

# 弯曲血管中的血液流动和大分子传质\*

魏 兰<sup>1,2</sup>, 温功碧<sup>1</sup>, 谭文长<sup>1</sup>

(1. 北京大学 力学与工程科学系, 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871;  
2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(黄永念推荐)

**摘要:** 采用数值模拟的方法, 研究主动脉弯曲血管中的定常/脉动流动及低密度脂肪蛋白(LDL)和血清白蛋白(Albumin)传质。计算结果表明, 对于主动脉弓模型, 二次流漩涡的位置随时间变化。在弯曲变化比较剧烈的区域大分子浓度较高, 壁面浓度外壁高于内壁。这些流动变化比较剧烈的区域可能是动脉硬化或血栓形成的危险区域。

**关键词:** 弯曲血管; 血液流动; 大分子传质; 动脉粥样硬化  
**中图分类号:** R318.01      **文献标识码:** A

## 引 言

生理解剖表明, 动脉粥样硬化呈现出高度的病灶性, 即发生在冠状动脉、颈动脉、腹主动脉等由动脉的弯曲、分岔或狭窄等所引起的复杂流动区域<sup>[1]</sup>。这就是说, 病灶的发生和发展至少一部分与血液动力学因素相联系; 另一方面, 动脉硬化表现为内膜局部类脂质沉积、纤维组织增厚、动脉局部变窄, 而脂肪沉积与大分子(如低密度脂肪蛋白)在管壁附近的浓度及跨血管壁的传质有关。因而, 研究复杂血管(弯曲、狭窄和分岔血管)内的流动特性及其大分子传质, 对揭示动脉粥样硬化的成因有重要的意义。

关于弯曲血管的流动人们进行了很多研究。Dean<sup>[2]</sup>在 1927 年首次提出了等曲率圆形截面的弯曲血管模型, 发现了二次流的存在。Shahcheraghi 等<sup>[3-5]</sup>模拟了主动脉弓及其分支内的脉动流, 揭示了复杂的漩涡结构等现象。Torii 等<sup>[6]</sup>利用 CT 数值模拟了脑动脉内的血液流动。James Maore 等<sup>[7,8]</sup>研究了冠状动脉内的血液流动, 其结果表明曲率的变化对壁面剪切率有重要的影响。在国内, 乔爱科等<sup>[9]</sup>对弯曲动脉内发展中的血液流动进行了有限元数值模拟。关于血液流动的传质, Rappitsch 等<sup>[10-12]</sup>研究了轴对称狭窄血管、轴对称突然扩张血管内分离区

\* 收稿日期: 2004\_06\_30; 修订日期: 2006\_04\_27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10372007; 30571900; 10572006); 北京市自然科学基金资助项目(7062015)

作者简介: 魏兰(1979-), 女, 黑龙江人, 硕士(E-mail: weilan\_229@163.com);

温功碧(1935-), 女, 四川梁平人, 教授(Tel: + 86\_10\_62752334; E-mail: wengb@mech.pku.edu.cn);

谭文长(1966-), 男, 山东人, 教授、博士生导师(联系人, Tel: + 86\_10\_62754244; E-mail: tanwch@mech.pku.edu.cn)。

的传质问题。我们也已经对狭窄血管,小曲率比弯曲血管,T型分叉血管等的传质进行了系列的研究<sup>[13~16]</sup>。但是对于弯曲血管内的大分子传质,则研究很少。

本文研究弯曲血管的情形,建立了三维模型,数值模拟了定常/脉动流动及其大分子传质。计算结果给出了轴向速度、二次流、剪应力等血液动力学量和 Albumin、LDL 分子的浓度分布,分析了血液动力学因素和传质对动脉硬化形成的影响。

## 1 数学模型

### 1.1 基本假设

1) 假定血管壁为刚性壁; 2) 血液为不可压缩均质牛顿流体; 3) 正常的生理条件下, 壁面对水及 Albumin 具有通透性, 但 LDL 分子较大不易通过管壁渗透, 假定 LDL 无跨壁渗透。

### 1.2 坐标系和网格生成

设圆管半径为  $a$ , 对主动脉弓, 曲率半径为  $R$ , 直管长度为  $L_1$ 。取弯管的弯曲中心为坐标原点  $O$ , 与直管垂直的轴为  $y$  轴, 对称平面为  $yz$  平面,  $x$  轴垂直于对称平面, 建立右手坐标系如图 1 所示; 基于文献[17]的方法生成的结构性网格如图 2 所示。

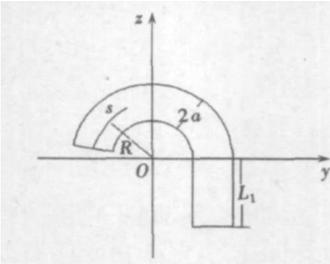


图 1 坐标系

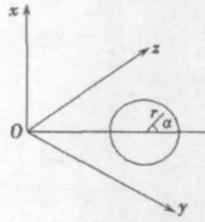


图 2 网格示意图

### 1.3 流体动力学方程和边界条件及初始条件

本文采用人工压缩性方法求解, 取  $L$  (圆管截面直径  $2a$ ) 和入口速度  $U_0$  分别作为长度和速度  $u$  的特征量, 以  $L/U$  和  $p_0 = \rho U_0^2$  为时间  $t$  和压力  $p$  的特征量, 对 N-S 方程进行无量纲化。在曲线坐标  $(\xi, \eta, \zeta)$  下的连续性方程左端引进一虚拟的压力对时间的导数项, 在动量方程中, 对于非定常问题, 除物理时间外也引进一虚拟时间  $\tau$ 。也就是连续方程中没有物理时间导数项, 只有虚拟时间导数。对于定常流, 动量方程中对物理时间  $t$  的导数项消失, 只剩下虚拟时间的导数项。根据文献[18], 可将 N-S 方程表示为如下的人工压缩守恒形式

$$I_m \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \tau} + \frac{\partial(\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial \zeta} = 0, \quad (1)$$

$$\text{其中 } I_m = \text{diag}(0, 1, 1, 1). \quad (2)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta(\theta_k - k_t) \\ k_x p + u\theta_k \\ k_y p + v\theta_k \\ k_z p + w\theta_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ T_{k1} \\ T_{k2} \\ T_{k3} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中

$$\theta_k = k_t + uk_x + vk_y + wk_z, \quad (4)$$

$$\begin{cases} k = \xi, \mathbf{K} = \mathbf{E}, \mathbf{S}_v = \mathbf{E}_v, \theta_k = U = \xi u + \xi v + \xi w, \\ k = \eta, \mathbf{K} = \mathbf{F}, \mathbf{S}_v = \mathbf{F}_v, \theta_k = V = \eta u + \eta v + \eta w, \\ k = \zeta, \mathbf{K} = \mathbf{G}, \mathbf{S}_v = \mathbf{G}_v, \theta_k = W = \zeta u + \zeta v + \zeta w, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} T_{k1} = \frac{\mu}{Re} \left[ (2k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \frac{\partial u}{\partial k} + k_x k_y \frac{\partial v}{\partial k} + k_x k_z \frac{\partial w}{\partial k} \right], \\ T_{k2} = \frac{\mu}{Re} \left[ (k_x^2 + 2k_y^2 + k_z^2) \frac{\partial v}{\partial k} + k_x k_y \frac{\partial u}{\partial k} + k_y k_z \frac{\partial w}{\partial k} \right], \\ T_{k3} = \frac{\mu}{Re} \left[ (k_x^2 + k_y^2 + 2k_z^2) \frac{\partial w}{\partial k} + k_x k_z \frac{\partial u}{\partial k} + k_y k_z \frac{\partial v}{\partial k} \right], \end{cases} \quad (6)$$

J 是坐标变换的 Jacobian, 即

$$J^{-1} = x\xi(y\eta z\zeta - z\eta y\zeta) - y\xi(x\eta z\zeta - z\eta x\zeta) + z\xi(x\eta y\zeta - y\eta x\zeta), \quad (7)$$

上述公式中  $\mu$  为分子粘性系数,  $Re = \rho U_0 L / \mu$  为雷诺数,  $\beta$  为人工压缩性因子, 一般取  $1 \sim 10^6$ 。  
壁面条件

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = 0, U = V_w, V = 0, W = 0, \quad (8a)$$

其中  $V_w$  为无量纲的壁面渗透速度,  $U, V, W$  为曲线坐标系下的速度分量。

入口条件

$$\begin{cases} \text{定常流动} & p = 1, U = 0, V = 0, W = 1, \\ \text{脉动流动} & p = 1 - \cos \omega t, U = 0, V = 0, W = 1 - \cos \omega t, \end{cases} \quad (8b)$$

其中  $\omega$  为角频率, 本文计算中参考文献[10], 取  $\omega = 8.38 / s$ , 即周期  $T = 0.75 s$ 。

$$\text{出口条件} \quad \frac{\partial p}{\partial \zeta} = 0 \text{ (或插值)}, \frac{\partial U}{\partial \zeta} = 0, \frac{\partial V}{\partial \zeta} = 0, \frac{\partial W}{\partial \zeta} = 0 \quad (8c)$$

$$\text{对称条件} \quad \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0, \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0, V = 0, \frac{\partial W}{\partial \eta} = 0 \quad (8d)$$

$$\text{初始条件} \quad \begin{cases} \text{定常流动} & \text{假设流体瞬时充满整个血管, 即取均匀流场为初场。} \\ \text{脉动流动} & \text{取定常流动的解作为初始条件。} \end{cases}$$

#### 1.4 传质方程和边界条件及初始条件

取初始浓度  $C_0$  为浓度  $C$  的特征量, 无量纲的浓度对流扩散方程的守恒形式为

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (Cu) = \frac{1}{Pec} \nabla^2 C, \quad (9)$$

其中  $Pec = U_0 L / D$  为 Peclet 数,  $D$  为分子扩散系数。

$$\text{初始条件} \quad \begin{cases} \text{定常流动} & \text{假定初场为均匀浓度场, 即 } C = 1 \cdot \\ \text{脉动流动} & \text{取定常浓度分布作为初始浓度场。} \end{cases} \quad (10a)$$

$$\text{入口条件} \quad C = 1 \cdot \quad (10b)$$

$$\text{出口条件} \quad \frac{\partial C}{\partial \zeta} = 0 \cdot \quad (10c)$$

$$\text{对称条件} \quad \frac{\partial C}{\partial \eta} = 0 \cdot \quad (10d)$$

$$\text{壁面条件} \quad \frac{\partial C}{\partial \xi} = Pec(V_w + P_{em} / U_0) \cdot C_w, \quad (10e)$$

其中  $C_w$  为壁面大分子浓度,  $P_{em}$  为跨壁渗透系数, 采用文献[15] 拟合出的  $P_{em} - \tau_w$  关系式

$$P_{em} = (-5.27 + 9.69 \cdot \ln(|\tau_w| + 5.1)) \times 10^{-9} \text{ cm/s} \quad (\text{对 LDL } P_{em} = 0) \cdot \quad (11)$$

## 2 计算结果和讨论

本文采用温功碧等人<sup>[18]</sup>发展的不可压缩 N<sub>S</sub> 方程数值模拟软件求解人工压缩守恒型 N<sub>S</sub> 方程(1), 采用有限差分方法求解传质方程(9)。

### 2.1 参数选取

本文计算中选取的参数如下表 1 所示

表 1 血液和大分子的主要参数

参数	血管直径 $L / \text{cm}$ (主动脉弓)	血液密度 $\rho / (\text{g} / \text{cm}^3)$	血液粘度 $\mu / (\text{Pa} \cdot \text{s})$	入口浓度 $C_0 / (\text{g} / \text{cm}^3)$		扩散系数 $D / (\text{cm}^2 / \text{s})$	
				LDL	Albumin	LDL	Albumin
数值	1.2	1.05	0.033	49.0	0.04	$5.0 \times 10^{-8}$	$7.28 \times 10^{-7}$
依据	文献[19]	文献[10]	文献[10]	文献[15]	文献[15]	文献[10]	文献[10]

### 2.2 计算结果

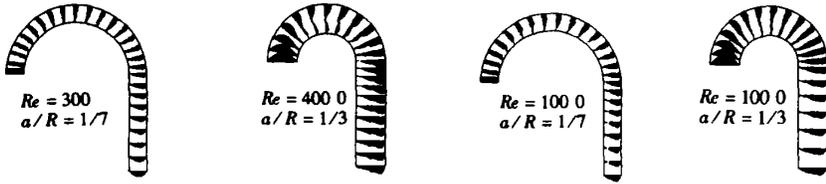


图 3 定常流动, 不同  $Re$  数和外形对称面上沿轴向的速度剖面

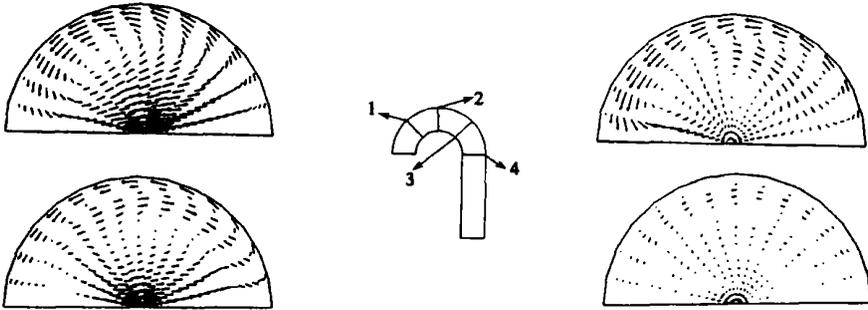
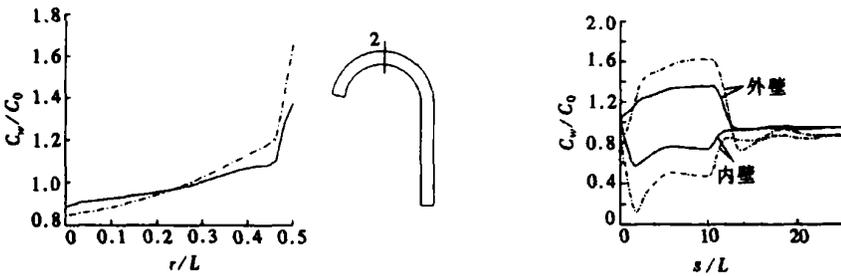


图 4 定常流动, 不同截面上二次流的速度分布 ( $Re = 4000, a/R = 1/3$ )



(a) 沿径向分布

(b) 沿轴向分布

图 5 定常流动, Albumin 和 LDL 壁面浓度的比较

( $Re = 300, a/R = 1/7$ ) (— Albumin, - - - LDL)

图 3 为定常流动情形下对称面上沿轴向的速度剖面, 在较小的  $Re$  数和曲率比下, 随着流

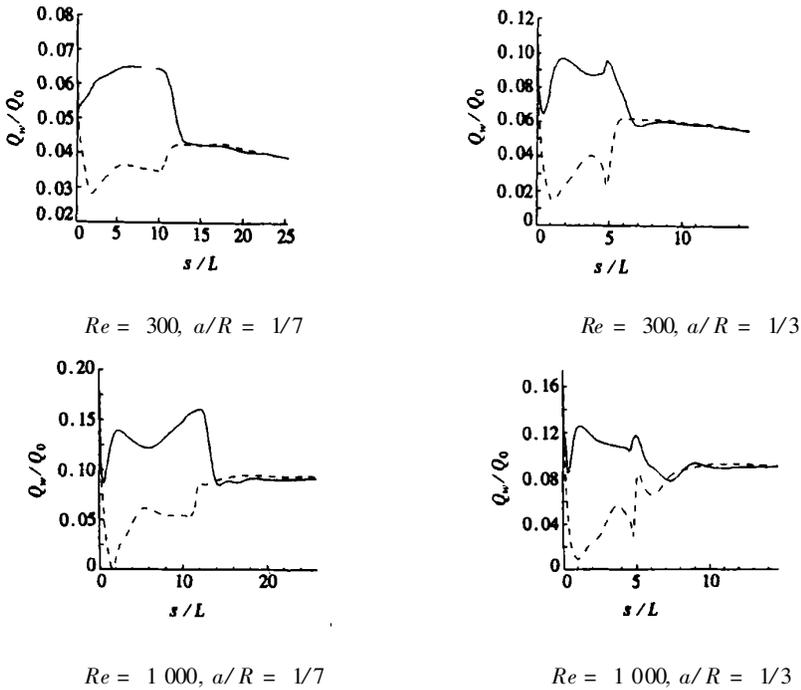


图6 定常流动,不同  $Re$  数和外形 Albumin 跨壁流量沿轴向的分布(— 外壁,--- 内壁)

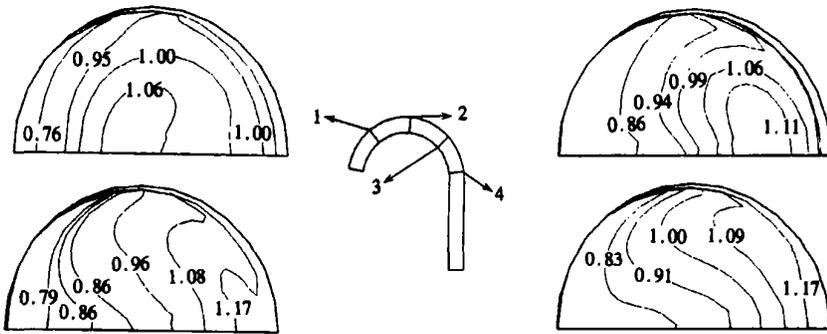


图7 定常流动,不同截面上的 LDL 浓度等值线 ( $Re = 300, a/R = 1/7$ )

体向前流动,轴向速度剖面由均匀分布逐渐趋于抛物型,且最大轴向速度向外侧偏移,这主要是由于离心力的作用。当流体继续流动到直管,最大轴向速度又向轴心移动,在接近出口处速度剖面已成抛物型。随着  $Re$  数的增大,弯曲内侧速度逐渐减小。这可能对动脉粥样硬化的形成有一定的影响。图4为不同截面上的二次流速度矢量图。在流体流经弯曲血管的过程中,出现了二次流且逐渐发展;流体流入直管后,二次流减弱。在  $Re$  数较大时,二次流现象更加明显且出现了分叉现象,即在同一横截面内有多个涡存在。图5对 Albumin 和 LDL 的壁面浓度进行了比较。径向分布表明浓度主要集中在管壁附近;轴向分布显示,外侧壁 LDL 的浓度高于 Albumin,这可能是由于 Albumin 可通过血管壁,减少了其在壁面的积蓄。

图6表示 Albumin 跨壁流量沿轴向的分布。由图可见,在弯管段外壁的和跨壁流量明显高于内壁,而在直管段则无明显差别。随着  $Re$  数和曲率比的增大,Albumin 跨壁流量出现了两个峰值。图7的 LDL 浓度等值线也表明 LDL 浓度在管壁附近比较集中,且外侧浓度高

于内侧。图8和图9分别表示脉动流动一个周期内不同时刻对称面上沿轴向的速度分布和横截面上的二次流分布。由图可见,在弯曲血管的内侧出现了回流,且随着入口速度的脉动,二次流和轴向回流的位置都成周期性变化。生理实际表明,在这些流动变化比较剧烈的区域易于形成动脉硬化。图10给出的是LDL壁面浓度在一个周期内沿轴向的分布。由图可见,在一个周期内,弯管段的外壁浓度始终高于内壁,并出现了多个峰值。

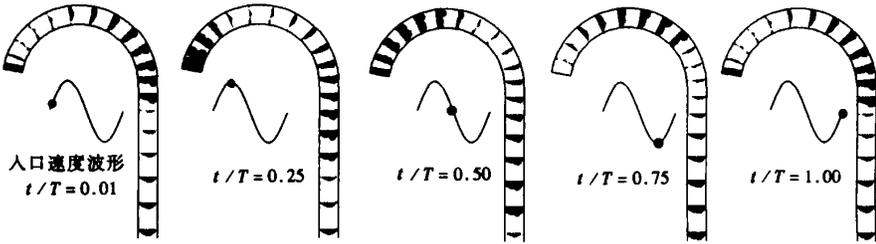


图8 脉动流动,一个周期内对称面上沿轴向的速度剖面 ( $Re = 300, a/R = 1/7, T = 0.75\text{ s}$ )

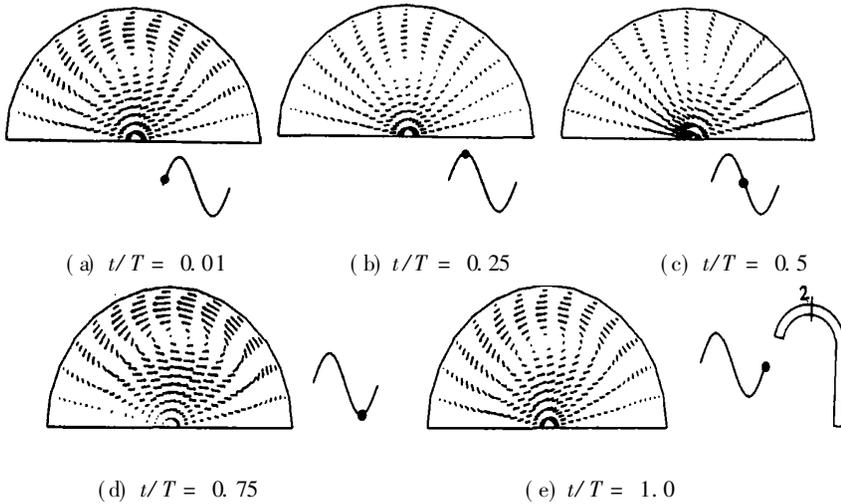
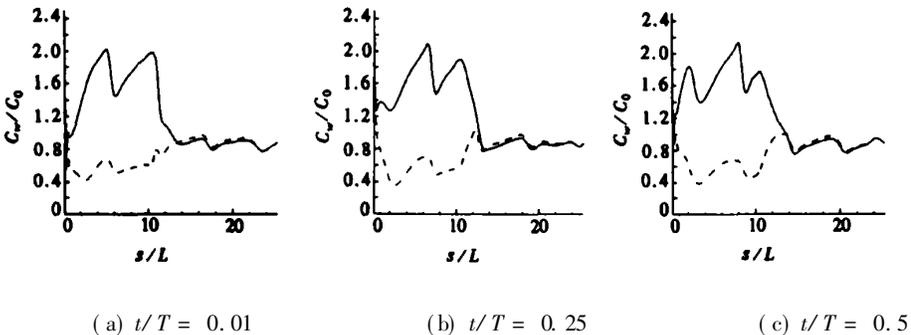


图9 脉动流动,一个周期内横截面上二次流的速度分布  
( $Re = 300, a/R = 1/7, T = 0.75\text{ s}$ )



(a)  $t/T = 0.01$                       (b)  $t/T = 0.25$                       (c)  $t/T = 0.5$

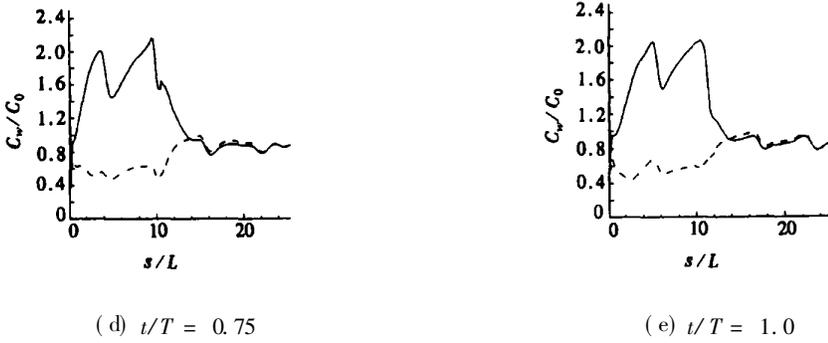


图 10 脉动流动, 一个周期内 LDL 浓度沿轴向的分布

( $Re = 300$ ,  $a/R = 1/7$ ,  $T = 0.75$  s) (—— 外壁, - - - 内壁)

### 3 结 论

基于上述计算结果和分析,可以得到以下结论

- 1) 主动脉弓模型, 对称面上轴向速度内侧低于外侧, 随着  $Re$  数增加内侧速度逐渐减小。
- 2) 随着  $Re$  数和曲率比的增加, 二次流逐渐增强, 在  $Re$  数较大时出现了分叉现象。
- 3) LDL 和 Albumin 的浓度主要集中在管壁附近, 且外壁显著高于内壁。随着  $Re$  数和曲率比的增加, 出现了两个浓度峰值。这些区域或许是动脉硬化形成的危险区。
- 4) 脉动流场情况下, 壁面剪应力、速度剖面、二次流、回流区位置和壁面浓度等均随入口流速成周期性变化。这种强烈的脉动或许是诱发粥样硬化斑块的重要因素之一。

### [参 考 文 献]

- [1] 温功碧. 动脉粥样硬化成因和大分子跨血管的传质[J]. 力学进展, 1993, **23**(2): 223—233.
- [2] Dean W R. Note on the motion of fluid in a curved pipe[J]. Phil Magazine, 1927, **4**(20): 208—223.
- [3] Shahcheraghi N, Dwyer H A, Cheer A Y, et al. Unsteady and three dimensional simulation of blood flow in the human aortic arch[J]. J Biomechanical Engineering, 2002, **124**(4): 378—387.
- [4] Chang L J, Tarbell J M. Numerical simulation of fully developed sinusoidal and pulsatile (physiological) flow in curved tubes[J]. J Fluid Mech, 1985, **161**: 175—198.
- [5] Tomai Yutaka, Tanishita Kazuo. Fully developed intermittent flow in a curved tube[J]. J Fluid Mech, 1997, **347**: 263—287.
- [6] Torii Ryo, Oshima Marie. Numerical simulation system for blood flow in the cerebral artery using CT imaging data[J]. JSME Internat J., Ser C, 2001, **44**(4): 982—989.
- [7] Moore James E, Weydahl Erlend S, Santamarina Aland. Frequency dependence of dynamic curvature effects on flow through coronary arteries[J]. J Biomechanical Engineering, 2001, **123**(2): 129—133.
- [8] QIU Yu chen, Tarbell John M. Numerical simulation of pulsatile flow in a compliant curved tube model of coronary artery[J]. J Biomechanical Engineering, 2000, **122**(1): 77—85.
- [9] 乔爱科, 刘有军, 伍时桂. 弯曲动脉的血液动力学数值分析[J]. 计算力学学报, 2003, **20**(2): 155—163.
- [10] Rappitsch G, Perktold K. Pulsatile albumin transport in large arteries: a numerical simulation study[J]. J Biomechanical Engineering, 1996, **118**(4): 511—519.
- [11] Stangeby D Kim, Ethier C Ross. Computational analysis of coupled blood wall arterial LDL transport

- [J]. J Biom echanical En gin eering, 2002, **124**(1): 1—8.
- [12] Lutostansky Elizabeth M, Kamer Gerhard, Rappitsch Gerhard, et al. Analysis of hemodynamic fluid phase mass transport in a separated flow region[J]. J Biom echanical En gin eering, 2003, **125**(2): 189—196.
- [13] 李新宇, 温功碧, 李丁. 冠状动脉狭窄情况下的非牛顿血液流动和大分子传质[J]. 应用数学和力学, 2001, **22**(4): 359—372.
- [14] 汪忻, 黄浩, 温功碧. 弯曲血管可渗透边界条件计算[J]. 北京大学学报自然科学版, 2001, **37**(5): 658—668.
- [15] 许扬清, 温功碧. 对称狭窄情况下的动脉血液流动和大分子传质[J]. 中国生物医学工程学报, 2003, **22**(1): 155—163.
- [16] 李丁, 温功碧. T型分叉血管的定常/脉动流动和大分子传质[J]. 应用数学和力学, 2003, **24**(5): 471—483.
- [17] 苏铭德, 黄素逸. 计算流体力学基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [18] 温功碧, 陈作斌. 三维非定常/定常不可压缩流动 N\_S 方程基于人工压缩性方法的数值模拟[J]. 应用数学和力学, 2004, **25**(1): 53—66.
- [19] 柳兆荣. 心血管流体力学[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1986.

## Blood Flow and Macromolecular Transport in Curved Blood Vessels

WEI Lan<sup>1,2</sup>, WEN Gong\_bi<sup>1</sup>, TAN Wen\_chang<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory for Turbulence and Complex System,  
Department of Mechanics and Engineering Science, Peking University,  
Beijing 100088, P. R. China;

2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics,  
Beijing 100871, P. R. China)

**Abstract:** A numerical analysis of the steady/ pulsatile flow and macromolecular (such as LDL and Albumin) transport in curved blood vessels was carried out. The computational results predict that the vortex of the secondary flow is time\_dependent in the aortic arch. The concentration of macromolecule concentrates at the region of sharp curve, and the wall concentration at the outer part is higher than that at the inner part. Atherosclerosis is prone to develop in such regions with sharp flow.

**Key words:** curved blood vessels; blood flow; macromolecular transport; atherosclerosis