

周向加肋非圆柱壳谐振分析的一个新矩阵方法*

邹时智¹, 黄玉盈¹, 何 铿¹, 向 宇²

(1. 华中科技大学 力学系, 武汉 430074;

2. 广西工学院 汽车工程系, 广西 柳州 545006)

(傅衣铭推荐)

摘要: 基于一类柱壳谐振控制方程呈一阶常微分矩阵方程形式以及傅立叶级数展开, 提出了一种新矩阵方法, 求解两端简支具有环肋加强非圆柱壳在谐外压作用下的稳态响应。该方法和以往同类方法相比, 有两个突出的优点: 1) 矩阵微分方程的解采用齐次扩容精细积分法替代龙格-库塔法, 提高了精度; 其中传递矩阵能实现计算机精确计算。2) 环肋作用力借助 Dirac- δ 函数和三角级数逼近可以解析求出; 除法向作用力外, 还考虑了切向作用力。通过数值计算, 还研究了外激励频率对壳体位移和应力的影响规律。对比有限元分析与其它方法的计算结果, 表明了该方法的正确性和有效性。

关键词: 环肋加强非圆柱壳; 齐次扩容精细积分法; 谐激励; 稳态响应; 半解析方法

中图分类号: TU311 **文献标识码:** A

引 言

周向变曲率的加肋柱壳不仅具有优良的耐压和抗屈曲能力, 而且可设计性能好, 因此在航空和海洋工程中有重要应用。长期以来, 对这类壳体的振动和辐射噪声分析, 一直是研究的热点。1984 年 Yamada 等人首先导出了非圆柱壳的一阶常微分矩阵控制方程, 从而为使用传递矩阵法求解奠定了基础^[1]。但是由于文中是借助龙格-库塔数值积分确定相应的传递矩阵, 故计算精度受到了影响; 另外, 他们还没有考虑肋骨的存在。以后, 对外形复杂的弹性结构的耦振问题, 多是基于有限元(边界元)和模态展开方法, 研究它们的特性。可是这样做却要耗费大量的 CPU 时间。最近, 向宇和黄玉盈对求解水下纵向加肋无限长非圆柱壳声辐射, 提出了一种新的半解析解法^[2], 取得了较好的效果, 特别是在高频段的响应, 精度有明显改进。然而, 他们的方法不能解决工程中常用的环肋加强有限长非圆柱壳的振动问题。

这篇文章正是针对这类常用柱壳, 在两端简支和承受任意分布谐外压情况下的稳态响应, 提出了一种类似的新矩阵方法。该方法同样是利用周向壳元的控制方程呈一阶常微分矩阵方程形式, 借助 Dirac- δ 函数, 计及环肋对非圆柱壳作用的法向和切向分布力。分析中遇到的最

* 收稿日期: 2007-03-05; 修订日期: 2007-06-22

基金项目: 教育部高校博士学科点基金资助项目(20040487013)

作者简介: 邹时智(1956—), 男, 湖北人, 硕士, 教授(E-mail: zoushizhi@yahoo.com.cn);

黄玉盈(1935—), 教授(联系人, E-mail: yhuang@mail.hust.edu.cn)。

大困难是矩阵方程中出现了变系数和非齐次, 而且由于环肋作用力事先不能给定, 非齐次项还是未知函数向量. 为了克服这一难点, 作者们利用新型齐次扩容精细积分技术^[3], 将柱壳元和环肋元的一阶常微分控制方程组同时加以齐次化与系数矩阵常数化; 再根据两者在界面处的变形连续条件, 采用最小二乘配点, 确定环肋作用力. 整个计算无需任何迭代. 最后, 通过对环肋加强椭圆柱壳稳态响应的数值计算, 定量研究了外激励频率对壳体位移和应力的影响规律.

1 系统谐振的一阶常微分耦合方程组

1.1 柱壳的控制方程

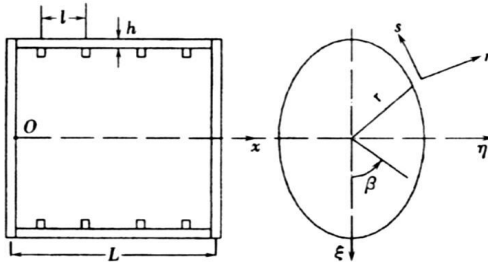


图1 加肋非圆柱壳的几何表示

现有两端简支的环肋加强非圆柱壳, 周面上承受任意分布的谐外压作用: $q(x, \beta, t) = P(x, \beta) e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$, ω 为激励频率), 各几何参数见图1所示. 设周线函数为 $r = f(\beta)$. 对于稳态响应, 借助 Dirac- δ 函数, 环肋作用在壳体上的法向和切向分布力幅值可表示为

$$\begin{cases} q_r(x, \beta) = \sum_{n=1}^M f_n(\beta) \delta(x - nl), \\ t_r(x, \beta) = \sum_{n=1}^M g_n(\beta) \delta(x - nl), \end{cases} \quad (1)$$

式中 $f_n(\beta)$ 和 $g_n(\beta)$ 表示第 n 根环肋相应的待定力函数. 如果环肋布置不等间距, (1) 式右边需将 $\delta(x - nl)$ 改为 $\delta(x - a_n)$ (a_n 为第 n 根环肋的位置坐标).

根据端部简支条件, 有 $x = 0, L: v = w = M_x = N_x = 0$, 式中, v 和 w 分别表示切向和法向位移幅值; 而 M_x 和 N_x 则表示沿 x 方向的弯矩和轴力幅值. 因此, 柱壳的线位移、截面转角以及中面膜内力与弯曲内力幅值可展开成下列三角级数:

$$\begin{cases} u(x, \beta) = h \sum_m u_m(\beta) \cos \frac{m\pi x}{L}, \\ (v(x, \beta), w(x, \beta)) = h \sum_m (v_m(\beta), w_m(\beta)) \sin \frac{m\pi x}{L}, \\ \theta_x(x, \beta) = \frac{h}{R_0} \sum_m \theta_{x m}(\beta) \cos \frac{m\pi x}{L}, \\ \theta_\beta(x, \beta) = \frac{h}{R_0} \sum_m \theta_{\beta m}(\beta) \sin \frac{m\pi x}{L}, \\ (N_x, N_\beta, Q_\beta, S_\beta) = \frac{D}{R_0^2} \sum_m (N_{x m}(\beta), N_{\beta m}(\beta), Q_{\beta m}(\beta), S_{\beta m}(\beta)) \sin \frac{m\pi x}{L}, \\ (N_{x\beta}, N_{\beta x}, Q_x) = \frac{D}{R_0^2} \sum_m (N_{x\beta m}(\beta), N_{\beta x m}(\beta), Q_{x m}(\beta)) \cos \frac{m\pi x}{L}, \\ (M_{x\beta}, M_{\beta x}) = \frac{D}{R_0} \sum_m (M_{x\beta m}(\beta), M_{\beta x m}(\beta)) \cos \frac{m\pi x}{L}, \\ (M_x, M_\beta) = \frac{D}{R_0} \sum_m (M_{x m}(\beta), M_{\beta m}(\beta)) \sin \frac{m\pi x}{L}, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $m = 1, 2, \dots$; 引进 R_0 是为了对变量无量纲化, 它表示与非圆形周线等周长的相当圆半

径, $R_0 = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \int_0^{2\pi} \sqrt{r^2 + (dr/d\beta)^2} d\beta$; 所有带“-”的物理量均为无量纲量; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ (E 为材料的弹性模量, μ 为泊松比)。

由文献[1], 在柱壳的平衡方程中, 加上外压和环肋的作用力((1)式)后可得

$$\frac{d}{d\beta} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_\beta \\ M_\beta \\ -S_\beta \\ N_\beta \\ -N_{\beta x} \end{Bmatrix} = h(\beta) \begin{Bmatrix} 0 & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{18} \\ A_{21} & 0 & A_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{27} \\ 0 & A_{32} & 0 & A_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & 0 & A_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{54} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{63} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{72} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{81} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_\beta \\ M_\beta \\ -S_\beta \\ N_\beta \\ -N_{\beta x} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

对称

式中, $h(\beta) = (1/R_0) \sqrt{r^2 + (dr/d\beta)^2}$; 系数矩阵 A 的非零元素是

$$\begin{aligned} A_{12} &= -\frac{m\pi R_0}{L}, \quad A_{18} = -\frac{h}{6(1-\mu)R_0}, \quad A_{21} = \mu \frac{m\pi R_0}{L}, \quad A_{23} = -A_{32} = -\frac{R_0}{R_\beta}, \\ A_{27} &= \frac{h}{12R_0}, \quad A_{34} = -1, \quad A_{43} = -\mu \left(\frac{m\pi R_0}{L} \right)^2, \quad A_{45} = \frac{R_0}{h}, \quad A_{54} = 2(1-\mu) \frac{h}{R_0} \left(\frac{m\pi R_0}{L} \right)^2, \\ A_{63} &= -(1-\mu^2) \frac{h}{R_0} \left(\frac{m\pi R_0}{L} \right)^4 + \frac{12R_0}{h} \lambda^2, \quad A_{72} = -\frac{12R_0}{h} \lambda^2, \\ A_{81} &= -12(1-\mu^2) \frac{R_0}{h} \left(\frac{m\pi R_0}{L} \right)^2 + \frac{12R_0}{h} \lambda^2, \quad \lambda^2 = \frac{\rho h R_0^2 \omega^2}{K}, \quad K = \frac{Eh}{1-\mu}. \end{aligned}$$

其中, ρ 表示柱壳的质量密度; R_β 是壳体中面的曲率半径, 它是 β 的函数;

$$(G(m, \beta), F_r(m, \beta), G_r(m, \beta)) = \frac{2h(\beta)R_0^3}{LD} (G(m, \beta), F_r(m, \beta), G_r(m, \beta)),$$

$$G(m, \beta) = \int_0^L P(x, \beta) \sin \frac{m\pi x}{L} dx, \quad F_r(m, \beta) = \sum_{n=1}^M f_n(\beta) \sin \frac{mn\pi l}{L},$$

$$G_r(m, \beta) = \sum_{n=1}^M g_n(\beta) \sin \frac{mn\pi l}{L}.$$

方程(3)中的 $[u, v, w, \theta_\beta, M_\beta, -S_\beta, N_\beta, -N_{\beta x}]^T$ 称为柱壳元的状态向量(对一个指定的 m), 它是由(2)式中三角级数相应的展开系数所组成. 这里要注意, 为了简便在下标中略去了求和序号 m . 由上可以看出, 由于环肋的存在, 方程(3)比 Yamada 等人得到的方程^[1]要复杂得多, 它不仅是非齐次, 而且 $F_r(m, \beta)$ 和 $G_r(m, \beta)$ 是待定量, 不能预先给出.

1.2 环肋的控制方程

根据弹性拱的线性理论,若略去截面转动惯量的影响,则第 n 根环肋的平衡方程和内力位移关系是

$$\begin{cases} \frac{dN}{ds} + \frac{Q}{R_{\beta r}} + \rho F \omega^2 v_r = g_n(\beta) = \sum_{j=1,2,\dots} b_j^{(n)} \sin 2j\beta, \\ \frac{dQ}{ds} - \frac{N}{R_{\beta r}} + \rho F \omega^2 w_r = f_n(\beta) = \sum_{j=0,1,2,\dots} a_j^{(n)} \cos 2j\beta, \\ \frac{dM}{ds} - Q = m_0 = \gamma_0 g_n(\beta) = \gamma_0 \sum_{j=1,2,\dots} b_j^{(n)} \sin 2j\beta, \\ N = K_r \left(\frac{dv_r}{ds} + \frac{w_r}{R_{\beta r}} \right), \quad K_r = EF, \\ \theta_r = \frac{v_r}{R_{\beta r}} \frac{dw_r}{ds}, \quad M = D_r \frac{d\theta_r}{ds}, \quad D_r = EI_0, \end{cases} \quad (4)$$

式中, γ_0 表示柱壳中面到环肋中心轴的距离(图 3),它引起了对环肋的偏心力矩; F 和 I_0 分别表示环肋横截面面积和惯性矩. 为了分析上的需要,和壳板一样,引入下列无量纲变量:

$$v_r = \frac{v_r}{h}, \quad w_r = \frac{w_r}{h}, \quad \theta_r = \theta_r, \quad N = \frac{N}{K_r}, \quad Q = \frac{Q}{K_r}, \quad M = \frac{R_{0r}M}{D_r}, \quad (5)$$

其中 $R_{0r} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{r_r^2 + (dr_r/d\beta)^2} d\beta$, 表示和环肋中心轴等周长的相当圆半径.

将(5)式代入方程(4),经过整理后(注意 $ds = R_{0r}h_r(\beta)d\beta$),可得

$$\frac{d}{d\beta} \begin{pmatrix} v_r \\ w_r \\ \theta_r \\ M \\ -Q \\ N \end{pmatrix} = h_r(\beta) A_r \begin{pmatrix} v_r \\ w_r \\ \theta_r \\ M \\ -Q \\ N \end{pmatrix} - \frac{R_{0r}h_r(\beta)}{K_r} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{R_{0r}\gamma_0 F}{I_0} g_n(\beta) \\ f_n(\beta) \\ -g_n(\beta) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

式中, $h_r(\beta) = (1/R_{0r}) \sqrt{r_r^2 + (dr_r/d\beta)^2}$, $r_r = f_r(\beta)$ (环肋中心轴函数); 系数矩阵 A_r 的非零元素为

$$\begin{aligned} A_{r12} = -A_{r21} = A_{r56} = -A_{r65} = -\frac{R_{0r}}{R_{\beta r}}, \quad A_{r16} = A_{r34} = -A_{r23} = \frac{R_{0r}}{h}, \\ A_{r45} = -\frac{K_r R_{0r}^2}{D_r}, \quad A_{r52} = -A_{r61} = \frac{KFR_{0r}}{K_r R_0^2} \chi^2. \end{aligned}$$

同样, $R_{\beta r}$ 表示环肋中心轴的曲率半径; $[v_r, w_r, \theta_r, M, -Q, N]^T$ 称为环肋元的状态向量.

方程(3)和方程(6)是描述环肋加强非圆柱壳谐振的一对耦合方程,由于它们均呈一阶常微分矩阵方程的形式,故求解上有很大方便.

2 耦合微分方程组的求解

正如上述指出的,因为环肋和柱壳间相互作用力是未知,加上方程的系数矩阵 A 和 A_r 是 β 的函数,导致了这一对耦合方程还不能直接采用常规的精细积分法求解. 为此我们借助新型齐次扩容精细积分技术^[3], 首先将各控制方程齐次化和系数矩阵常数化.

为简便, 令 $F(\beta)$ 代表方程(3) (或方程(6)) 右边的非齐次向量, 因此该方程可写成

$$(d/d\beta)Z = h(\beta)AZ + F(\beta), \quad (7)$$

式中 $Z = [u(\beta), v(\beta), w(\beta), \theta_\beta(\beta), M_\beta(\beta), -S_\beta(\beta), N_\beta(\beta), -N_{\beta x}(\beta)]^T$. 只要沿周向的壳元取得足够小, $F(\beta)$ 可近似用下列二次式逼近:

$$F(\beta) \approx F_0 + F_1\beta + F_2\beta^2, \quad (8)$$

其中 F_0, F_1 和 F_2 均为常数向量, 对于不同的壳元段, 它们的值是不同的.

将方程(8)代入方程(7), 就可得到相应的齐次常微分矩阵方程

$$\frac{d}{d\beta} \begin{Bmatrix} Z \\ 1 \\ \beta \\ \beta^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h(\beta)A & F_0 & F_1 & F_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z \\ 1 \\ \beta \\ \beta^2 \end{Bmatrix}, \quad \frac{d}{d\beta}Z = BZ, \quad (9)$$

这里 $Z = [Z^T, 1, \beta, \beta^2]^T$ 称为扩容状态向量, 比原向量 Z 的维数多了 3. 为了将矩阵 B 常数化, 这时 $h(\beta)$ 以及 A 元素中的 R_β 可用所在壳元段的平均值替代, 由于近似式(8)的存在, 这并未丧失精度.

由文献[4], 齐次常数矩阵方程(9)的解可写成

$$\begin{cases} Z = \exp(B(\beta - \beta_1))Z_{\beta=\beta_1}, \\ Z_{\beta=\beta_2} = \exp(B(\beta_2 - \beta_1))Z_{\beta=\beta_1} = TZ_{\beta=\beta_1}, \end{cases} \quad (10)$$

T 称为非圆柱壳元(或环肋元)扩容状态向量沿周向的传递矩阵, 它描述了两端截面 β_2 和 β_1 处扩容状态向量之间的转换关系. 文献[4]已给出 T 的计算机算式.

3 环肋作用力 $f_n(\beta)$ 和 $g_n(\beta)$ 的确定

为了简便, 假设非圆柱壳在几何和受力方面存在两条对称轴, 这并不失去一般性. 这时对称轴端点的边界条件(支承情况)如图 2 所示. 因此第 n 根环肋作用的法向力 $f_n(\beta)$ 和切向力 $g_n(\beta)$ 沿 $1/4$ 周长可分别展开成余弦和正弦级数(方程(4)前两式的右边).

$$\begin{cases} f_n(\beta) = \sum_{j=0,1,2,\dots} a_j^{(n)} \cos 2j\beta, \\ g_n(\beta) = \sum_{j=1,2,\dots} b_j^{(n)} \sin 2j\beta. \end{cases} \quad (11)$$

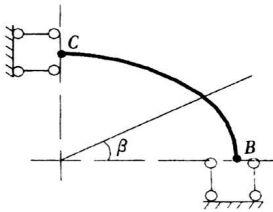


图 2 柱壳 $1/4$ 周长处的边界条件

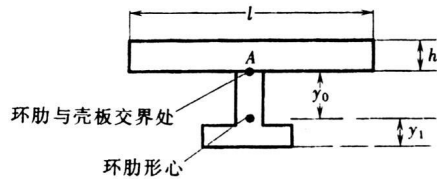


图 3 环肋和壳板组合截面

现在的关键问题是如何确定展开系数 $a_j^{(n)}$ 和 $b_j^{(n)}$ ($n = 1, 2, \dots, M$)。根据每根环肋 k 和壳板在交界处的法向位移及切向位移必须连续(图 3), 有

$$\begin{cases} \sum_m w_m(\beta) \sin \frac{klm\pi}{L} = w_r^{(k)}(\beta), \\ \sum_m \left[v_m(\beta) - \theta_{\beta m}(\beta) \frac{h}{2} \right] \sin \frac{klm\pi}{L} = v_r^{(k)}(\beta) + \theta_r^{(k)}(\beta) y_0, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, M, \quad (12)$$

上述两式右边项分别表示环肋在界面 A 处的法向位移和切向位移; 左边项则是表示壳板在同一处的相应位移。方程(12) 提供了确定 $a_j^{(n)}$ 和 $b_j^{(n)}$ 的条件。

根据叠加原理, 可分别求出外压以及环肋力函数展开式中的单项力 $\cos 2j\beta(\sin 2j\beta)$ 作用(见方程(4) 前两式) 产生的位移和内力(状态向量), 这可由方程(9)(或方程(3) 与方程(6)) 的解求出。由于这时力向量(方程(7) 中的 $F(\beta)$) 已给定, 故(8) 式中的 3 个系数向量就可以确定。将求得各单项(包括外压) 的解代入方程(12), 然后通过在 M 根环肋线(1/4周线) 上配点 $\beta_i^{(n)}$ ($n = 1, 2, \dots, M; i = 1, 2, \dots, J$ (J 为每根环肋配点数)), 令等式(12) 成立, 其中 $J \geq (2N + 1)$ (N 为求和序号 j 的终点数), 再借助最小二乘技术可得到以 C 为待求向量的线性代数方程组

$$UC = P_0 \quad (P_0 \text{ 取决于外压幅值 } P), \quad (13)$$

式中 $C = [a_0^{(n)}, a_1^{(n)}, \dots, a_N^{(n)}, b_0^{(n)}, b_1^{(n)}, \dots, b_N^{(n)}]^T$ ($n = 1, 2, \dots, M$) 正是要求的环肋力展开系数。方程(13) 能够利用熟知的奇异值分解的 Moore-penrose 广义逆矩阵方法求解。

最后需要讨论在各单项力作用下, 到底如何确定始端点的状态向量 $Z_{\beta=0}$ 。这必须根据图 2 所示的两端滑动固定边界条件: $\beta = 0, \pi/2$ 处, 有 $v = \theta_{\beta} = S_{\beta}(Q_{\beta}) = N_{\beta x} = 0$ 。

4 数值算例和比较

为了检验本文方法的正确性和有效性, 下面计算了几个有关加肋圆柱壳和椭圆柱壳的实例。均布外压幅值 $P(x, \beta) = 1 \text{ MPa}$; 材料参数 $\rho = 7.84 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\mu = 0.3$ 。

4.1 中间单环肋加强圆柱壳的静力分析

这时外激励频率 $\omega = 0$, 它是非圆柱壳的一个特例, 而且是一个轴对称弯曲问题, 文献[5] 有解析解。壳体的几何参数是: 长度 $L = 3.5 \text{ m}$, 半径 $r = 0.7304 \text{ m}$, 壳厚 $h = 0.021 \text{ m}$, 环肋截面积 $F = 0.372 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ 。计算结果如表 1 所示。

表 1 单环肋圆柱壳计算结果与比较

位置	1/4跨中 ($x = 0.875 \text{ m}$)		环肋根部 ($x = 1.75 \text{ m}$)	
方法	解析法	本文方法	解析法	本文方法
法向位移 w/mm	- 0.108	- 0.108	- 0.048 5	- 0.048 5
纵向弯矩 $M_x/(\text{Nm/m})$	- 0.450	- 0.449	2.171×10^3	2.138×10^3

表 2 无肋椭圆柱壳计算结果与比较

位置	$x = 1.75 \text{ m}, \beta = 0$ (图 2)		$x = 1.75 \text{ m}, \beta = \pi/2$ (图 2)	
方法	有限元	本文方法	有限元	本文方法
法向位移 w/mm	7.066	7.042	- 10.422	- 10.443
纵向正应力 σ_x/MPa	250.43~ 145.77	266.67~ 162.18	- 242.26~ - 146.92	- 225.26~ - 129.72
周向正应力 $\sigma_{\theta}/\text{MPa}$	114.24~ - 159.76	113.95~ - 159.66	- 159.76~ - 50.54	- 160.04~ - 50.99

由表 1 可以看出, 本文方法的结果和解析解十分吻合。

4.2 无肋椭圆柱壳的静力分析

该椭圆柱壳的长半轴 $a = 0.85$ m, 短半轴 $b = 0.6$ m, 其它几何参数和算例 1 相同. 计算结果以及和有限元分析比较如表 2 所示.

表中“~”表示从壳板外表面至内表面的应力变化范围. 数据表明: 和有限元结果比较, 两者也很接近, 即使纵向正应力差异也在 10% 以内.

4.3 环肋加强椭圆柱壳的稳态响应分析

该柱壳有两根环肋加强, 等间距布置, 肋骨为矩形截面 (宽 = 0.020 2 m, 高 = 0.148 3 m). 其它几何参数为 $L = 3.0$ m, $h = 0.02$ m, $l = 1.0$ m, $a = 0.8$ m (长半轴), $b = 0.55$ m (短半轴). 壳体的法向位移和正应力响应随激励频率的变化如表 3 至表 5 所示.

表 3 加肋椭圆柱壳法向位移响应随激励频率的变化 (mm)

ω / Hz	长半轴端 ($\beta = 0$)		短半轴端 ($\beta = \pi/2$)	
	$x = 1.5$ m	$x = 1.0$ m	$x = 1.5$ m	$x = 1.0$ m
0	0.002 934 5	0.002 474 9	- 0.004 478 2	- 0.003 848 4
50	0.003 370 9	0.002 847 9	- 0.005 166 3	- 0.004 429 4
100	0.006 057 5	0.005 149 4	- 0.009 439 3	- 0.008 020 9
150	- 0.018 678	- 0.016 110	0.030 408	0.025 236
200	0.002 696 2	0.002 413 2	- 0.004 935 1	- 0.003 849 4

表 4 加肋椭圆柱壳纵向正应力响应随激励频率的变化 (MPa)

ω / Hz	长半轴端 ($\beta = 0$)		短半轴端 ($\beta = \pi/2$)	
	$x = 1.5$ m	$x = 1.0$ m	$x = 1.5$ m	$x = 1.0$ m
0	68.61~ 123.42	141.46~ 23.72	- 84.31~ - 133.51	- 83.11~ - 97.51
50	82.18~ 143.70	166.19~ 31.04	- 94.52~ - 153.29	- 89.66~ - 112.78
100	166.01~ 268.16	318.19~ 77.66	- 157.46~ - 277.06	- 131.34~ - 205.60
150	- 609.74~ - 872.65	- 1 078.03~ - 371.35	422.54~ 889.82	270.04~ 631.92
200	- 110.33~ - 132.78	- 174.84~ - 90.94	47.51~ 150.41	19.98~ 81.49

表 5 加肋椭圆柱壳周向正应力响应随激励频率的变化 (MPa)

ω / Hz	长半轴端 ($\beta = 0$)		短半轴端 ($\beta = \pi/2$)	
	$x = 1.5$ m	$x = 1.0$ m	$x = 1.5$ m	$x = 1.0$ m
0	- 90.92~ 49.99	- 118.59~ - 48.53	- 10.67~ - 103.86	- 23.15~ - 96.90
50	- 98.63~ 59.50	- 132.96~ - 53.23	- 6.9~ - 116.71	- 22.79~ - 110.28
100	- 145.22~ 117.31	- 221.39~ - 81.66	22.60~ - 197.87	- 20.61~ - 192.44
150	273.35~ - 405.95	593.11~ 174.68	- 259.22~ 578.34	- 40.03~ 561.26
200	- 1.87~ - 63.18	67.34~ 6.61	- 86.34~ 93.05	- 27.088~ 72.67

5 结 论

基于齐次扩容精细积分技术和状态向量分段传递的思想, 本文对两端筒支环肋加强非圆柱壳在谐外压作用下的稳态响应, 提出了一种新的半解析半数值求解方法. 由于环肋作用的法向力和切向力不能事先给定, 导致了控制方程的非齐次项未知, 给求解带来极大困难. 该方法克服了这一难点, 从而使得状态向量传递矩阵仍可采用精细积分法确定, 提高了计算精度和

效率. 另外, 通过数值计算还研究了外激励频率对非圆柱壳法向位移和应力响应的影响. 最后需要指出: 借助结构力学求解静不定体系的手段, 本文方法还不难推广到分析两端固定或其它支承的非圆柱壳谐振问题.

[参 考 文 献]

- [1] Yamada G, Irie T, Tagawa Y. Free vibration of non-circular cylindrical shells with variable circumferential profile[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1984, **95**(1): 117-126.
- [2] XIANG Yu, HUANG Yu-ying. A novel semi-analytical method for solving acoustic radiation from longitudinally stiffened infinite non-circular cylindrical shells in water[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, **18**(1): 1-12.
- [3] XIANG Yu, HUANG Yu-ying. A semi-analytical and semi-numerical method for solving 2-D sound-structure interaction problems[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2003, **16**(2): 116-126.
- [4] 向宇, 黄玉盈. 精细时程积分法的误差分析与精度设计[J]. *计算力学学报*, 2002, **19**(3): 276-280.
- [5] 徐芝纶. 弹性力学(下册)[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979.

A New Matrix Method for Response Analysis of Circumferentially Stiffened Non-Circular Cylindrical Shells Under Harmonic Pressure

ZHOU Shi-zhi¹, HUANG Yu-ying¹, HE Zeng¹, XIANG Yu²

(1. Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China;

2. Department of Automotive Engineering, Guangxi University of Technology, Liuzhou, Guangxi 545006, P. R. China)

Abstract: Based on the governing equation of vibration of a kind of cylindrical shells written in a matrix differential equation of the first order, a new matrix method is presented for steady state vibration analysis of a non-circular cylindrical shell simply supported at two ends and circumferentially stiffened by rings under harmonic pressure. Its difference from the existing works by Yamada and Irie is that the matrix differential equation is solved by using the extended homogeneous capacity precision integration approach rather than the Runge-Kutta-Gill integration method. The transfer matrix can easily be determined by a high precision integration scheme. In addition, besides the normal interacting forces, which were commonly adopted by researchers before, the tangential interacting forces between the cylindrical shell and the rings are considered at the same time by means of the Dirac- δ function. The effects of the exciting frequencies on displacements and stresses responses have been investigated. Numerical results show that the proposed method is more efficient than the above mentioned method.

Key words: circumferentially stiffened non-circular cylindrical shell; extended homogeneous capacity precision integration method; harmonic vibration; semi-analytical method