

非线性基准建筑物振动的主动控制^{*}

周星德¹, 陈道政²

(1. 河海大学 工程力学系, 南京 210098;

2. 合肥工业大学 土木建筑学院, 合肥 230009

(陈予恕推荐)

摘要: 非线性基准建筑物的振动方程属于非仿射系统, 目前的非线性模型降阶方法不能采用. 而直接采用非线性控制策略所设计的控制器阶数较高, 难以用于实际场合. 为此, 开发了一种适合于非线性建筑结构的新的振动主动控制方法, 该方法思路是识别线性化的结构模型, 进而根据力作用原理把控制力施加到所识别的结构模型上. 该方法所建模型可以通过经验 Gramian 矩阵进行平衡降阶, 所以具有较好的实用性. 最后给出了 3 层基准结构的计算实例, 其结果表明所提出的方法对土木工程结构是可行的.

关键词: 非线性; 建筑物; 模型识别; 线性化; 经验 Gramian 矩阵

中图分类号: TU311. 3; TP273. 1 **文献标识码:** A

引 言

建筑结构在强震、飓风等作用下出现非线性特征, 考虑结构非线性的振动主动控制的研究是目前研究热点之一. 非线性基准建筑物在 2004 年被提出^[1], 包括 3、9 和 20 层 3 种类型, 分别对应于低、中、高层建筑物, 变形曲线为双线性滞后曲线, 地震波采用 4 种类型: Elcentro、Kobe、Northridge 和 Hachinohe, 共定义了 17 个评价指标, 基准结构示范程序采用 Matlab 软件编制, 结构参数及系统仿真均可采用此程序, 其下载网址: www.nd.edu/~quake/.

对于大型结构来讲, 通常具有较多的自由度, 为简化控制器设计须进行降阶处理. 目前非线性模型降阶方法还不成熟, 仅适合于仿射系统^[2]. 对于建筑结构来讲, 其非线性特性多采用 Bouc-Wen 模型, 其振动方程不是仿射系统, 难以降阶. 若直接采用优化控制^[3], 其状态方程为结构自由度的 3 倍, 虽可以进行控制分析, 但在实际应用中会因为控制器阶数太大而难以实施. 通过系统识别, 进而设计控制系统是一种有效的途径^[4]. 对于非线性结构来讲: 一种是采用模糊识别, 进而进行模糊控制, 但只适用于少自由度系统^[5]; 另一种方式是直接识别^[6]. 实际上, 非线性系统可以进行线性化处理, 同样在识别时也可以得到其线性化的状态方程, 只是状态方程阶数较大, 须进行降阶处理. 因为系统为非线性系统, 虽然已变为线性化的状态方程, 但最好采用非线性降阶方法, 可以采用经验 Gramian 矩阵, 通过平衡降阶法来降低模型的

* 收稿日期: 2005-08-16; 修订日期: 2007-01-23

基金项目: 江苏省第二批“六大人才高峰”资助项目; 江苏省自然科学基金资助项目(BK2003083)

作者简介: 周星德(1964—, 男, 合肥人, 副教授, 博士(联系人: Tel: + 86-25-83786006; E-mail: ZXDLKC@163.com).

阶数^[7].

本文以3层非线性基准建筑物为研究对象,提出了一种新的非线性建筑物振动主动控制方法.其具体思路为:首先,建立在N4sid^[8]识别方法的基础上,推导了适合于主动控制系统的识别算法;其次,根据控制力作用原理,提出在所识别的系统上施加作动器的方法.计算实例说明本文的方法是有效的.

1 模型识别

考虑到控制设计多以状态方程为基础,这里采用状态方程作为识别模型.比较好的识别方法是Overschee和Moor开发的N4sid法,它适合于仅有外激励力情况.而本文的研究对象包含控制力,所以必须重新推导如下:

设线性化的状态方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{w}_k + \mathbf{K}\mathbf{v}_k, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (2)$$

式中: \mathbf{x}_k 为 n 维状态变量, \mathbf{w}_k 为 m 维输入矢量, \mathbf{y}_k 为 l 维输出矢量, \mathbf{v}_k 为 l 维零均值白噪声序列. 目标是在输入 \mathbf{w}_k 和输出 \mathbf{y}_k 策略数据的基础上,确定系统矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 和 \mathbf{C} .

如果对式(1)、(2)的状态变量进行线性变换,其输入-输出是不会改变的,换句话说,通过如下的系统也可以得到同样的输入和输出.即

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}_T \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}_T \mathbf{w}_k + \mathbf{K}_T \mathbf{v}_k, \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}_T \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{v}_k, \quad (4)$$

式中: T 为 n 维变换方阵, $\bar{\mathbf{x}}_k = T^{-1}\mathbf{x}_k$, $\mathbf{A}_T = T^{-1}\mathbf{A}T$, $\mathbf{B}_T = T^{-1}\mathbf{B}$, $\mathbf{K}_T = T^{-1}\mathbf{K}$, $\mathbf{C}_T = \mathbf{C}T$. 所以须有附加原则方可唯一确定系统矩阵.

对于输出,可构造如下矩阵,为

$$\mathbf{Y}_{j,s,N} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_j & \mathbf{y}_{j+1} & \cdots & \mathbf{y}_{j+N-1} \\ \mathbf{y}_{j+1} & \mathbf{y}_{j+2} & \cdots & \mathbf{y}_{j+N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{y}_{j+s-1} & \mathbf{y}_{j+s} & \cdots & \mathbf{y}_{j+N+s-2} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

类似方法可构造矩阵 $\mathbf{W}_{j,s,N}$ 、 $\mathbf{V}_{j,s,N}$, 利用式(1)、(2)可得如下关系式,为

$$\mathbf{Y}_{j,s,N} = \Gamma_s \mathbf{X}_{j,N} + \mathbf{H}_s \mathbf{W}_{j,s,N} + \mathbf{G}_s \mathbf{V}_{j,s,N}, \quad (6)$$

$$\Gamma_s = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{s-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{j,N} = [\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_{j+1}, \cdots, \mathbf{x}_{j+N-1}],$$

$$\mathbf{H}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{s-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{s-3}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$G_s = \begin{bmatrix} I_l & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ CK & I_l & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ CAK & CK & I_l & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{s-2}K & CA^{s-3}K & \dots & CK & I_l \end{bmatrix},$$

式中: I_l 为 l 阶单位矩阵. 式(1) 还可表示为

$$\mathbf{x}_{k+1} = (A - KC)\mathbf{x}_k + B\mathbf{w}_k + K\mathbf{y}_k. \quad (7)$$

由式(7) 可得

$$\mathbf{X}_{s,N} = (A - KC)^{s-1}\mathbf{X}_{1,N} + L_s\mathbf{Z}_N, \quad (8)$$

式中:

$$L_s = [L_s^w \quad L_s^y], \quad L_s^w = [(A - KC)^{s-2}B \quad (A - KC)^{s-3}B \quad \dots \quad B],$$

$$L_s^y = [(A - KC)^{s-2}K \quad (A - KC)^{s-3}K \quad \dots \quad K], \quad \mathbf{Z}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1,s,N} \\ \mathbf{Y}_{1,s,N} \end{bmatrix}.$$

令 $j = s$, 把式(8) 代入式(6) 可得

$$\mathbf{Y}_{s,s,N} = \Gamma_s L_s \mathbf{Z}_N + H_s \mathbf{W}_{s,s,N} + G_s \mathbf{V}_{s,s,N} + \Gamma_s (A - KC)^{s-1} \mathbf{X}_{1,N}. \quad (9)$$

这里采用最小二乘法估计, 令

$$\Omega_N = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_N \\ \mathbf{W}_{s,s,N} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

对式(9) 进行调整, 并右乘 Ω_N^T 转置, 得

$$\mathbf{Y}_{s,s,N} \Omega_N^T = [\Gamma_s L_s \quad H_s] \Omega_N \Omega_N^T + G_s \mathbf{V}_{s,s,N} \Omega_N^T + \Gamma_s (A - KC)^{s-1} \mathbf{X}_{1,N} \Omega_N^T. \quad (11)$$

通常, 对自治系统来讲, 矩阵 $A - KC$ 的特征值的幅值小于 1, 当 s 选择较大且 N 趋于无穷大时, 式(11) 右边第 3 项为 0, 第 2 项为噪声, 所以其最小二乘估计为

$$[\overline{\Gamma_s L_s} \quad \overline{H_s}] = \mathbf{Y}_{s,s,N} \Omega_N^T (\Omega_N \Omega_N^T)^{-1}. \quad (12)$$

同理, 由式(8) 得 $\mathbf{X}_{s,N} = L_s \mathbf{Z}_N$, 所以得

$$\overline{\Gamma_s L_s} \mathbf{Z}_N \approx \Gamma_s \mathbf{X}_{s,N}. \quad (13)$$

对式(13) 左边进行 SVD 分解得

$$\overline{\Gamma_s L_s} \mathbf{Z}_N \approx S_n V_n D_n. \quad (14)$$

按文献[8]的方法, 状态变量估计值为

$$\overline{\mathbf{X}}_{s,N} = V_n^{1/2} D_n. \quad (15)$$

此时, 系统矩阵可以采用与上述类似的变换, 采用最小二乘法来求解如下的极小化问题

$$\min_{A_T, B_T, C_T} \left\| \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{X}}_{s+1,N} \\ \mathbf{Y}_{s,1,N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_T & B_T \\ C_T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{X}}_{s,N} \\ \mathbf{W}_{s,1,N} \end{bmatrix} \right\|_F^2, \quad (16)$$

式中: $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数, 此时可以确定系统矩阵, 设系统矩阵 A_T 、 B_T 和 C_T 的最小二乘解分别为 A 、 B 和 C , 故经过识别后得到的系统状态方程表达式(不含噪声) 为

$$\mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k + B\mathbf{w}_k, \quad (17)$$

$$\mathbf{y}_k = C\mathbf{x}_k. \quad (18)$$

2 最优控制

把式(17) (18) 所表示的离散状态方程变为连续状态方程, 此时, 系数矩阵会改变, 为简化

起见,系数矩阵仍采用原符号表示,为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{w}, \quad (19)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}. \quad (20)$$

若对系统施加主动控制力,这里采用如下的状态方程,为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{E}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{w}, \quad (21)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}, \quad (22)$$

式中: \mathbf{E} 为 $n \times p$ 维矩阵, \mathbf{u} 为 $p \times 1$ 维控制力矢量.

本文以建筑物为研究对象,为把控制力施加到状态方程中,本文做如下处理:取状态变量为所有楼层的水平位移和水平速度,状态变量为

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d} = [d_1 \quad \dots \quad d_q]^T, \quad (23)$$

式中: $\eta_i (i = 1, \dots, q)$ 为楼层水平位移, q 为楼层数, $q = n/2$. 则式(21)可分解为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{d}} \\ \ddot{\mathbf{d}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \dot{\mathbf{d}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{w}. \quad (24)$$

取式(24)的第2个方程得

$$\ddot{\mathbf{d}} = \mathbf{A}_{21}\mathbf{d} + \mathbf{A}_{22}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{E}_2\mathbf{u} + \mathbf{B}_2\mathbf{w}. \quad (25)$$

此时可把式(25)看做为单位质量矩阵作用下的振动方程,显然 \mathbf{E}_2 为作动器的定位矩阵,而 \mathbf{E}_1 为零矩阵. 控制力就可加入到状态方程中了.

现采用最优控制策略,定义系统性能指标为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}\mathbf{u}] dt, \quad (26)$$

式中: \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 为相应维数的权矩阵. 则控制力为

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{E}^T \mathbf{P}\mathbf{x}, \quad (27)$$

矩阵 \mathbf{P} 为下列 Riccati 方程的解

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{E}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{E}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (28)$$

3 实例分析

因本文所采用的模型为基准结构(见图1),所有结构参数在其示范程序中,经过计算得系统的前5阶固有频率(Hz)分别为:0.99、3.06、5.83、7.23、9.97,系统阻尼假设为 Rayleigh 阻尼,定义结构的第1阶和第5阶模态阻尼比为 $\eta_1 = \eta_5 = 0.02$, 则各阶阻尼比按下式计算

$$\eta_i = \eta_1 (\omega_1 \omega_5 + \omega_i^2) / (\omega_1 \omega_5 + \omega_i^2), \quad (29)$$

式中的 ω_i 为系统的固有圆频率. 其阻尼矩阵的计算可参阅文献[1].

为反映建筑物的非线性特征,对结构施加了加速度峰值为 $0.5 g \text{ m/s}^2$ 的人造地震波,以楼层1~3的水平位移和水平速度为输出量,采用本文的识别算法得到系统矩阵.

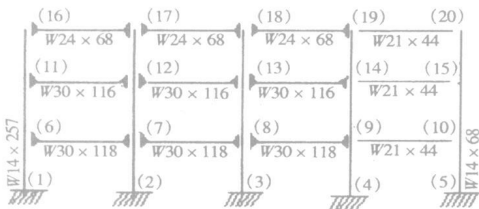


图1 三层基准建筑物

\mathbf{A} 的各行元素分别为:

$$[0.46, 10.02, -13.63, -13.65, -19.26, -1.76],$$

$$[-7.65, 1.99, -19.89, 3.46, -6.86, 12.49],$$

$$\begin{aligned}
 & [7.44, 10.86, -3.12, 17.68, 18.17, 24.31], \\
 & [9.42, -2.84, -17.46, -2.82, -15.71, 4.01], \\
 & [7.16, 2.83, -9.52, 3.60, -4.26, -3.44], \\
 & [-0.24, -7.75, -12.50, 6.70, 6.73, 3.87], \\
 & \mathbf{B} = [0.65 \quad 0.14 \quad -0.78 \quad 0.48 \quad 0.093 \quad -0.46].
 \end{aligned}$$

\mathbf{C} 的各行元素分别为:

$$\begin{aligned}
 & [0.03, -0.04, 0.04, 0.12, -0.17, 0.01], \\
 & [0.05, -0.16, 0.09, 0.30, -0.40, 0.04], \\
 & [0.05, -0.31, 0.13, 0.50, -0.57, 0.09], \\
 & [0.48, -0.29, 0.21, -0.63, -0.34, 1.34], \\
 & [1.95, -1.21, 0.16, -1.40, -0.93, 2.86], \\
 & [3.94, -2.54, 0.94, -2.06, -1.04, 3.43].
 \end{aligned}$$

本文以3层为例,如果以高层为研究对象,可以采用文献[7]的方法进行降阶处理. 设第1层楼安装2个相同的作动器,第2、3层楼各安装1个作动器,则式(25)中的作动器定位矩阵为 $\mathbf{E}_2 = \text{diag}(2, 1, 1)$. 式(26)中的权矩阵 \mathbf{Q} 为6阶对角矩阵,其元素均为 8×10^{11} , \mathbf{R} 为3阶对角矩阵,其元素均为0.01,控制增益矩阵为($\times 10^7$)

$$\begin{aligned}
 & [-3.0645 \quad 1.7437 \quad -0.5848 \quad 1.9171 \quad 0.4950 \quad -2.6927], \\
 & [-1.6594 \quad 0.9569 \quad -0.4025 \quad 0.2475 \quad 0.8325 \quad -1.0610], \\
 & [1.9941 \quad -1.4551 \quad 0.4350 \quad -1.3464 \quad -1.0610 \quad 2.9990].
 \end{aligned}$$

采用 Elcentro 波输入进行主动控制,顶楼的加速度和位移控制效果见图2~3(图中虚线为未控时的响应, a 表示加速度, d 表示位移).

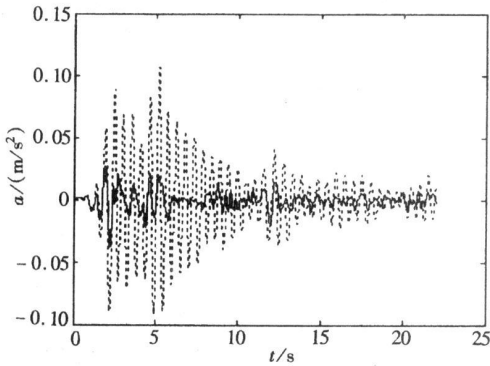


图2 顶楼加速度控制结果

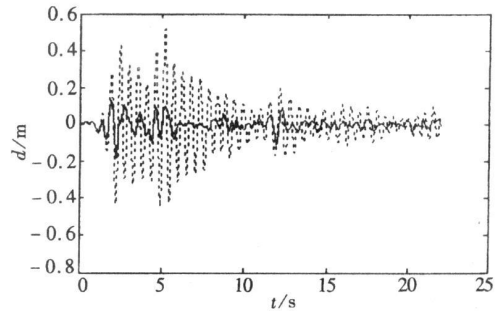


图3 顶楼位移控制结果

4 结 论

由于目前的非线性模型降阶方法仅能处理仿射系统,而考虑非线性的基准建筑物属于非仿射系统,故而很难进行降阶. 而直接采用原来的模型进行控制系统设计导致控制器阶数较高,实际应用困难. 为此本文借助于模型识别得到线性化系统模型,该模型可以通过经验 Gramian 矩阵,利用平衡降阶法进行降阶. 此外,本文所提出的方法主要适用于建筑结构,在输出信号方面须采用楼层水平位移和水平速度以便于控制力的施加. 为了体现结构非线性,在施加地震波时须采用能够反映出结构非线性的地震波. 本文所提方法经过3层基准建筑物

的实例分析说明是有效的.

[参 考 文 献]

- [1] Ohtori Y, Christenson R E, Spencer B F, et al. Benchmark control problems for seismically excited nonlinear buildings[J]. *J Engineering Mechanics*, 2004, **130**(4): 366-384.
- [2] Kwang S, Lee K S, Eoma Y T, et al. A control-relevant model reduction technique for nonlinear systems[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2000, **24**(2): 309-315.
- [3] 蔡国平, 孙峰, 王超. 建筑结构振动优化混合控制[J]. *工程力学*, 2004, **17**(2): 129-133.
- [4] Kamibayashi M, Mita A. Online identification of a building with an active control device[J]. *Advances in Earthquake Engineering*, 2003, **13**(4): 263-271.
- [5] Hojati M, Gazor S. Hybrid adaptive fuzzy identification and control of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, **10**(2): 198-210.
- [6] Ogiyama K, Sato T. Nonlinear structural system identification using shaking table test data of five-storey model building[A]. In: Tribkram Kundu Ed. *Proceedings of SPIE, Health Monitoring and Smart Nondestructive Evaluation of Structural and Biological Systems III*[C]. 5394. San Diego, CA: International Society for Optical Engineering, 2004, 475-484.
- [7] Hahn J, Edgar T F. An improved method for nonlinear model reduction using balancing of empirical gramians[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2002, **26**(10): 1379-1397.
- [8] Overschee V P, Moor D. N4SID: subspace algorithms for the identification of combined deterministic Stochastic systems[J]. *Automatica*, 1994, **30**(1): 75-93.

Active Vibration Control of Nonlinear Benchmark Buildings

ZHOU Xing-de¹, CHEN Dao-zheng²

(1. Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing 210098, P. R. China;

2. College of Civil and Architectural Engineering, Hefei University of
Technology, Hefei 230009, P. R. China

Abstract: The present nonlinear model reduction methods unfit for nonlinear benchmark buildings as their vibration equations belong to non-affine system. Meanwhile, the controllers designed directly by nonlinear control strategy have a high order and are the difficult to be applied actually. Therefore, a new active vibration control way which fits nonlinear buildings was proposed. The idea of the proposed way was based on model identification and structural model linearization, exerting the control force to the built model according to the force action principle. The proposed way has a better practicability as the built model can be reduced by balance reduction method based on the empirical Grammian matrix. At last, a 3-storey benchmark structure was presented. Simulation results illustrate that the proposed method is viable for civil engineering structures.

Key words: nonlinear; buildings; model identification; linear; empirical Grammian matrix