

基于扭转模态的角振动压电俘能器研究

陈子光¹, 胡元太^{1,2}, 杨嘉实³

- (1. 中南大学 土木建筑学院 力学与传感技术研究所, 长沙 410083;
2. 华中科技大学 力学系, 武汉 430074;
3. 内布拉斯加大学 工程力学系, 林肯 NE68588, 美国)

(王彪推荐)

摘要: 以线性压电理论为基础, 分析了压电陶瓷圆柱壳的扭转振动问题。由于压电陶瓷柱壳的扭转振动使得覆盖于柱壳两端的电极之间出现电势差, 通过导线连接两电极与外负载, 则圆柱壳在振动过程中所捕获的能量能有效地供给微电子器件工作。得到了输出电压、电流、能量、效率以及输出功率密度的解析表达式, 并数值分析了这类压电俘能器的基本性能。结果表明, 这种结构能够用作压电俘能器, 将旋转机械能转化成为电能。

关键词: 压电俘能器; 扭转振动; 俘获能量; 效率

中图分类号: O343.8 **文献标识码:** A

引 言

压电材料因具有良好的力电转换特性而常被用于制作各种力电换能器, 尤其是, 它们已经被用于制作将机械能转化为电能的压电俘能器。近来, 无论是在军事领域还是在民用领域, 无线电子器件都有了迅猛的发展。如何向微型化的微电子器件无线供能已经成为当前研究的一个热点问题。对于向这类能耗小的微电子器件供能, 一个有效的方法就是直接从器件的工作环境中俘获能量, 而压电材料正是制造这种器件的最优选择, 这类能无线俘能的装置称为压电俘能器。近年来关于压电俘能器的文献很多, 其中大部分工作主要集中于压电俘能器的理论建模^[1, 12], 本文的工作也与此有关。线性压电理论可以很好地描述压电俘能器的基本行为。由于多场耦合以及材料的各向异性, 除了 Yang 的文章外^[11], 其它的关于压电俘能器的三维压电方程在求解上都还面临着巨大的数学挑战。通常情况下, 在压电梁、板的分析中都运用了比较近似的低维结构理论^[1, 10]。

近几年来, 基于线性理论的压电俘能器研究已经得到了较大发展^[1, 11], Hu 等人^[12]还研究了压电俘能器的非线性特性。但这些俘能器都是从环境线振动中俘获能量。由于旋转振动(角振动)源的广泛存在, 所以研究直接从扭转振动能量源中提取能量具有重要意义。对于压电换能器, 圆柱壳的扭转模态是常用模态^[13, 15], 所以可以用它来从角振动振源中提取能量。

收稿日期: 2006-10-08; 修订日期: 2007-01-09

作者简介: 陈子光(1984), 湖北洪湖人, 硕士;

胡元太(1964), 湖北松滋人, 教授, 博士(联系人, Tel: + 86 27 87556419; Fax: + 86 27 87543737; E-mail: huyt@263.net)。

因为扭转变形与材料的剪切模量有关,而剪切模量通常又比伸缩模量小,所以扭转振动模态就是低频振动模态。幸运的是,大多数振动源的能量均分布于低频振动范围,故扭转模态特别适合于从低频环境中提取能量

1 结构特征和基本方程

考虑一个圆柱型压电陶瓷壳体,如图 1 所示。在极坐标系中, (z, r, θ) 分别对应(1, 2, 3)。为了与扭转振动形成电耦合,陶瓷沿 3 方向极化^[14 15]。由于 6 mm 对称的压电晶体和极化陶瓷一样是横观各向同性的^[16],所以下面的分析对于 6 mm 晶体也是合理的。壳体的下端固定在一个做旋转振动的基座上,上端没有作用任何外力,即自由的。为了满足设计要求,在上端连接上了一个重物。引入附加质量来提高器件的性能这种方法已在线俘能技术中得到了比较广泛的应用^[8]。上端重物层的厚度 h 。因此,可以仅考虑该层的惯性影响,而忽略它的刚度对结构造成的影响。当壳体扭转振动时,重物层的变形非常小,事实上,它可以视为一刚片。至于把它看作圆环还是圆盘,都不重要,关键是它的总质量。装置被简谐驱动时,壳体的上下两端电极被连入阻抗为 Z 的电路,如图 1 所示。我们所关心的是输出电能和系统参数之间的关系,以及怎样优化它。

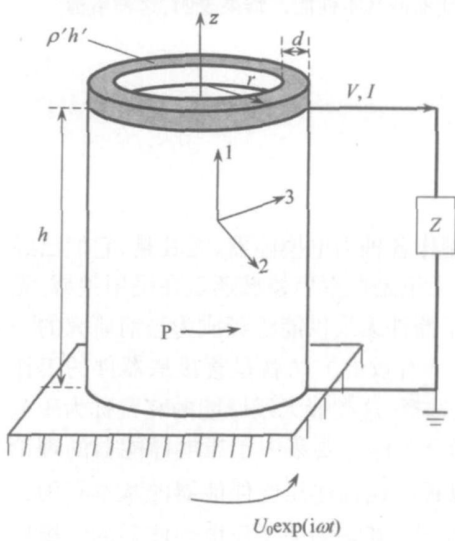


图 1 压电圆柱壳型俘能器的结构示意图

薄壳的半径 r 远大于其厚度 d , 所以对于薄壳结构的扭转模态可以近似地做如下考虑: $u_r = u_z = 0, u = u(z, t), \theta = \theta(z, t)$ ^[15], 其中 u 是位移向量, ϕ 是电势。关于 u 和 ϕ 的控制方程为

$$\begin{cases} c_{44} u_{,zz} + e_{15} \phi_{,z} = \rho u_{,tt} \\ e_{15} u_{,zz} - \epsilon_{11} \phi_{,z} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,下标逗号后面的字母表示对该方向求偏导。非零应力和电位移有

$$\begin{cases} T_z = c_{44} u_{,z} + e_{15} \phi_{,z} \\ D_z = e_{15} u_{,z} - \epsilon_{11} \phi_{,z} \end{cases} \quad (2)$$

该结构的边界条件为:

$$\begin{cases} u = U_0 e^{i\omega t}, \phi = 0, z = 0 \\ -T_z = h \omega^2 u, \phi = V, z = h \end{cases} \quad (3)$$

其中, V 是未知的,所以还需要输出电路的电学方程来确定 V 。为了得到电路方程,首先计算 $z = h$

处电极上的电荷以及流出的电流

$$Q = -SD_z|_{z=h}, I = -\dot{Q} \quad (4)$$

其中, $S = 2\pi rd$ 是圆柱壳的横截面积。对于简谐运动,我们可以使用下面复数符号来做简化:

$$(u, \theta, T_z, D_z, V, I, Q) = \text{Re}\{(U, \theta, T, D, V, I, Q)e^{i\omega t}\} \quad (5)$$

这样,电荷、电流和电路方程分别表示为

$$Q = -SD_z|_{z=h}, I = -i\omega Q, V = IZ \quad (6)$$

一般而言, Z 是 ω 的函数,它和电路的结构有关

2 求解过程

将式(5)代入式(1)和(3)得控制方程和边界条件的复数形式的表达式

$$\begin{cases} c_{44}U_{,z} + e_{15} \varphi_{,z} = -\omega^2 U, & e_{15}U_{,z} - \varphi_{,z} = 0; \\ U = 0, & \varphi = 0, z = 0; T = h\omega^2 U, & \varphi = V, z = h \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)中的第2式积分得

$$\varphi = \frac{e_{15}}{11}U + C_1 z + C_2 \quad (8)$$

式中, C_1 和 C_2 为未知常数 将式(8)代入式(7)的第1式得到 U 的方程, 它的一般解为

$$U = A \cos z + B \sin z, \quad (9)$$

式中, A 和 B 为未知常数,

$$c_{44} = \sqrt{\frac{2}{c_{44}}}, \quad c_{44} = c_{44} + \frac{e_{15}^2}{11} \quad (10)$$

将式(8)和(9)代入式(7)中的边界条件得到

$$\begin{cases} A = U_0, & \frac{e_{15}}{11}A + C_2 = 0, \\ c_{44}(-A \sin h + B \cos h) + C_1 e_{15} = h\omega^2(A \cos h + B \sin h), \\ \frac{e_{15}}{11}(A \cos h + B \sin h) + C_1 h + C_2 = V \end{cases} \quad (11)$$

对于输出电路, 有电路方程

$$V/Z = I = -iQ = iSD|_{z=h} = -i_{11}SC_1 \quad (12)$$

在式(11)和(12)中的5个方程可以确定 A 、 B 、 C_1 、 C_2 和 V 该方程组的解为

$$\begin{cases} A = U_0, \\ B = -U_0 \left[\frac{e_{15}^2}{11}(\cos h - 1) + (h + i_{11}SZ)(h\omega^2 \cos h + c_{44} \sin h) \right]^{-1}, \\ C_1 = \frac{e_{15}}{11}U_0 [c_{44}(1 - \cos h) + h\omega^2 \sin h]^{-1}, \\ C_2 = -\frac{e_{15}}{11}U_0, \\ V = -iSZ e_{15}U_0 [c_{44}(1 - \cos h) + h\omega^2 \sin h]^{-1}, \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{其中 } Z = (h + i_{11}SZ)(h\omega^2 \sin h - c_{44} \cos h) + \frac{e_{15}^2}{11} \sin h \quad (14)$$

用复数符号, 输出功率可以表示为

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{1}{4}(V^* I + V I^*) = \frac{1}{4}(I I^* Z^* + I^* I Z) = \\ &= \frac{1}{4} I I^* (Z^* + Z) = \frac{1}{2} |I|^2 \text{Re}\{Z\}, \end{aligned} \quad (15)$$

式中的星号表示对复数求共轭 为了计算输入功率, 我们还需要壳体底部的剪切力 从式(2)、(8)和(9)我们可以得到

$$T(z) = c_{44}(-A \sin z + B \cos z) + e_{15}C_1 \quad (16)$$

壳体底部的速度为

$$u = i U_0 e^{i \omega t} \quad (17)$$

这样, 可以求得输入功率

$$P_1 = -\frac{1}{4} S [T(0)(i U_0)^* + T^*(0)(i U_0)] \quad (18)$$

器件的效率为衡量它的能量转换能力的物理量,表达式如下:

$$= P_2/P_1 \tag{19}$$

实际应用中另外一个有价值的物理量为单位体积的输出功率(功率密度)

$$p = P_2/(hr^2) \tag{20}$$

3 数值结果

我们以一个用极化陶瓷 PZT 5H 制成的圆柱壳俘能器为例来进行计算 材料的粘性阻尼可以通过将材料的弹性常数 c_{44} 变为复数来引入 在我们的计算中用 $c_{44}(1 + iQ^{-1})$ 来代替 c_{44} , 其中 Q 为一较大的实数 对于极化陶瓷, Q 的值在 10^2 和 10^3 之间, 我们取 $Q = 100$ 对于 PZT 5H, $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$, $c_{44} = 2.3 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $e_{15} = 17 \text{ C/m}^2$, $\epsilon_{11} = 1700$ $\epsilon_0 = 1.505 \cdot 10^{-8} \text{ C/(V}\cdot\text{m)}$ 此外 $h = 50 \text{ mm}$, $r = 10 \text{ mm}$, $d = 0.1 \text{ mm}$ 除了图4, 其它地方 $h = 0$ 加速度的幅值 $U_0 = 1.0 \text{ m/s}^2$ 电路阻抗 Z 按 $Z_0 = 1/(iC_0)$ 做了归一化处理, 其中 $C_0 = S_{11}/h$ 是壳体很薄时单位长度的近似静态电容值 驱动频率按 $\omega_0 = \sqrt{c_{44}/(2h)}$ 做归一化处理

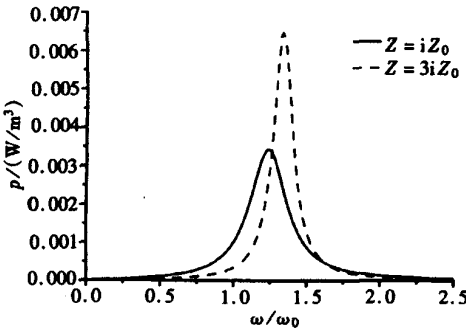


图2 功率密度与驱动频率的关系图

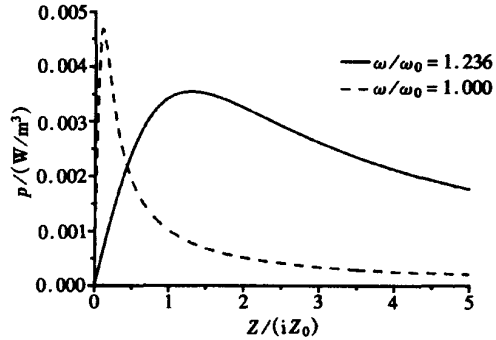


图3 功率密度与外负载 (Z/iZ_0) 的关系图

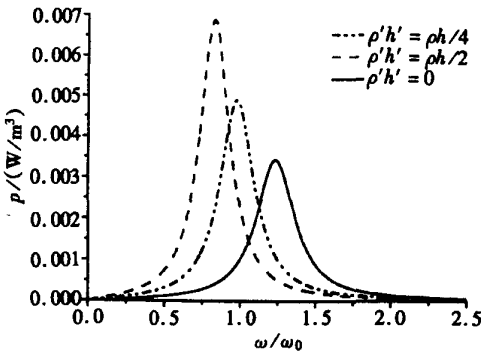


图4 功率密度与端部集中质量的关系图

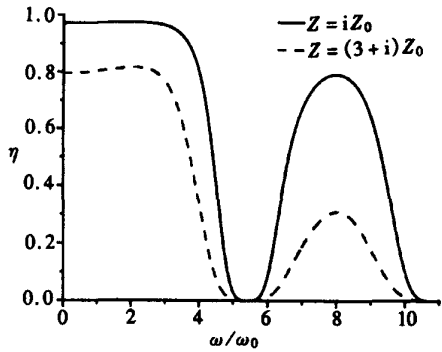


图5 效率与驱动频率的关系图

在不同电路阻抗的情况下,输出功率密度随驱动频率的变化规律如图2所示 图中给出了在最低扭转模式下,系统的共振行为,该模式下的频率为器件的工作频率 对应于不同的扭转模式,系统有一系列的共振频率 在共振点附近,输出功率最大化 因此压电俘能器是仅在共振频率附近工作的共振器件 共振频率和对应的输出功率密度的最大值都随电路阻抗的不

同有较大的变化

在不同的驱动频率下, 输出功率密度随外阻抗的变化规律如图 3 所示 图中所给定驱动频率是在第一阶共振频率附近的 对于每个工作频率, 输出功率密度在阻抗较小时线性增加, 到一个最大值后, 输出功率密度又随阻抗而单调减小 所以说, 输出功率密度对驱动频率和电路阻抗比较敏感

图 4 给出了输出功率密度在不同的端部重物质量情况下随驱动频率的变化规律 正如所期望的一样, 通过增加重物质量能明显降低系统的共振频率 端部重物能使得壳体在基座转动时剪切得更加激烈, 因此能显著地增加输出功率

在不同的阻抗情况下, 效率随驱动频率的变化关系如图 5 所示 由于效率是两个关于的函数的商, 所以它随 的变化规律要比图 2 中输出功率随 的变化规律更加复杂 在图 2 和图 5 中, 所取的电阻 Z 与 Z_0 成正比, 而 Z_0 又与 成反比 这对曲线的行为也有影响, 特别是 较小时, 图 2 和图 5 区别较大

在图 6 中, 给出了效率与 Z 的关系 随着 Z 的变化, 效率首先显著地增大, 达到一个最大值, 接着单调地减小 在图 5 和图 6 中效率比材料的机电耦合因子要高 但这并不矛盾, 因为耦合因子是在静态能量转换过程下定义的, 而不直接适用于动力学问题

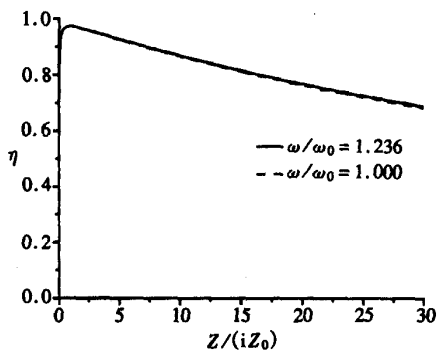


图 6 效率与外负载 (Z/iZ_0) 的关系图

4 结 论

本文对固定于旋转振动基座上的压电陶瓷壳体的扭转振动问题进行了分析, 获得了输出功率、系统效率分别与驱动频率、外电路阻抗以及端部质量关系的简单表达式, 并数值分析了以上诸因素对俘能器输出功率、系统效率的影响规律 所得结果对理解和优化这类器件具有重要意义

[参 考 文 献]

- [1] Kim S, Clark W W, Wang Q M. Piezoelectric energy harvesting with a damped circular plate: analysis[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2005, 16(10): 847-854.
- [2] Yoon H S, Washington G, Danak A. Modeling, optimization, and design of efficient initially curved piezoceramic unimorphs for energy harvesting applications[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2005, 16(10): 877-888.
- [3] Ng T H, Liao W H. Sensitivity analysis and energy harvesting for self powered piezoelectric sensor [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2005, 16(10): 785-797.
- [4] Mateu L, Moll F. Optimum piezoelectric bending beam structures for energy harvesting using shoe inserts[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2005, 16(10): 835-845.
- [5] Ha S K. Analysis of the asymmetric triple layered piezoelectric bimorph using equivalent circuit models[J]. J Acoust Soc Amer, 2001, 110(2): 856-864.
- [6] Sodano H A, Park G, Inman D J. Estimation of electric charge output for piezoelectric energy harvesting[J]. Strain, 2004, 40(2): 49-58.
- [7] Roundy S, Wright P K. A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics[J]. Smart Materials and Structures, 2004, 13(5): 1131-1142.

- [8] Jiang S N, Li X F, Guo S H, et al. Performance of a piezoelectric bimorph for scavenging vibration energy[J]. *Smart Materials & Structures*, 2005, **14**(4): 769-714.
- [9] Lefeuvre E, Badel A, Richard C, et al. Piezoelectric energy harvesting device optimization by synchronous electric charge extraction[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005, **16**(10): 863-875.
- [10] Hu Y T, Hu H P, Yang J S, et al. A low frequency piezoelectric power harvester using a spiral-shaped bimorph[J]. *Sciences in China, Ser G*, 2006, **49**(6): 649-659.
- [11] Yang J S, Zhou H G, Hu Y T, et al. Performance of a piezoelectric harvester in thickness-stretch mode of a plate[J]. *IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2005, **52**(10): 1872-1876.
- [12] Hu Y T, Xue H, Yang J S, et al. Nonlinear behavior of a piezoelectric power harvester near resonance [J]. *IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2006, **53**(7): 1387-1391.
- [13] Toikawa Y, Adachi K, Aoyagi M, et al. Some constructions and characteristics of rod-type piezoelectric ultrasonic motors using longitudinal and torsional vibrations[J]. *IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1992, **39**(5): 600-608.
- [14] Lin S Y. Sandwiched piezoelectric ultrasonic transducers of longitudinal-torsional compound vibration modes[J]. *IEEE Trans on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1997, **44**(6): 1189-1197.
- [15] Yang J S, Fang H Y, Jiang Q. A vibrating piezoelectric ceramic shell as a rotation sensor[J]. *Smart Materials and Structures*, 2000, **9**(4): 445-451.
- [16] Tiersten H F. *Linear Piezoelectric Plate Vibrations* [M]. New York: Plenum, 1969.

Piezoelectric Generator Based on Torsional Modes
for Power Harvesting From Angular Vibrations

CHEN ZiGuang¹, HU YuanTai^{1,2}, YANG JiaShi³

(1. Institute of Mechanics and Sensing Technology, School of Civil Engineering and Architecture, Central South University, Changsha 410083, P. R. China;

2. Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China;

3. Department of Engineering Mechanics, University of Nebraska, Lincoln, NE 68588-0526, USA)

Abstract: Torsional vibration of a circular piezoelectric shell of polarized ceramics mounted on a rotationally vibrating base was analyzed. The shell is properly electroded and connected to a circuit such that an electric output is generated. The structure analyzed represents a piezoelectric generator for converting mechanical energy from angular vibrations to electrical energy. Analytical expressions and numerical results for the output voltage, current, power, efficiency and power density are given.

Key words: piezoelectric generator; torsional vibration; power harvesting; efficiency