

Jaulent-Miodek 方程的行波解分支*

冯大河¹, 李继彬^{1,2}

(1. 昆明理工大学 理学院 非线性中心, 昆明 650093;
2. 浙江师范大学 数学系, 金华 321004)

(我刊编委李继彬来稿)

摘要: 利用平面动力系统分支理论研究了耦合的 Jaulent-Miodek 方程的孤立波及周期波的存在性, 求出了分支参数集. 在给定的参数条件下, 得到了该方程光滑孤立波解及周期行波解的所有可能的显式表达式.

关键词: J-M 方程; 孤立波; 周期行波解

中图分类号: O192; O175.12 文献标识码: A

1 引言及预备知识

1976 年, Jaulent 和 Miodek^[1] 考虑了如下的耦合 Jaulent-Miodek 方程(简记为 J-M 方程):

$$\begin{cases} U_t + U_{xxx} + \frac{3}{2} VV_{xxx} + \frac{9}{2} V_x V_{xx} - 6UU_x - 6UVV_x - \frac{3}{2} U_x V^2 = 0, \\ V_t + V_{xxx} - 6U_x V - 6UV_x - \frac{15}{2} V_x V^2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

近来, 范恩贵^[2] 研究了该方程的行波解并给出了 6 组孤立波解和周期行波解. 本文利用平面动力系统分支理论^[3-5] 研究方程(1)的孤立波和周期波分支, 在参数空间中, 求出了分支参数集. 在给定的参数条件下, 得到了所有孤立波和周期波的显式表达式, 本文的结果包含了文献[2]中的结果.

为求方程(1)的行波解, 令 $U = u(\xi)$, $V = v(\xi)$, $\xi = x - ct$, 其中 c 是波速, 代入方程(1), 得

$$\begin{cases} -cu' + u \ominus - 6uu' + \frac{3}{2}(v''')' + 3v'v'' - 3uv' - \frac{3}{2}(uv^2)' = 0, \\ -c'v' + v \ominus - 6u'v - 6uv' - \frac{15}{2}v'v^2 = 0, \end{cases} \quad (2)$$

其中“'”是关于 ξ 的导数. 对式(2)中的第 2 个方程积分 1 次, 得

$$v'' = g_1 + cv + 6uv + (5/2)v^3, \quad (3)$$

其中 g_1 是积分常数. 由式(3)可得

$$3uv' = -\frac{1}{2}g_1v' - \frac{1}{2}cvv' - \frac{5}{4}v^3v' + \frac{1}{2}v'v'' \quad (4)$$

把式(4)代入式(2)中的第 1 个方程并积分, 得

* 收稿日期: 2006-01-03; 修订日期: 2007-03-29

作者简介: 冯大河(1970—), 男, 湖南麻阳人, 博士生(联系人. Tel: + 86-871-5186313; E-mail: dahefeng@hotmail.com).

$$u'' = g_2 + cu + 3u^2 - \frac{3}{2}vv'' - \frac{1}{2}g_1v - \frac{1}{4}cw^2 - \frac{5}{16}v^4 + \frac{3}{2}uw^2 - \frac{5}{4}(v')^2, \quad (5)$$

其中 g_2 为积分常数。把式(3)代入式(5),可得式(1)的简化的行波系统

$$\begin{cases} u'' = g_2 + cu + 3u^2 - 2g_1v - \frac{7}{4}cv^2 - \frac{15}{2}uw^2 - \frac{65}{16}v^4 - \frac{5}{4}(v')^2, \\ v'' = g_1 + cw + 6uw + \frac{5}{2}v^3. \end{cases} \quad (6)$$

下面,考虑系统(6)在曲面

$$u = a_0 + a_1v + a_2v^2 \quad (7)$$

上的动力学行为,其中 a_0, a_1, a_2 是待定常数。把式(7)代入式(6),得

$$\begin{cases} \left[\left(2a_2 + \frac{5}{4} \right) (v')^2 = \alpha - 2g_1(1 + a_2)v - \beta v^2 - (12a_2 + 10)a_1v^3 - \gamma v^4, \right. \\ \left. v'' = g_1 + (c + 6a_0)v + 6a_1v^2 + \left(6a_2 + \frac{5}{2} \right) v^3, \right. \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\alpha = g_2 + ca_0 + 3a_0^2 - a_1g_1, \quad \beta = ca_2 + 3a_1^2 + 6a_0a_2 + \frac{7}{4}c + \frac{15}{2}a_0,$$

$$\gamma = 9a_2^2 + \frac{25}{2}a_2 + \frac{65}{16}.$$

显然,式(8)中的第2个方程等价于如下的平面 Hamilton 系统

$$\frac{dv}{d\xi} = y, \quad \frac{dy}{d\xi} = g_1 + (c + 6a_0)v + 6a_1v^2 + \left[6a_2 + \frac{5}{2} \right] v^3. \quad (9)$$

其 Hamilton 函数为

$$H(v, y) = \frac{1}{2}y^2 - g_1v - \frac{1}{2}(c + 6a_0)v^2 - 2a_1v^3 - \frac{1}{4} \left[6a_2 + \frac{5}{2} \right] v^4 = h, \quad (10)$$

其中 h 是 Hamilton 常数。由式(10)可知

$$(v')^2 = y^2 = 2h + 2g_1v + (c + 6a_0)v^2 + 4a_1v^3 + \frac{1}{2} \left[6a_2 + \frac{5}{2} \right] v^4. \quad (11)$$

把式(11)代入式(8)中的第1个方程并比较 v 的各次幂的系数,得

$$a_0 = -\frac{1}{4}c, \quad a_1 = g_1 = 0, \quad a_2 = -\frac{1}{2}g_2 = \frac{1}{2}h + \frac{1}{16}c^2, \quad (12)$$

或

$$a_0 = -\frac{1}{2}c - 2a_1^2, \quad a_2 = -\frac{3}{4}, \quad g_2 = -\frac{1}{2}h - 4a_1^2c - 12a_1^4 - \frac{1}{4}c^2 + a_1g_1. \quad (13)$$

要研究式(6)在条件(7)下的动力学行为,只需研究方程(9)在条件(12)或(13)下的动力学行为。

如 $v(x, t) = v(x - ct) = v(\xi)$, ($\xi \in (-\infty, \infty)$) 是方程(9)的连续解,并且 $\lim_{\xi \rightarrow \infty} v(\xi) = m$, $\lim_{\xi \rightarrow -\infty} v(\xi) = n$, 那么, (i) 当 $m = n$ 时, $v(x, t)$ 称为孤立波; (ii) 当 $m \neq n$ 时, $v(x, t)$ 称为扭波(或反扭波)。由于方程(9)的同宿轨、异宿轨和周期轨分别对应于方程(1)的孤立波、扭波(或反扭波)和周期波。因此要研究方程(1)的孤立波、扭波和周期波的分支,必须研究方程(9)在参数空间中的所有周期环域及其边界曲线。

2 系统(9)在条件(12)或条件(13)下的分支与相图

本节我们研究在条件(12)或条件(13)下,当参数 $a_0, a_1, a_2, g_1, g_2, c$ 变化时系统(9)的相图和分支。

1. 在条件(12)下,系统(9)为

$$\frac{dv}{d\xi} = y, \quad \frac{dy}{d\xi} = -\frac{1}{2}cv - \frac{1}{2}v^3, \quad (14)$$

其 Hamilton 函数为

$$H_1(v, y) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4}v^2 + \frac{1}{8}v^4 = h. \quad (15)$$

当 $c \geq 0$ 时, 系统(14) 仅有一个奇点 $O(0, 0)$ 且为中心, 当 $c < 0$ 时, 系统(14) 有 3 个奇点: 鞍点 O 及中心 $A_{1,2} = (\pm\sqrt{-c}, 0)$. 系统(14) 的相图如图 1 所示.

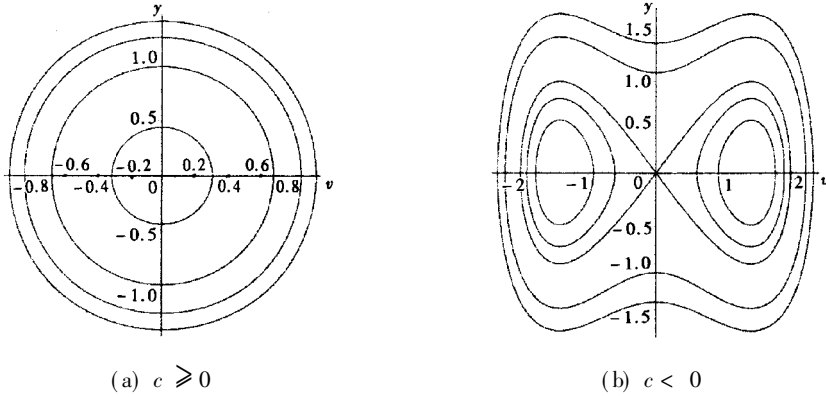


图 1 系统(14)的相图与分支

2. 在条件(13)下, 系统(9)为

$$\frac{dv}{d\xi} = y, \quad \frac{dy}{d\xi} = g_1 - 2(c + 6a_1^2)v + 6a_1v^2 - 2v^3. \quad (16)$$

令 $v = \phi + a_1, y = y,$

则 $u = -\frac{1}{4}(2c + 7a_1^2) - \frac{1}{2}a_1\phi - \frac{3}{4}\phi^2,$

并且系统(16)化为

$$\frac{d\phi}{d\xi} = y, \quad \frac{dy}{d\xi} = b_0 + b_1\phi - 2\phi^3, \quad (17)$$

其首次积分为

$$H_2(\phi, y) = \frac{1}{2}y^2 - b_0\phi - \frac{1}{2}b_1\phi^2 + \frac{1}{2}\phi^4 = h, \quad (18)$$

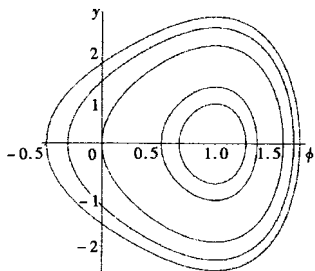
其中 $b_0 = g_1 - 2ca_1 - 8a_1^3, b_1 = -2(c + 3a_1^2)$. 在相平面 (ϕ, y) 上, 系统(17) 的奇点的横坐标是函数 $f(\phi) = b_0 + b_1\phi - 2\phi^3$ 的零点. 设 $(\phi_e, 0)$ 是系统(17) 的奇点, 则在该点处系统(17) 的线性化系统的行列式为 $J(\phi_e, 0) = -f'(\phi_e)$, 由平面动力系统分支理论可知, 对 Hamilton 系统(17) 而言, 若 $J(\phi_e, 0) > 0$ (或 < 0), 则奇点 $(\phi_e, 0)$ 是中心(或鞍点); 若 $J(\phi_e, 0) = 0$ 并且该点的 Poincaré 指标为 0, 则奇点 $(\phi_e, 0)$ 是尖点. 利用上述知识可知, 参数平面 (b_0, b_1) 被分支曲线 $L_1: b_1 = (3/2)\sqrt[3]{4b_0^2}$ 和 $L_2^+: b_0 = 0 (b_1 > 0)$ 划分为如下 3 个区域:

$$\begin{aligned} & \text{(I)} \left\{ b_1 < \frac{3}{2}\sqrt[3]{4b_0^2}, b_0 \in R \right\}; \quad \text{(II)} \left\{ b_1 > \frac{3}{2}\sqrt[3]{4b_0^2}, b_0 > 0 \right\}; \\ & \text{(III)} \left\{ b_1 > \frac{3}{2}\sqrt[3]{4b_0^2}, b_0 < 0 \right\}. \end{aligned}$$

系统(17) 的相图如图 2 所示.

3 系统(1)的行波解

本节利用行波系统(14) 和系统(17) 以及 Hamilton 函数(15) 和(18), 我们将给出系统(1) 的行波解的显式表达式.

(a) $(b_0, b_1) \in (I)$

情形 1 在条件(12)下, 系统(1)的所有行波解(见图 1)•

1) 当 $c \geq 0$ 时, 对应于 $H_1(v, y) = h, h > 0$, JM 方程有一族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_1(x, t) = -\frac{1}{4}c - \frac{1}{2}(\sqrt{8h + c^2} - c) \times \\ \quad \text{cn}^2 \left[\sqrt{\frac{1}{4}(8h + c^2)}(x - ct), k_1 \right], \\ V_1(x, t) = -(\sqrt{8h + c^2} - c)^{1/2} \times \\ \quad \text{cn} \left[\sqrt{\frac{1}{4}(8h + c^2)}(x - ct), k_1 \right], \end{cases} \quad (19)$$

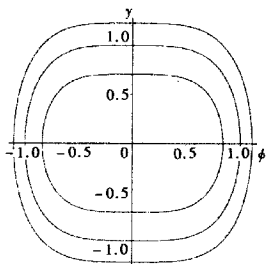
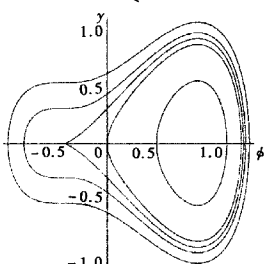
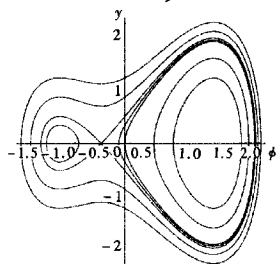
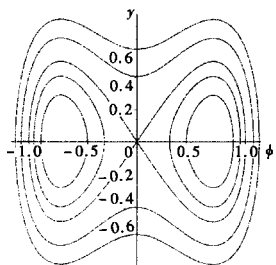
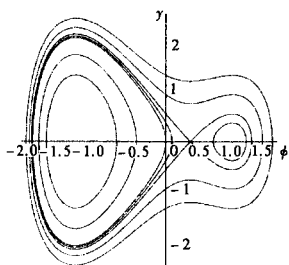
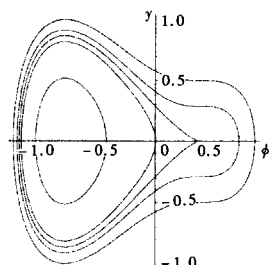
(b) $(b_0, b_1) = (0, 0)$ (c) $(b_0, b_1) \in L_1, b_0 > 0$ (d) $(b_0, b_1) \in (II)$ (e) $(b_0, b_1) \in L_2^+$ (f) $(b_0, b_1) \in (III)$ (g) $(b_0, b_1) \in L_1, b_0 < 0$

图 2 系统(17)的相图与分支

其中 $k_1^2 = (\sqrt{8h + c^2} - c) / (2\sqrt{8h + c^2})$ •

2) 当 $c < 0$ 时

(i) 对应于 $H_1(v, y) = 0$, JM 方程有两个孤立波解

$$\begin{cases} U_2(x, t) = -\frac{1}{4}c + c \operatorname{sech}^2 \left[\sqrt{-\frac{c}{2}}(x - ct) \right], \\ V_2(x, t) = \pm \sqrt{-2c} \operatorname{sech} \left[\sqrt{-\frac{c}{2}}(x - ct) \right]. \end{cases} \quad (20)$$

(ii) 对应于 $H_1(v, y) = h, h \in (-c^2/8, 0)$, JM 方程有两族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_3(x, t) = -\frac{1}{4}c + \left(\frac{c}{2 - k_2^2} \right) \operatorname{dn}^2 \left[\sqrt{\frac{-c}{2(2 - k_2^2)}}(x - ct), k_2 \right], \\ V_3(x, t) = \pm 2 \left[\sqrt{\frac{-c}{2(2 - k_2^2)}} \right] \operatorname{dn} \left[\sqrt{\frac{-c}{2(2 - k_2^2)}}(x - ct), k_2 \right], \end{cases} \quad (21)$$

其中 $k_2^2 = 2\sqrt{8h + c^2} / (\sqrt{8h + c^2} - c)$ •

(ii) 对应于 $H_1(v, y) = h, h \in (0, \infty)$, JM 方程有一族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_4(x, t) = -\frac{1}{4}c + \left(\frac{ck_3^2}{2k_3^2 - 1} \right) \text{cn}^2 \left[\sqrt{\frac{-c}{2(2k_3^2 - 1)}}(x - ct), k_3 \right], \\ V_4(x, t) = 2k_3 \left[\sqrt{\frac{-c}{2(2k_3^2 - 1)}} \right] \text{cn} \left[\sqrt{\frac{-c}{2(2k_3^2 - 1)}}(x - ct), k_3 \right], \end{cases} \quad (22)$$

其中 $k_3^2 = (\sqrt{8h + c^2} - c)/(2\sqrt{8h + c^2})$.

情形 2 在条件(13)下, 系统(1)的所有行波解(见图 2)。

记 $f(\phi) = b_0 + b_1\phi - 2\phi^3 = -2(\phi - \phi_1)(\phi - \phi_2)(\phi - \phi_3)$ 及 $H_2(\phi, 0) = h_i (i = 1, 2, 3)$ 。

1) 当 $(b_0, b_1) \in (I)$ 时, 函数 $f(\phi)$ 有唯一实根 ϕ_1 , 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (h_1, \infty)$, JM 方程有一族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_5(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1V_5(x, t) - \frac{3}{4}V_5^2(x, t), \\ V_5(x, t) = a_1 + \frac{\beta_2\alpha_1 + \beta_1\alpha_2 + (\beta_2\alpha_1 - \beta_1\alpha_2)\text{cn}(\sqrt{\alpha_1\alpha_2}(x - ct), k_4)}{\alpha_1 + \alpha_2 + (\alpha_1 - \alpha_2)\text{cn}(\sqrt{\alpha_1\alpha_2}(x - ct), k_4)}, \end{cases} \quad (23)$$

其中

$$k_4^2 = \frac{(\beta_1 - \beta_2)^2 - (\alpha_1 - \alpha_2)^2}{4\alpha_1\alpha_2}, \quad \alpha_1 = \sqrt{(\beta_1 - \text{Re}\beta_3)^2 + (\text{Im}\beta_3)^2},$$

$$\alpha_2 = \sqrt{(\beta_2 - \text{Re}\beta_3)^2 + (\text{Im}\beta_3)^2},$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \bar{\beta}_3$ 是方程 $2h + 2b_0\phi + b_1\phi^2 - \phi^4 = 0$ 的 4 个根, $\beta_1, \beta_2 (\beta_1 > \beta_2)$ 是实数, 而 $\beta_3, \bar{\beta}_3$ 是共轭虚数。

2) 当 $(b_0, b_1) = (0, 0)$ 时, $c = -3a_1^2$ 且函数 $f(\phi)$ 有唯一实根 $\phi_1 = 0$, 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (0, \infty)$, JM 方程有一族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_6(x, t) = -\frac{1}{2}a_1^2 + a_1V_6(x, t) - \frac{3}{4}V_6^2(x, t), \\ V_6(x, t) = a_1 + \sqrt[4]{2h} \text{cn} \left[\sqrt[4]{8h}(x + 3a_1^2t), \frac{1}{\sqrt{2}} \right]. \end{cases} \quad (24)$$

3) 当 $(b_0, b_1) \in L_1, b_0 > 0$ 时, 函数 $f(\phi)$ 有 3 个实根: $\phi_1 = \phi_2 = -\sqrt{b_1/6}, \phi_3 = 2\sqrt{b_1/6}$ 。

(i) 对应于 $H_2(\phi, y) = h_2$, JM 方程有一个孤立波解

$$\begin{cases} U_7(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1V_7(x, t) - \frac{3}{4}V_7^2(x, t), \\ V_7(x, t) = a_1 - \sqrt{\frac{b_1}{6}} + \frac{2\sqrt{6b_1}}{3 + 2b_1(x - ct)^2}. \end{cases} \quad (25)$$

(ii) 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (h_3, h_2) \cup (h_2, \infty)$, JM 方程有两族不可数无穷多个周期行波解, 其参数表达式与式(23)相同。

4) 当 $(b_0, b_1) \in (II) \cup (III)$ 时, 函数 $f(\phi)$ 有 3 个不等实根 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 。我们假定: 当 $(b_0, b_1) \in (II)$ 时, $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3$; 当 $(b_0, b_1) \in (III)$ 时, $\phi_3 < \phi_2 < \phi_1$ 。(i) 对应于 $H_2(\phi, y) = h_2$, JM 方程有两个孤立波解

$$\begin{cases} U_8(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1V_8(x, t) - \frac{3}{4}V_8^2(x, t), \\ V_8(x, t) = a_1 + \phi_2 + \frac{l_1^2}{2\phi_2 \pm \sqrt{b_1 - 2\phi_2^2} \cosh(l_1(x - ct))}, \end{cases} \quad (26)$$

其中 $l_1 = \sqrt{b_1 - 6\phi_2^2}$.

(ii) 对应于 $H_2(\phi, y) = h_1$, JM 方程存在一个周期行波解

$$\begin{cases} U_9(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_9(x, t) - \frac{3}{4} V_9^2(x, t), \\ V_9(x, t) = a_1 + \phi_1 - \frac{l_2^2}{2\phi_1 - \sqrt{b_1 - 2\phi_1^2} \cos(l_2(x - ct))}, \end{cases} \quad (27)$$

其中 $l_2 = \sqrt{6\phi_1^2 - b_1}$.

(iii) 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (h_1, h_2)$, JM 方程有两族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_{10}(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_{10}(x, t) - \frac{3}{4} V_{10}^2(x, t), \\ V_{10}(x, t) = a_1 + \beta_7 + \frac{(\beta_6 - \beta_7)(\beta_4 - \beta_7) \operatorname{sn}^2(l_3(x - ct), k_5)}{(\beta_4 - \beta_6) + (\beta_6 - \beta_7) \operatorname{sn}^2(l_3(x - ct), k_5)}, \end{cases} \quad (28)$$

与

$$\begin{cases} U_{11}(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_{11}(x, t) - \frac{3}{4} V_{11}^2(x, t), \\ V_{11}(x, t) = a_1 + \beta_5 + \frac{(\beta_4 - \beta_5)(\beta_5 - \beta_6) \operatorname{sn}^2(l_3(x - ct), k_5)}{(\beta_4 - \beta_6) - (\beta_4 - \beta_5) \operatorname{sn}^2(l_3(x - ct), k_5)}, \end{cases} \quad (29)$$

其中 $l_3 = \frac{1}{2} \sqrt{(\beta_4 - \beta_6)(\beta_5 - \beta_7)}, k_5^2 = \frac{(\beta_4 - \beta_5)(\beta_6 - \beta_7)}{(\beta_4 - \beta_6)(\beta_5 - \beta_7)}$,

$\beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7 (\beta_4 > \beta_5 > \beta_6 > \beta_7)$ 是方程 $2h + 2b_0\phi + b_1\phi^2 - \phi^4 = 0$ 的 4 个实根.

(iv) 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (h_3, h_1) \cup (h_2, \infty)$, JM 方程有两族不可数无穷多个周期行波解, 其参数表达式与式 (23) 相同.

5) 当 $(b_0, b_1) \in L_2, b_1 > 0$ 时, 函数 $f(\phi)$ 有 3 个实根 $\phi_{1,3} = \pm \sqrt{b_1/2}, \phi_2 = 0$.

(i) 对应于 $H_2(\phi, y) = h_2 = 0$, JM 方程有两个孤立波解

$$\begin{cases} U_{12}(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_{12}(x, t) - \frac{3}{4} V_{12}^2(x, t), \\ V_{12}(x, t) = a_1 \pm \sqrt{b_1} \operatorname{sech}(\sqrt{b_1}(x - ct)). \end{cases} \quad (30)$$

(ii) 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (h_1 = h_3, 0)$, JM 方程有两族不可数无穷多个周期行波解

解

$$\begin{cases} U_{13}(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_{13}(x, t) - \frac{3}{4} V_{13}^2(x, t), \\ V_{13}(x, t) = a_1 \pm \sqrt{\frac{b_1}{2 - k_6^2}} \operatorname{dn} \left[\sqrt{\frac{b_1}{2 - k_6^2}}(x - ct), k_6 \right], \end{cases} \quad (31)$$

其中 $k_6^2 = \frac{2\sqrt{b_1^2 + 8h}}{b_1 + \sqrt{b_1^2 + 8h}}$.

(iii) 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (0, \infty)$, JM 方程有一族不可数无穷多个周期行波解

$$\begin{cases} U_{14}(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_{14}(x, t) - \frac{3}{4} V_{14}^2(x, t), \\ V_{14}(x, t) = a_1 + k_7 \sqrt{\frac{b_1}{2k_7^2 - 1}} \operatorname{cn} \left[\sqrt{\frac{b_1}{2k_7^2 - 1}}(x - ct), k_7 \right], \end{cases} \quad (32)$$

其中
$$k_7^2 = \frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 + 8h}}{2\sqrt{b_1^2 + 8h}}$$

6) 当 $(b_0, b_1) \in L_1, b_0 < 0$ 时, 函数 $f(\phi)$ 有 3 个实根: $\phi_1 = -2\sqrt{b_1/6}, \phi_2 = \phi_3 = \sqrt{b_1/6}$.

(i) 对应于 $H_2(\phi, y) = h_2$, JM 方程有 1 个孤立波解

$$\begin{cases} U_{15}(x, t) = -\frac{c}{2} - 2a_1^2 + a_1 V_{15}(x, t) - \frac{3}{4} V_{15}^2(x, t), \\ V_{15}(x, t) = a_1 + \sqrt{\frac{b_1}{6}} - \frac{2\sqrt{6b_1}}{3 + 2b_1(x - ct)^2}. \end{cases} \quad (33)$$

(ii) 对应于 $H_2(\phi, y) = h, h \in (h_1, h_2) \cup (h_2, \infty)$, JM 方程有两族不可数无穷多个周期行波解, 其参数表达式与式(23)相同.

在文中我们利用平面动力系统分支理论研究了 JM 方程的行波解分支及其动力学行为, 并得到了该方程的 15 组精确行波解. 除文献[2]中得到的 6 组解(20)式~(22)式和(30)式~(32)式外, 其他的 9 组结果是最新的.

[参 考 文 献]

- [1] Jaulent M, Miodek I. Nonlinear evolution equations associated with energy dependent Schrödinger potentials[J]. Lett Math Phys, 1976, 1(3): 243-250.
- [2] FAN En-gui. Uniformly constructing a series of explicit exact solutions to nonlinear equations in mathematical physics[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2003, 16(5): 819-839.
- [3] Chow S N, Hale J K. Method of Bifurcation Theory [M]. New York: Springer-Verlag, 1981.
- [4] Guckenheimer J, Holmes P J. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.
- [5] LI Ji-bin. Solitary and periodic travelling wave solutions in Klein-Gordon-Schrödinger equation[J]. Journal of Yunnan University, 2003, 25(3): 176-180.

Bifurcations of Travelling Wave Solutions for Jaulent-Miodek Equations

FENG Da-he¹, LI Ji-bin^{1,2}

(1. Center for Nonlinear Science Studies, School of Science, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, P. R. China;

2. Department of Mathematics, Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang 321004, P. R. China)

Abstract: By using the theory of bifurcations of planar dynamical systems to the coupled Jaulent-Miodek equations, the existence of smooth solitary travelling wave solutions and uncountably infinite many smooth periodic travelling wave solutions is studied and the bifurcation parametric sets are shown. Under the given parametric conditions, all possible representations of explicit exact solitary wave solutions and periodic wave solutions are obtained.

Key words: JM equations; solitary wave; periodic travelling wave solution