H\to(-\infty,\infty]$ 在 $H\times H$ 上是下半连续的且在第二自变量是上半连续的且在 $K\times K$ 上是旋转对称的. 假设 g 是内射和条件(*)成立. 假设 F 分别在第一和第二自变量关于 T 和 A 是部分松弛隐强单调的具有常数 $\alpha>0$ 和 $\gamma>0$. 再设 GMIQEP(1) 的解集 Ω 是非空的. 则对任给的 $u_0\in H$, $v_0\in T(u_0)$ 和 $t_0\in A(u_0)$, 由具有 $0<\rho,\beta,\mu<1/(2(\alpha+\gamma))$ 的算法 2.1 生成的迭代序列 $\{u_n\}$, $\{v_n\}$, $\{t_n\}$ 强收敛于 GMIQEP(1) 的一解.

证明 对任何 $(u,u^*,t)\in\Omega$, 从(11)、(12)和(13)推得序列 $\{\|g(u_n)-g(u)\|\}$, $\{\|g(w_n)-g(u)\|\}$ 和 $\{\|g(y_n)-g(u)\|\}$ 是不增的. 注意到 g 是内射, 因此 $\{u_n\}$, $\{y_n\}$ 和 $\{w_n\}$ 是有界的, 并且有

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1-2\rho(\alpha+\gamma))\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|^2\leqslant\|g(u)-g(u_0)\|^2,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1-2\mu(\alpha+\gamma))\|g(w_n)-g(y_n)\|^2\leqslant\|g(u)-g(w_0)\|^2,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1-2\beta(\alpha+\gamma))\|g(y_n)-g(u_n)\|^2\leqslant\|g(u)-g(y_0)\|^2.$$

这些不等式蕴含 $\lim_{n\to\infty}\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|=0$, $\lim_{n\to\infty}\|g(w_n)-g(y_n)\|=0$ 和 $\lim_{n\to\infty}\|g(y_n)-g(u_n)\|=0$. 因为

$$\|g(u_{n+1})-g(u_n)\|\leqslant\|g(u_{n+1})-g(w_n)\|+\|g(w_n)-g(y_n)\|+\|g(y_n)-g(u_n)\|,\qquad\forall n\geqslant 0,$$

我们有 $\lim_{n\to\infty}\|g(u_{n+1})-g(u_n)\|=0$. 因为 $\{u_n\}$ 是有界的, $\{u_n\}$ 有一子序列 $\{u_{n_i}\}$ 收敛于一点 $\hat{u}\in H$. 因此 $g(u_{n_i})\to g(\hat{u})$ 和 $g(\hat{u})\in K$. 因为 g 是内射, 我们有 $\{y_{n_i}\}$ 收敛于 $\hat{u}$ 和 $g(y_{n_i})\to g(\hat{u})$. 因为 T 和 A 在 H 上都是 M_连续的, 由 Aubin 和 Cellina[14] 的命题 1.5.2, T 和 A 在 H 上都是上半连续的. 因为 $v_n\in T(u_n)$ 和 $t_n\in A(u_n)$ 对一切 $n\geqslant 0$ 成立, 从 Border[15] 的命题 11.11 推得存在 $\{v_{n_i}\}$ 的子序列 $\{v_{n_{i_j}}\}$ 和 $\{t_{n_i}\}$ 的子序列 $\{t_{n_{i_j}}\}$ 使得 $\{v_{n_{i_j}}\}\to\hat{v}\in T(\hat{u})$ 和 $\{t_{n_{i_j}}\}\to\hat{t}\in A(\hat{u})$.

由(2), 有

$$\langle g(y_{n_{i_j}})-g(u_{n_{i_j}}),g(v)-g(y_{n_{i_j}})\rangle+\mu F(v_{n_{i_j}},t_{n_{i_j}},g(v),g(y_{n_{i_j}}))+\mu\varphi(g(v),g(y_{n_{i_j}}))-\mu\varphi(g(y_{n_{i_j}}),g(y_{n_{i_j}}))\geqslant 0,\qquad\forall g(v)\in K. \tag{33}$$

由 F、g 和 φ 的连续性，从(33)推得

$$F(\hat{v},\hat{t},g(v),g(\hat{u}))+\varphi(g(v),g(\hat{u}))-\varphi(g(\hat{u}),g(\hat{u}))\geqslant 0,\ \forall g(v)\in K.$$

因此 $(\hat{u},\hat{v},\hat{t})$ 是GMIQEP(1)的一个解．现在，我们主张 $\{u_n\}$，$\{v_n\}$ 和 $\{t_n\}$ 分别收敛于 $\hat{u}$，$\hat{v}$，$\hat{t}$．从(11)有，$\|u_{n+1}-\hat{u}\|\leqslant\|u_n-\hat{u}\|$ 对一切 $n\geqslant 0$ 成立．因为

$$\|u_n-\hat{u}\|\leqslant\|u_n-u_{n+1}\|+\|u_{n+1}-u_{n+2}\|+\cdots+\|u_{n_{i_j}}-\hat{u}\|\to 0,\ n\to\infty,$$

所以 $\{u_n\}\to\hat{u}$．因为 T 和 A 在 H 上都是 M_连续的，由(5)和(8)，我们有 $\lim_{n\to\infty}\|v_{n+1}-v_n\|=0$ 和 $\lim_{n\to\infty}\|t_{n+1}-t_n\|=0$．从下面不等式

$$\|v_n-\hat{v}\|\leqslant\|v_n-v_{n+1}\|+\|v_{n+1}-v_{n+2}\|+\cdots+\|v_{n_{i_j}}-\hat{v}\|$$

和

$$\|t_n-\hat{t}\|\leqslant\|t_n-t_{n+1}\|+\|t_{n+1}-t_{n+2}\|+\cdots+\|t_{n_{i_j}}-\hat{t}\|$$

推得 $v_n\to\hat{v}$ 和 $t_n\to\hat{t}$．证毕．

[参 考 文 献]

[1] Noor M A. Solvability of multivalued general mixed variational inequalities[J]. J Math Anal Appl, 2001, **261**(2): 390—402.

[2] Noor M A. Some predictor_corrector algorithms for multi_valued variational inequalities[J]. J Optim Theory Appl, 2001, **108**(3): 659—671.

[3] Noor M A. A Predictor_corrector algorithms for general variational inequalities[J]. Appl Math Lett, 2001, **14**: 53—58.

[4] Noor M A. Iterative methods for generalized variational inequalities[J]. Appl Math Lett, 2002, **15**: 77—82.

[5] Noor M A. Mixed quasi variational inequalities[J]. Appl Math Comput, 2003, **146**: 553—578.

[6] Noor M A. Multivalued general equilibrium problems[J]. J Math Anal Appl, 2003, **283**(1): 140—149.

[7] DING Xie_ping. On generalized mixed variational_like inequalities[J]. J Sichuan Normal Univ, 2003, **22**(5): 494—503.

[8] DING Xie_ping. Predictor_corrector iterative algorithms for solving generalized mixed variational_like inequalities[J]. Appl Math Comput, 2004, **152**(3): 855—865.

[9] DING Xie_ping. Predictor_corrector iterative algorithms for solving generalized mixed quasi_variational_like inequalities[J]. J Comput Appl Math, 2005, **182**(1): 1—12.

[10] Noor M A. Auxiliary principle technique for equilibrium problems[J]. J Optim Theory Appl, 2004, **122**(2): 371—386.

[11] Noor M A. Generalized mixed quasi_equilibrium problems with trifunction[J]. Appl Math Lett, 2005, **18**(6): 695—700.

[12] DING Xie_ping. Iterative algorithm of solutions for generalized mixed implicit equilibrium_like problems[J]. Appl Math Comput, 2005, **162**(2): 799—809.

[13] YAO Jen_chih, Guo J_S. Variational and generalized variational inequalities with discontinuous mappings[J]. J Math Anal Appl, 1994, **182**(2): 371—392.

[14] Aubin J P, Cellina A. Differential Inclusions[M]. New York: Springer_Verlag, 1984.

[15] Border K C. Fixed Point Theorems With Applications to Economics and Game Theory[M]. Cambridge: Cambridge Univ Press, 1985.

Predictor_Corrector Algorithms for Solving Generalized Mixed Implicit Quasi_Equilibrium Problems

DING Xie_ping[1], LIN Yen_cherng[2], YAO Jen_chih[3]

(1. College of Mathematics and Software Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, P.R.China;

2. General Education Center, China Medical University, Taichung 404, Taiwan, China;

3. Department of Applied Mathematics, Sun Yat_sen University, Kaohsiung 804, Taiwan, China)

Abstract: A new class of generalized mixed implicit quasi_equilibrium problems (GMIQEP) with four_functions is introduced and studied. The new class of equilibrium problems includes many known generalized equilibrium problems and generalized mixed implicit quasi_variational inequality problems as many special cases. By employing the auxiliary principle technique, some predictor_corrector iterative algorithms for solving the GMIQEP were suggested and analyzed. The convergence of the suggested algorithm only requires the continuity and the partially relaxed implicit strong monotonicity of the mappings.

Key words: generalized mixed implicit quasi_equilibrium problem; auxiliary variational inequality; predictor_corrector iterative algorithm; partially relaxed implicit strong monotonicity