

非线性边界滑移挤压膜流动*

周 平, 吴承伟, 马国军

(工业装备和结构分析国家重点实验室; 大连理工大学 工程力学系, 大连 116024)

(吕和祥推荐)

摘要: 用一种包含初始滑移长度和临界剪切率的非线性边界滑移模型研究了两个球体间的挤压流体膜问题。研究发现初始滑移长度对低剪切率下的滑移行为起主要作用, 而临界剪切率决定了高剪切率下的边界滑移程度。球体表面挤压流体膜的边界滑移量是与半径坐标相关的高度非线性函数。在挤压膜的中心点和远离中心点处由于低剪切率滑移量等于初始滑移长度, 然而在高剪切率区域滑移长度迅速增加。球体挤压膜的流体动压力随着初始滑移长度的增加和临界剪切率的减小而减小, 并且临界剪切率对流体动力的影响要比初始滑移长度大的多, 当临界剪切率很小的情况下, 流体动压随着最小膜厚的减小几乎不再增加。所用模型给出的理论预报和实验非常吻合。

关键词: 边界滑移; 非线性; 挤压膜; 流体流动

中图分类号: O357.1 文献标识码: A

引 言

数百年来, 在经典流体力学的所有教科书中, 几乎都有一个假设: 在固体和液体的交界面上没有滑移, 即固体和液体在交界面上没有相对运动^[1, 2], 这就是所谓的无滑移边界条件, 已被广泛用于各种宏观实验和流变测量。然而, 这一流体力学经典假设在薄膜润滑、高剪切流体、微流体学等领域受到质疑, 尤其在最近十年来时间里。早期实验^[3]证明了水在不湿润固体表面存在滑移, 最近许多实验观察^[4~11]证实边界滑移存在于各种各样的液固界面。除了实验观察外, 分子动力学(MD)的计算机模拟也证实了在低作用力的液固界面存在滑移^[12, 13]。

受约束的流体系统的流体动压力取决于边界条件。已有研究发现随着流体粘度和剪切率增加边界滑移量会增加^[7~10]。1879年 Maxwell^[14]提出气体流动在固体表面的滑移法则, 即滑移速度与界面剪切率呈线性关系: $v_s = b \gamma$ 其中 v_s 是滑移速度, b 是气体分子的平均自由程, γ 是气体在流-固界面的真实剪切率。也可以这么理解, b 是所谓的滑移长度, 即无边界滑移时虚构的固体表面与实际界面的距离。这是后来 Lamb^[1]提出的描述方法, 并由 White^[15]再次定义。现在这一模型被称为滑移长度模型(SLM)。在滑移长度模型中, 假设滑移速度 v_s 与局

* 收稿日期: 2005_06_25; 修订日期: 2006_06_02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10332010, 10272028, 10421002); 高等学校博士点专项基金资助项目(2003141013)

作者简介: 周平(1980—), 男, 浙江人, 博士(E-mail: joep1205@yahoo.com.cn);
吴承伟(1957—), 男, 教授, 博士(联系人, E-mail: cwwu@dlut.edu.cn)。

部剪切率 γ 成正比, 比例系数是 b 。但是实验观察发现滑移长度模型不能准确描述滑移速度, 尤其在用原子力显微镜 AFM (atomic force microscope)^[6~8] 和表面力仪 SFA (surface force apparatus)^[9, 10] 测量高剪切率流体时。研究发现滑移长度模型只能用来解释小滑移长度实验^[8], 滑移长度并非常数, 随着剪切率的增加而迅速增加, 因而测得了很大的滑移量^[9~11]。

另一种滑移模型是表面极限剪应力模型^[16~19]。这种模型假设在剪切应力/应变率小于临界值时没有边界滑移, 但是当达到临界值时出现边界滑移。极限剪应力模型经常被用于高剪切率下的薄膜润滑问题。在高剪切率时这种模型和实验很吻合, 但是在低剪切率下认为没有滑移。

Thompson 和 Troian^[13] 用 MD 方法来模拟简单流体在固体表面的边界滑移。他们发现在低剪切率下滑移长度为一常数, 但在高剪切率下并且逼近临界值时滑移长度迅速增加。流体的剪切率可以无限逼近临界值但不会达到临界值。实际上这种模型可以近似的认为是滑移长度模型和表面极限应力模型的组合。最近, Priezjev 和 Troian^[20] 用 MD 方法模拟平行板剪切下的高分子薄膜来考察滑移长度和分子参数及剪切率的关系, 发现不论是简单流体还是复杂流体滑移长度与剪切率有相同的关系^[13], 即有相同的滑移法则。

1 球形挤压膜表面的非线性边界滑移

Troian 等^{[13],[20]} 通过 MD 方法模拟滑移速度和剪切率的关系来描述非线性滑移条件

$$v_s = b_0 \sqrt{1 - |\gamma| / \gamma_c}, \quad (1)$$

其中 b_0 是初始滑移长度, γ 是剪切率 ($|\gamma| \leq \gamma_c$), γ_c 是临界剪切率或极限剪切率。流固界面的剪切率可以无限接近临界剪切率, 但不能达到临界值。与线性滑移关系相比得到以下非线性滑移长度

$$b = b_0 / \sqrt{1 - |\gamma| / \gamma_c}, \quad (2)$$

当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时 $b \rightarrow b_0$, 方程(1)变为滑移长度模型, 即线性滑移。当 b_0 非常小时, 非线性滑移模型变为临界剪切应力模型^[16, 17]。

原子力显微镜(AFM)^[6~8]和表面力仪(SFA)^[9, 10]是最近几年发展起来的用来间接测量边界滑移的方法。这两种测量方法采用同样的原理: 首先测量球接近平面时的流体动压力, 然后用常数滑移长度假设推算出滑移长度, Vinogradova^[21]给出了一种计算两个球体接近时流体动压力 F 的简单解析解: $F = (6\pi R^2 \eta v / h_0) f^*$ 。其中 R 是球体靠近平面时的等效半径(当两个球体靠近时, $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$, R_1 和 R_2 分别是球体 1 和 2 的半径), η 是流体粘度, v 是球体接近的速度, h_0 是球体间的最小间距, f^* 是小于 1 并与表面疏水特性相关的常滑移长度 b 的函数。然而, 试验^[9, 10]发现滑移长度并不是常量, 会随着剪切率的增加迅速增加。对于非线性滑移条件, 由于滑移长度和剪切率间的复杂本构关系, 没有解析解。下面让我们来研究如图 1 所示的挤压薄膜流动, 由液体薄膜的流体动力学方程^{[1, 2],[21]}, 我们得到

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) = 0, \quad (3)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \eta \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

其中 p 为流体压力, v_z 和 v_r 分别是流体在 z 和 r 方向的速度. 如果两个固体表面有着相同的滑移性质, 对方程(3)~ 方程(5)积分和整理后可以得到

$$- HB^3 - \left(\frac{H^2}{6} - \frac{V_0 \xi}{2} \right) B^2 + B_0^2 HB + \frac{H^2}{6} B_0^2 = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{2}{H} \left(\frac{B_0^2}{B^2} - 1 \right), \quad (7)$$

其中

$$\xi = r/R; H_0 = h_0/R; B = b/R; B_0 = b_0/R; \\ H = H_0 + \xi^2/2; V_0 = v_0/(v_c R); P = p/(v_c \eta).$$

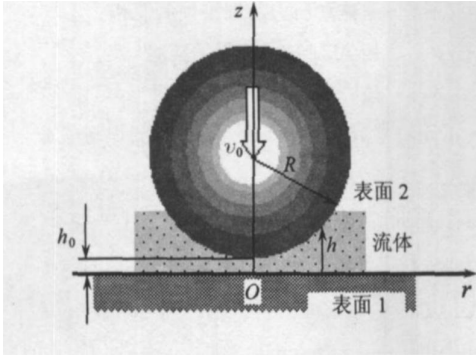


图1 球以速度 v 向一光滑平面作挤压运动示意图

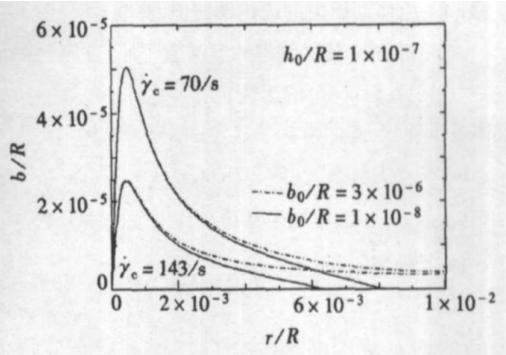
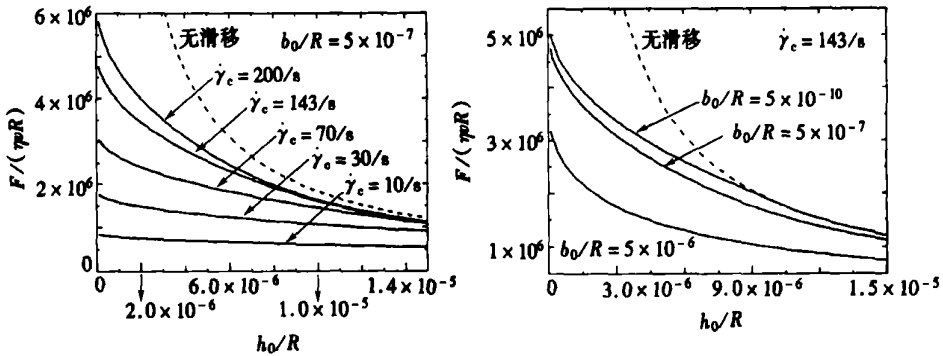


图2 流体薄膜在不同初始滑移长度和临界剪切率下的滑移长度分布

由方程(6)和方程(7)的数值解可以得到流体压力分布和滑移长度, 然后可以得到流体动压力. 图2给出了挤压薄膜流体上的滑移长度分布. 显然滑移长度是坐标位置的很强的非线性函数. 由于非常小的表面剪切率, 在“接触”中心和远离中心处滑移长度等于初始滑移长度 b_0 . 不过在高剪切率区滑移长度增大许多.



(a) 不同的极限剪切率

(b) 不同的初始滑移长度

图3 流体动压力和最小流体薄膜厚度的关系

图3给出了对于不同的初始滑移长度和临界剪切率下流体动压力和最小膜厚的关系. 流体动压力随着初始滑移长度的增加和临界剪切应变率的减小而减小. 初始滑移长度对流体动压力的影响要小于临界剪切率对流体动压力的影响. 从图中可以看到当临界剪切率很小时流体动压力随最小膜厚的减小而增加的非常缓慢.

图4是理论预报和用SFA实验测量^[9]的结果比较. 可以看到非线性滑移模型和实验结果

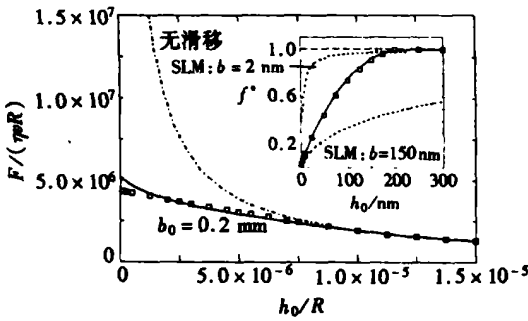


图4 流体动压力的理论预测值(曲线)和用SFA技术测得的实验值^[9](方形符号)的比较

(流体是十四烷,界面滑移参数为: $b_0 = 0.2 \mu\text{m}$, $v_c = 143/\text{s}$ 实验参数: $R = 2 \text{ cm}$, $\eta = 4.2 \text{ MPa}\cdot\text{s}$, $v = 63 \text{ nm/s}$ 插图中与用常数滑移模型(SLM)预测结果作了比较)

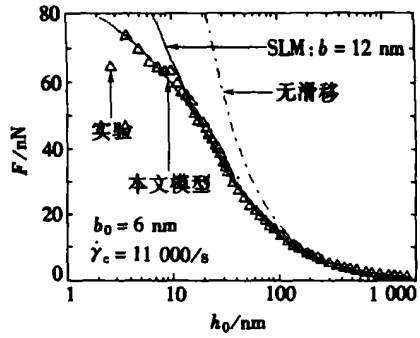


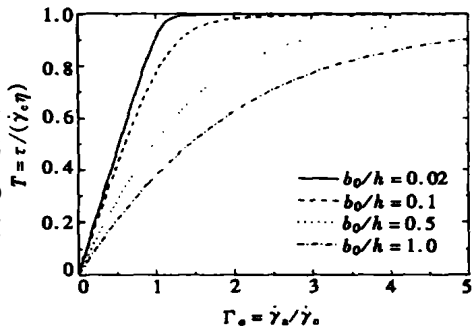
图5 流体动压力的理论预测值和用AFM技术测得的实验值^[7]的比较

(为了比较常数滑移长度模型(SLM)的预测结果也示于图中。球体表面(氧化硅, $R = 10.4 \mu\text{m}$, $v = 21.6 \mu\text{m/s}$)和平面(云母)都镀上了一层厚度为 15.1 nm 的金膜。流体是粘度 $\eta = 38.9 \text{ MPa}\cdot\text{s}$ 的水解蔗糖)

在很大的剪切率范围内都吻合良好。不过在膜厚很小时 ($h_0 < 5 \text{ nm}$), 测量值要比预报值稍小一些, 在这个范围的测量误差要比膜厚较大时复杂得多。当薄膜厚度小于 5 nm 时, 在理论分析中用到的连续介质假设可能已不成立。所以我们在这一区域没有给出理论预报值。我们试图用SLM理论在 h_0 较大和较小区域来拟合曲线 f^* , 但和实验值偏差都很大。图4的理论预报在大剪切率时与用极限剪切应力模型极为接近^[22]。用非线性滑移模型的预报结果与用AFM技术测的实验数据^[7]同样很好的吻合(见图5)。

2 讨 论

本文用一般的非线性滑移关系来研究球面间受挤压流体的边界滑移。当初始滑移长度 b_0 非常小时, 如果剪切率远小于临界值边界滑移可以忽略不计。在这种情况下只需要考虑高剪切率下的边界滑移, 此时非线性滑移模型可以近似的用极限剪切应力模型^{[16-19], [22]}来描述。在低剪切率时, 边界滑移服从滑移长度模型, 如果 b_0 非常小, 那么就变成了无滑移边界。随着剪切率的增加, 界面滑移表现出很强的非线性行为。



对于进行流变测量的平行板剪切实验系统, 应用非线性边界滑移模型可以得到剪切应力和剪切率间的关系如图6所示, 这是一个典型的“非牛顿流变”特征。问题是怎样来解释类似于这样的流变曲线, 是由流体的流变属性还是边界滑移所致? 从理论分析来看在理想平行的滑动间隙中, 流体膜的剪切应力是一常数^[18]。但对于非

图6 不同初始滑移长度时无量纲剪切应力和归一化的表观剪切率关系曲线(表观剪切率和真实剪切率分别为 v/h 和 $(v - v_s)/h$)

理想平行间隙, 剪切应力沿厚度方向是一线性函数。后者可能是实际实验观察中更一般的情况。如果是这样, 流体的“非牛顿”行为或许可以用流固界面的非线性边界滑移来解释。因此在定义剪切率和表观剪切率的非线性关系时要格外引起注意, 非牛顿流行为和非线性滑移都可能是其中的原因。

3 结 论

本文用 Thompson 和 Troian^[13] 提出的非线性边界滑移模型来研究球面挤压流体薄膜的流动。我们发现初始滑移长度控制低剪切率下的滑移行为, 而临界剪切率控制高剪切率下的边界滑移。在球面挤压膜中, 流体薄膜的边界滑移量是半径坐标的强非线性函数。因为在“接触”中心处和远离中心处的剪切率较低, 滑移长度等于初始滑移长度。不过在高剪切率区, 滑移长度会增加许多。流体动压力随着初始滑移长度的增加和临界剪切率的减小而减小。初始滑移长度对流体动压力的影响要小于临界剪切率对流体动压力的影响。当临界剪切率很小时, 流体动压力随最小膜厚的减小增加得非常缓慢。理论预报和实验测得的球面挤压流体薄膜的流体动压力非常吻合。

[参 考 文 献]

- [1] Lamb H. Hydrodynamics [M]. New York: Dove, 1932.
- [2] Faber T. Fluid Dynamics for Physicists [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [3] Schnell E. Slippage of water over nonwetttable surfaces [J]. J Appl Phys, 1956, **27**(10): 1149—1152.
- [4] Pit R, Hervet H, Leger L. Friction and slip of a simple liquid at solid surface [J]. Tribol Lett, 1999, **7**(2/3): 147—152.
- [5] Pit R, Hervet H, Leger L. Direct experimental evidence of slip in hexadecane: solid interfaces [J]. Phys Rev Lett, 2000, **85**(5): 980—983.
- [6] Bonaccorso E, Kappl M, Butt H J. Hydrodynamic force measurements: boundary slip of hydrophilic surfaces and electrokinetic effects [J]. Phys Rev Lett, 2002, **88**(7): 076103.
- [7] Craig V S J, Neto C, Williams D R M. Shear-dependent boundary slip in an aqueous Newtonian liquid [J]. Phys Rev Lett, 2001, **87**(5): 054504.
- [8] Bonaccorso E, Butt H J, Craig V S J. Surface roughness and hydrodynamic boundary slip of a Newtonian fluid in a completely wetting system [J]. Phys Rev Lett, 2002, **90**(14): 144501.
- [9] Zhu Y, Granick S. Rate-dependent slip of Newtonian liquid at smooth surfaces [J]. Phys Rev Lett, 2001, **87**(9): 096105.
- [10] Zhu Y, Granick S. Limits of the hydrodynamic no-slip boundary condition [J]. Phys Rev Lett, 2002, **88**(10): 106102.
- [11] Hervet H, Leger L. Flow with slip at the wall: from simple to complex liquids [J]. L. C. R. Physique, 2003, **4**(2): 241—249.
- [12] Sun M, Edner C. Molecular dynamics study of flow at a fluid-wall interface [J]. Phys Rev Lett, 1992, **69**(24): 3491—3494.
- [13] Thompson P A, Troian S M. A general boundary condition for liquid flow at solid surfaces [J]. Nature, 1997, **389**(6649): 360—362.
- [14] Maxwell J C. On stresses in rarified gases arising from inequalities of temperature [J]. Philos Trans Roy Soc London, 1879, **170**(3): 231—256.
- [15] White F M. Viscous Fluid Flow [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1974.

- [16] Bair S, Winer W O. Shear strength measurements of lubricants at high pressure[J]. ASME J Lub Tech, 1979, **101**(3): 251—256.
- [17] Bair S, Winer W O. The shear stress rheology of liquid lubricants at pressure of 2 to 200 Mpa[J]. ASME J Tribology, 1990, **112**(2): 246—252.
- [18] WU Cheng_wei, ZHONG Wan_xie, Qian L X, et al. Parametric variational principle for viscoplastic lubrication model[J]. ASME J Tribology, 1992, **113**(4): 731—735.
- [19] Stahl J, Jacobson B O. A lubricant model considering wall_slip in EHL line contacts[J]. ASME J Tribology, 2003, **125**(3): 523—532.
- [20] Priezjev N V, Troian S M. Molecular origin and dynamic behavior of slip in sheared polymer films[J]. Phys Rev Lett, 2004, **92**(1): 018302.
- [21] Vinogradova O I. Drainage of a thin liquid film confined between hydrophobic surfaces[J]. Langmuir, 1995, **11**(6): 2213—2220.
- [22] WU Cheng_Wei, MA Guo_jun. On the boundary slip of fluid flow[J]. Science in China, Series G, 2005, **48**(2): 178—187.

Squeeze Film Flow With Nonlinear Boundary Slip

ZHOU Ping, WU Cheng_wei, MA Guo_jun

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology,
Dalian 116024, P. R. China)

Abstract: A nonlinear boundary slip model consisting of an initial slip length and a critical shear rate was used to study the nonlinear boundary slip of squeeze fluid film confined between two approaching spheres. It is found that the initial slip length controls the slip behavior at small shear rate, but the critical shear rate controls the boundary slip at high shear rate. The boundary slip at the squeeze fluid film of spherical surfaces is a strongly nonlinear function of the radius coordinate. At the center or far from the center of the squeeze film, the slip length equals the initial slip length due to the small shear rate. However, in the high shear rate regime the slip length increases very much. The hydrodynamic force of the spherical squeeze film decreases with increasing the initial slip length and decreasing the critical shear rate. The effect of initial slip length on the hydrodynamic force seems less than that of the critical shear rate. When the critical shear rate is very small the hydrodynamic force increases very slowly with a decrease in the minimum film thickness. The theoretical predictions agree well with the experiment measurements.

Key words: boundary slip; nonlinear; squeeze film; fluid flow