应用数学和力学, 第 27 卷 第 11 期
2006 年 11 月 15 日出版

Applied Mathematics and Mechanics
Vol. 27, No. 11, Nov. 15, 2006

文章编号: 1000_0887(2006) 11_1329_06

具有变时滞和脉冲效应的 Hopfield 神经网络的全局指数稳定性*

杨志春[1,2], 徐道义[2]

(1. 重庆师范大学 数学学院, 重庆 400047;
2. 四川大学 长江数学中心, 成都 610064)

(刘曾荣推荐)

摘要: 讨论了一类具有变时滞和脉冲效应的 Hopfield 神经网络模型• 利用按段连续的向量 Liapunov 思想方法, 研究了脉冲时滞神经网络的全局指数稳定性• 例子及其数值仿真说明了结果的有效性• 推广和改进了已有文献的一些结果•

关 键 词: 神经网络; 脉冲; 变时滞; 稳定性
中图分类号: O175; TP711 文献标识码: A

引 言

Hopfield 神经网络的稳定性是网络设计和应用的先决条件, 并已经受到广泛关注• 由于放大器开关速度的有限性, 在网络运行过程中时滞将不可避免[1]• 而且, 人工电子网络容易遭受瞬间干扰并使系统状态发生突然变化, 即出现脉冲效应[2~6]• 由于时滞和脉冲都会产生振动和不稳定, 从而使网络的动力行为更加复杂• 因此, 探讨脉冲和时滞对 Hopfield 神经网络稳定性的影响, 是十分必要的•

本文考虑了如下具有变时滞和脉冲效应的 Hopfield 神经网络模型

$$\begin{cases} x_i'(t) = -a_i x_i(t) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} g_j(c_j x_j(t-\tau_{ij}(t))) + J_i, & t \neq t_k,\ t \geqslant 0, \\ \Delta x_i(t_k) = x_i(t_k^+) - x_i(t_k^-), & i = 1, 2, \cdots, n;\ k \in N \overset{\Delta}{=} \{1, 2, \cdots\}, \end{cases} \tag{1}$$

其中 x_i 是神经元的状态, $a_i > 0$, b_{ij} 表示权系数, c_j 是放大器增益常数, J_i 是常输入, g_i 表示激励函数, 变时滞 $\tau_{ij}(t)$ 满足 $0 \leqslant \tau_{ij}(t) \leqslant \tau$, 脉冲时刻 $\{t_k, k \in N(\text{自然数集})\}$ 满足 $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \cdots$, $\lim_{k\to\infty} t_k = \infty$, $\Delta x_i(t_k)$ 代表系统状态在 t_k 时刻发生的瞬时增量•

若 $\Delta x_i \equiv 0$, 则模型(1) 成为连续的时滞神经网络

$$x_i'(t) = -a_i x_i(t) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} g_j(c_j x_j(t-\tau_{ij}(t))) + J_i, \qquad i = 1, \cdots, n;\ t \geqslant 0• \tag{2}$$

* 收稿日期: 2004_10_30; 修订日期: 2006_07_26
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10371083)
作者简介: 杨志春(1971—) , 男, 重庆人, 副教授, 博士(联系人. E_mail: zhichy@ yahoo. com. cn) ;
徐道义(1948—) , 男, 四川人, 教授, 博士生导师•

在文献[7]~文献[14]中，已得到了许多关于连续时滞神经网络的稳定性判据。相对而言，对脉冲神经网络稳定性的研究成果并不多见。最近，作者 Liu 等研究了无时滞的脉冲系统($\tau_{ij}(t)=0$, $c_j=1$)的鲁棒稳定性[3]。Akca 等讨论了具有常时滞的脉冲系统($\tau_{ij}(t)=\tau_{ij}$, $c_j=1$)的全局指数稳定性[4]。文献[5]和文献[6]研究了用测度微分方程描述的脉冲神经网络模型。

本文的目的是利用向量 Liapunov 函数方法，不动点定理和 M 矩阵的理论，讨论脉冲时滞系统(1)平衡点的存在唯一性和全局指数稳定性，所得判据也推广或改进相关文献中的结果，并为脉冲时滞神经网络的设计和应用提供了一点理论依据。

1 主要结果

为获得主要结果，我们首先给出一些基本准备和假设。

定义 1 称按段连续函数 $\boldsymbol{x}(t)=(x_1(t),\cdots,x_n(t))^{\mathrm{T}}:[-\tau,+\infty)\to R^n$ 为方程(1)满足初值条件

$$\boldsymbol{x}(s)=\phi(s),\qquad \phi\in C([-\tau,0],R^n) \tag{3}$$

的解，如果 $\boldsymbol{x}(t)$ 在 $t\neq t_k$, $k\in N$ 处连续，$\boldsymbol{x}(t_k)=\boldsymbol{x}(t_k^+)$ 且 $\boldsymbol{x}(t_k^-)$ 存在，当 $t\geqslant 0$ 时，$\boldsymbol{x}(t)$ 满足方程(1) 特别地，称点 $\boldsymbol{x}^*\in R^n$ 为方程(1)的平衡点，如果 $\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}^*$ 是(1)的解。

假设 g_i 满足全局 Lipschitz 条件，且脉冲算子看作连续系统(2)平衡点 $\boldsymbol{x}^*$ 的扰动，即

(A₁) $|g_i(s_1)-g_i(s_2)|\leqslant L_i|s_1-s_2|$, $\qquad\forall s_1,s_2\in\mathbf{R}$; $i=1,2,\cdots,n$。

(A₂) $\Delta x_i(t_k)=I_{ik}(x_i(t_k^-)-x_i^*)$, $I_{ik}(0)=0$, $|s+I_{ik}(s)|\leqslant\beta_{ik}|s|$, $\forall s\in\mathbf{R}$; $k\in N$。

对任意初始函数 ϕ，(A₁)和(A₂)保证了方程(1)的解的存在唯一性[15]。如果连续系统(2)存在唯一的平衡点 $\boldsymbol{x}^*$，由假设(A₂)，$\boldsymbol{x}^*$ 也是脉冲系统(1)的平衡点。

为了方便，引入记号：对于 $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}\in R^n$，记 $|\boldsymbol{x}|=(|x_1|,|x_2|,\cdots,|x_n|)^{\mathrm{T}}$，$\|\boldsymbol{x}\|$ 表示 R^n 空间的任意范数。对 $\boldsymbol{X}=(x_{ij})\in R^{n\times n}$，记 $\boldsymbol{X}=(|x_{ij}|)$。对 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\in R^{m\times n}$ 或 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\in R^n$，$\boldsymbol{X}\geqslant\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{X}>\boldsymbol{Y})$ 是指 $\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}$ 的对应元素都满足不等关系"$\geqslant(>)$"，$\boldsymbol{D}\in\mathscr{M}$ 表示矩阵 $\boldsymbol{D}$ 为 M 矩阵(其定义参见文献[16])，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})=(g_1(x_1),\cdots,g_n(x_n))^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{J}=(J_1,\cdots,J_n)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}\{a_1,\cdots,a_n\}$，$\boldsymbol{B}=(b_{ij})$，$\boldsymbol{C}=\mathrm{diag}\{c_1,\cdots,c_n\}$，$\boldsymbol{L}=\mathrm{diag}\{L_1,\cdots,L_n\}$，$\boldsymbol{E}$ 为单位阵。

下面，我们将讨论脉冲神经网络(1)平衡点的存在唯一性与全局指数稳定性。

定理 1 假设(A₁)，(A₂)成立，并且

(A₃) 存在一正数 λ 和向量 $\boldsymbol{z}=(z_1,z_2,\cdots,z_n)^{\mathrm{T}}>0$ 使：$(\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}+|\boldsymbol{BC}|\boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\lambda\tau})\boldsymbol{z}<0$;

(A₄) 设 $\eta\triangleq\limsup\limits_{k\to\infty}\dfrac{\ln\eta_k}{t_k-t_{k-1}}<\lambda$，其中 $\eta_k=\max\{1,\beta_{1k},\beta_{2k},\cdots,\beta_{nk}\}$。

则系统(1)的平衡点是唯一且是全局指数稳定的，其指数收敛率为 $\lambda-\eta$。

证明 (Ⅰ) 系统(1)平衡点的存在性和唯一性

由(A₂)，只须证明连续系统(2)的平衡点的存在性和唯一性，它也是代数方程：$-\boldsymbol{Ax}+\boldsymbol{Bg}(\boldsymbol{Cx})+\boldsymbol{J}=\boldsymbol{0}$ 的解。定义算子 $T(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{Bg}(\boldsymbol{Cx})+\boldsymbol{J})$，$\boldsymbol{x}\in R^n$。由于 $(\boldsymbol{A}-|\boldsymbol{BC}|\boldsymbol{L})\boldsymbol{z}\geqslant(\boldsymbol{A}-\lambda\boldsymbol{E}-|\boldsymbol{BC}|\boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\lambda\tau})\boldsymbol{z}>0$，必有一足够大的数 r 使得 $(|\boldsymbol{B}||\boldsymbol{g}(0)|)+|\boldsymbol{J}|)\leqslant(\boldsymbol{A}$

$-|BC|L)rz$• 从而, $A^{-1}(|B|g(0)|+|J|)\leqslant(E-A^{-1}|BC|L)rz$, 即 $A^{-1}(|BC|Lrz+|B||g(0)|+|J|)\leqslant rz$• 设 $\Omega=\left\{x\in R^n \mid |x|\leqslant rz\right\}$• 由(A1), 对任意 $x\in\Omega$, 有

$$|T(x)|\leqslant A^{-1}\left\{|B||g(Cx)+|J|\right\}\leqslant A^{-1}\left\{|BC|L|x|+|B||g(0)|+|J|\right\}\leqslant rz$$•

因此, 连续算子 T 是有界闭集 Ω 上的自映射• 利用 Brouwer 不动点定理, T 至少有一个不动点 x^*, 它是(2) 的平衡点• 进一步地, 若 y^* 也是(2) 的平衡点, 则 $-A(x^*-y^*)+B(g(Cx^*)-g(Cy^*))=0$• 进而,

$$A|x^*-y^*|=|A(x^*-y^*)|\leqslant |B||g(Cx^*)-g(Cy^*)|\leqslant |BC|L|x^*-y^*|,$$

即 $(A-|BC|L)|x^*-y^*|\leqslant 0$• 从 $(A-|BC|L)z>0$ 有[16]: $A-|BC|L\in\mathscr{M}$, $(A-|BC|L)^{-1}\geqslant 0$, 从而 $|x^*-y^*|=0$• 所以平衡点是唯一的•

(II) 系统(1) 的平衡点的全局指数稳定性

设 $x(t)$ 是满足初始条件(3) 的方程(1) 的解• 沿方程(1) 计算右上导数 $D^+|x_i(t)-x_i^*|$, 由(A1), 当 $t\neq t_k$, $k\in N$ 时, 可得

$$\begin{aligned}D^+|x_i(t)-x_i^*|&\leqslant\\ &-a_i|x_i(t)-x_i^*|+\sum_{j=1}^n|b_{ij}|g_j(c_jx_j(t-\tau_{ij}(t)))-g_j(c_jx_j^*)|\leqslant\\ &-a_i|x_i(t)-x_i^*|+\sum_{j=1}^n|b_{ij}c_j|L_j|x_j(t-\tau_{ij}(t))-x_j^*|\text{•}\end{aligned}\tag{4}$$

记 $\eta_0=1$, $d_i=z_i\Big\backslash\min\limits_{1\leqslant j\leqslant n}\left\{z_j\right\}$, $\|\phi\|=\sup\limits_{s\in[-\tau,0]}\|x(s)-x^*\|$, $i=1,2,\cdots,n$• 下面, 我们将证明

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant\eta_0\eta_1\cdots\eta_{k-1}d_ie^{-\lambda t}\|\phi\|,\qquad t_{k-1}\leqslant t\leqslant t_k;\ k\in N\text{•}\tag{5}$$

由于 $d_i\geqslant 1$ 且 $\lambda>0$,

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant d_ie^{-\lambda t}\|\phi\|,\qquad -\tau\leqslant t\leqslant 0\text{•}\tag{6}$$

我们断言: 对任意 $\rho>\|\phi\|\geqslant 0$,

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant\rho d_ie^{-\lambda t}\overset{\Delta}{=}y_i(t),\qquad 0\leqslant t<t_1;\ i=1,2,\cdots,n\text{•}\tag{7}$$

否则, 由函数 $x_i(t)$, $y_i(t)$ 在 $t\in[0,t_1)$ 上连续, 则必存在 $t^*\in(0,t_1)$ 和某个正整数 m, 使

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant y_i(t),\qquad t\leqslant t^*;\ i=1,\cdots,n\text{•}\tag{8}$$

$$|x_m(t^*)-x_m^*|=y_m(t^*),\quad D^+|x_m(t^*)-x_m^*|\geqslant y_m'(t^*)\text{•}\tag{9}$$

利用(4) 式, (8) 式和(9) 式,

$$\begin{aligned}D^+|x_m(t^*)-x_m^*|&\leqslant\\ &-a_m|x_m(t^*)-x_i^*|+\sum_{j=1}^n|b_{mj}c_j|L_j|x_j(t^*-\tau_{mj}(t^*))-x_j^*|\leqslant\\ &-a_my_m(t^*)+\sum_{j=1}^n|b_{mj}c_j|L_jy_j(t^*-\tau_{mj}(t^*))\leqslant\\ &\left[-a_md_m+\sum_{j=1}^n|b_{mj}c_j|L_je^{\lambda\tau}d_j\right]\rho e^{-\lambda t^*}\text{•}\end{aligned}\tag{10}$$

从(A3), $-a_md_m+\sum\limits_{j=1}^n|b_{mj}c_j|L_je^{\lambda\tau}d_j<-\lambda d_m$, 进而

$$D^+|x_m(t^*)-x_m^*|<-\lambda\rho d_m e^{-\lambda t^*}=y_m'(t^*),$$

这和式(9)中的不等式矛盾• 那就是说, 对任意 $\rho>\|\phi\|\geqslant 0$, (7) 式成立• 让 $\rho\to\|\phi\|$, 则当 $t\in[t_0,t_1)$ 时, 不等式(5) 保持• 假设对所有 $l=1,\dots,k$, 不等式

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant\eta_0\dots\eta_{l-1}d_i e^{-\lambda t}\|\phi\|,\qquad t_{l-1}\leqslant t<t_l, \tag{11}$$

都成立• 利用方程(1)和假设(A_2), 我们有

$$|x_i(t_k^+)-x_i^*|=|I_{ik}(x_i(t_k^-)-x_i^*)+x_i(t_k^-)-x_i^*|\leqslant$$
$$\beta_{ik}|x_i(t_k^-)-x_i^*|\leqslant\eta_k|x_i(t_k^-)-x_i^*|,\qquad k\in N• \tag{12}$$

再由(11) 式, (12) 式和 $\eta_k\geqslant 1$, 得到

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant\eta_0\dots\eta_{k-1}\eta_k d_i e^{-\lambda t}\|\phi\|,\qquad t_k-\tau\leqslant t\leqslant t_k• \tag{13}$$

和上面构造矛盾的过程类似, 我们能够证明(13) 式蕴涵

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant\eta_0\dots\eta_{k-1}\eta_k d_i e^{-\lambda t}\|\phi\|,\qquad t_k\leqslant t<t_{k+1}•$$

由数学归纳法, 不等式(5) 对任意 $k\in N$ 都成立• 从(A_4), 存在正整数 m, 使得: $\eta_l\leqslant e^{\eta(t_l-t_{l-1})}$, $l>m$• 从而

$$|x_i(t)-x_i^*|\leqslant\eta_1\dots\eta_m e^{\eta(t_{m+1}-t_m)}\dots e^{\eta(t_{k-1}-t_{k-2})}d_i e^{-\lambda t}\|\phi\|\leqslant$$
$$[\eta_1\dots\eta_m d_i]e^{-(\lambda-\eta)t}\|\phi\|,\qquad t_{k-1}\leqslant t<t_k,\ k\in N,$$

所以, 系统(1) 的平衡点 $\boldsymbol{x}^*$ 是存在唯一的且全局指数稳定• 证毕•

注 条件(A_3)等价于 $\boldsymbol{A}-|\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}|\boldsymbol{L}\in\mathscr{M}$• 从假设($A_3$)和($A_4$)可知, 参数 η, λ分别依赖于脉冲与时滞• 因此定理 1 显示了时滞和脉冲对 Hopfield 神经网络稳定性的影响• 从而, 我们的判据对设计全局稳定的, 具抗时滞和脉冲双重干扰的神经网络, 提供了一定的理论依据•

2 讨论和例子

利用定理 1, 我们容易得到下面平衡点全局指数稳定的, 与时滞无关的充分条件•

推论 1 设(A_1)成立• 如果 $\boldsymbol{A}-|\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}|\boldsymbol{L}\in\mathscr{M}$, 并且 $\Delta x_i(t_k)=I_{ik}(x_i(t_k^-)-x_i^*)$, $|s+I_{ik}(s)|\leqslant s$, $\forall s\in R$, $i=1,2,\dots,n$; $k\in N$, 那么脉冲系统(1) 的平衡点是唯一且全局指数稳定的•

推论 2 如果(A_1) 成立, $\boldsymbol{A}-|\boldsymbol{B}\boldsymbol{C}|\boldsymbol{L}\in\mathscr{M}$, 则不含脉冲(即 $I_{ik}(s)\equiv 0$) 的系统(2) 的平衡点是唯一的, 且是全局指数稳定的•

注 当 $c_j\equiv 1$ 且 $\tau_{ij}(t)\equiv\tau_{ij}$, $i,j=1,\dots,n$ 时, Akca 等[4] 证明了在下列条件下, 系统(1) 的平衡点是唯一和全局指数稳定的•

1) g_i 有界且(A_1) 成立, $i=1,2,\dots,n$•

2) $\boldsymbol{A}-|\boldsymbol{B}|\boldsymbol{L}$ 是严格列对角占优•

3) $\Delta x_i(t_k)=-\gamma_{ik}[x_i(t_k^-)-x_i^*]$, $0<\gamma_{ik}<2$•

不难看出, 上述各条件比推论 1 的相应条件都较为严格• 所以, 文献[4] 中关于脉冲时滞神经网络的主要结论是本文推论 1 的一种特殊情形• 而且, 当系统退化为连续神经网络(1) 时, 推论 2 推广或改进了文献[7] ~ 文献[14] 中的相应结果•

下面, 我们给出一个例子说明我们结论的有效性•

例 1 考虑具有脉冲效应的 Hopfield 时滞神经网络

$$\begin{cases} x_1'(t) = -3x_1(t) + |x_1(t-\tau_{11}(t))| - 2|x_2(t-\tau_{12}(t))|, & t \neq t_k, \\ x_2'(t) = -3x_2(t) + 0.5|x_1(t-\tau_{21}(t))| + |x_2(t-\tau_{22}(t))|, & t \geqslant 0, \\ \Delta x_1(t_k) = x_1(t_k^+) - x_1(t_k^-) = I_{1k}(x_1(t_k^-)), & t_k = k, \\ \Delta x_2(t_k) = x_2(t_k^+) - x_2(t_k^-) = I_{2k}(x_2(t_k^-)), & k \in N, \end{cases} \tag{14}$$

其中, $\tau_{ij}(t) = |\sin(i+j)t|$, $i, j = 1, 2$。 容易观察到 $\tau = 1$, $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{C} = \boldsymbol{E}$,

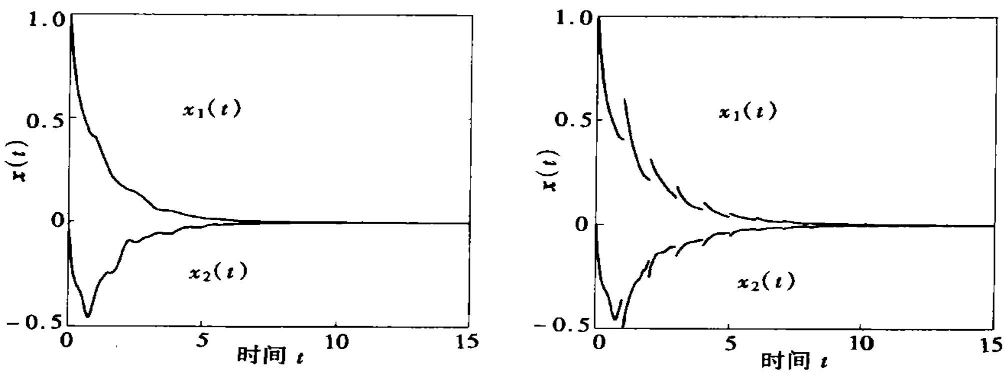
$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{A} - |\boldsymbol{BC}|\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -0.5 & 2 \end{pmatrix} \in \mathscr{M}$$

1) 若 $I_{1k}(x_1) = I_{2k}(x_2) = 0$, $k \in N$, 则系统(14)为无脉冲的 Hopfield 时滞神经网络模型。由推论 2, 系统(14)有唯一的全局指数稳定的平衡点$(0, 0)^{\mathrm{T}}$。

2) 若 $I_{1k}(x_1) = 0.3x_1$, $I_{2k}(x_2) = 0.3x_2$, $k \in N$, 则系统(14)为含脉冲的Hopfield 时滞神经网络模型。 取 $\boldsymbol{z} = (2, 1)^{\mathrm{T}}$, $\lambda = 0.3$ 使得: $(\boldsymbol{A} - \lambda\boldsymbol{E} - |\boldsymbol{BC}|\boldsymbol{L}\mathrm{e}^{\lambda\tau})\boldsymbol{z} > 0$。 从而

$$\frac{\ln \eta_k}{t_k - t_{k-1}} \leqslant \ln(1.3) < \lambda = 0.3, \qquad k \in N。$$

其中, $\eta_k = \beta_{1k} = \beta_{2k} = 1.3$。 依据定理 1, 平衡点$(0, 0)^{\mathrm{T}}$是全局指数稳定的, 指数收敛率约为 0.03。 然而, 即使 $\tau_{ij}(t) \equiv 1$, 文献[4]中条件也不成立, 从而不能推导系统(14)的稳定性。



(a) 不含脉冲效应 (b) 含脉冲效应

图 1 具时变时滞的 Hopfield 神经网络(14)的稳定性

取初值函数: $(x_1(t), x_2(t))^{\mathrm{T}} = (\cos(t), \sin(t))^{\mathrm{T}}$, $t \in [-1, 0]$, 图 1 描绘了上面两种情形的状态变量$(x_1(t), x_2(t))^{\mathrm{T}}$ 随时间变化的轨道图。

[参 考 文 献]

[1] Marcus C M, Westervelt R M. Stability of analog neural networks with delay[J]. Phys Rev A, 1989, **39**(1): 347—359.

[2] Panas A I, Yang T, Chua L O. Experimental results of impulsive synchronization between two Chua's circuits[J]. Internat J Bifurcation Chaos Appl Sci Eng, 1998, **8**(3): 639—644.

[3] 刘斌, 刘新芝, 廖晓昕. 脉冲 Hopfield 神经网络的鲁棒 H_稳定性及其脉冲控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2003, **20**(2): 169—172.

[4] Akca H, Alassar R, Covachev V, et al. Continuous_time additive Hopfield_type neural networks with impulses[J]. J Math Anal Appl, 2004, **290**(2): 436—451.

[5] YANG Zhi_chun, XU Dao_yi. Stability analysis of delay neural networks with impulsive effects[J].

IEEE Transactions on Circuits and Systems Ⅱ, 2005, **52**(8): 517—521.

[6] GUAN Zhi_hong, CHEN Guan_rong. On delayed impulsive Hopfield neural networks[J]. Neural Networks, 1999, **12**(2): 273—280.

[7] Driessche P V D, Zou X F. Global attractivity in delayed Hopfield neural network models[J]. SIAM J Appl Math, 1998, **58**(16): 1878—1890.

[8] 曹进德, 李继彬. 具有交互神经传递的神经网络的稳定性[J]. 应用数学和力学, 1998, **19**(5): 425—430.

[9] Mohamad S. Global exponential stability of continuous_time and discrete_time delayed bidirectional neural networks[J]. Phys D, 2001, **159**(3): 233—251.

[10] XU Dao_yi, ZHAO Hong_yong, ZHU Hong. Global dynamics of Hopfield neural networks involving variable delays[J]. Computers and Mathematics With Applications, 2001, **42**(1): 39—45.

[11] WANG Lin_shan, XU Dao_yi. Stability for Hopfield neural networks with time delays[J]. Journal of Vibration and Control, 2002, **8**(1): 13—18.

[12] 王林山, 徐道义. Hopfield型时滞神经网络的稳定性分析[J]. 应用数学和力学, 2002, **23**(1): 59—64.

[13] GUO Shang_jiang, HUANG Li_hong. Stability analysis of a delayed Hopfield neural network[J]. Phys Rev E, 2003, **67**(6): 1—7.

[14] 廖晓昕. 论 Hopfield 神经网络中物理参数的数学内蕴[J]. 中国科学, E 辑, 2003, **33**(2): 127—136.

[15] Lakshmikantham V, Bainov D D, Simeonov P S. Theory of Impulsive Differential Equations[M]. Singapore: World Scientific, 1989.

[16] 廖晓昕. 动力系统的稳定性理论和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001, 9—14.

Global Exponential Stability of Hopfield Neural Networks With Variable Delays and Impulsive Effects

YANG Zhi_chun[1,2], XU Dao_yi[2]

(1. Mathematics College, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, P. R. China;

2. Yangtze Center of Mathematics, Sichuan University, Chengdu 610064, P. R. China)

Abstract: A class of Hopfield neural network with time_varying delays and impulsive effects is concerned. Some sufficient conditions ensuring the global exponential stability of impulsive delay neural networks by applying the piecewise continuous vector Lyapunov function were obtained. An example and its simulation are given to illustrate the effectiveness of the results.

Key words: neural network; impulse; varying delay; stability